

SOLUTION

Exercice 1 - QCM (4 points)

1. Lorsqu'un prix triple, il subit une hausse de □ 200%
En effet, $C_M = 1 + t$ donc $t = C_M - 1 = 3 - 1 = 2$ soit 200%. 
2. Lorsqu'un produit a subi une hausse de 20%, pour retrouver son prix initial il doit subir une baisse d'environ □ 16.7%
Pour augmenter de 20%, il faut multiplier par 1.2 : donc le coefficient multiplicateur « de retour » est $\frac{1}{1,2} - 1 \approx 0,833 - 1 \approx -0,167$. Ainsi le taux est $t = c - 1$ soit environ 16.7% de baisse.
3. Lorsqu'un produit subit une hausse de 10%, puis de 20 %, puis de 30%, il a globalement augmenté d'environ □ 71.6%
Le coefficient multiplicateur global est $C_M = 1,1 \times 1,2 \times 1,3 = 1,716$ donc la hausse globale est de 71.6%.
4. Un produit en un an une baisse de 24%. La baisse mensuelle a été d'environ
Si t désigne le taux d'évolution mensuel : $(1 + t_M)^{12} = 0,76 \Leftrightarrow 1 + t_M = (0,76)^{1/12}$
 $\Leftrightarrow t_M = (0,76)^{1/12} - 1 \approx 0,9774 - 1 \approx -0,0226$. Soit une baisse mensuelle de 2,26%

Exercice 2 (10 points)

- 1a. Entre 2000 et 2007 il y a 8 années donc 7 hausses. Avec comme le coefficient multiplicateur global est donné par $c = 1,15$, on a l'équation
 $(1 + t_M)^7 = 1,15 \Leftrightarrow 1 + t_M = (1,15)^{1/7} \Leftrightarrow t_M = (1,15)^{1/7} - 1 \approx 1,0202 - 1 \approx 0,0202$: le produit a augmenté en moyenne de 2.02% par année.
- 1b. Si l'évolution annuelle de 2.02% se maintient, le prix en 2008 sera d'environ $P = 1200 \times 1,0202 \approx 1224\text{€}$.
- 1c. Entre 2006 et 2007, l'évolution moyenne était donc de 2.02%. Le prix en 2006 était d'environ
 $P' = \frac{1200}{1,0202} \approx 1167\text{€}$
- 2a. La hausse globale est d'environ $(1,02)^{10} - 1 \approx 1,2189 - 1 \approx 0,219$, soit 21,9%.
- 2b. La 11^{ème} année, il subit finalement une baisse de 5% donc le coefficient multiplicateur est donné par $C_M = (1,02)^{10} \times 0,95$.
Le taux d'évolution moyen annuel T sur l'ensemble de ces 11 années vérifie donc
 $(1 + t_M)^{11} = (1,02)^{10} \times 0,95 \Leftrightarrow 1 + t_M = \left((1,02)^{10} \times 0,95\right)^{1/11} \Leftrightarrow t_M = \left((1,02)^{10} \times 0,95\right)^{1/11} - 1 \approx 1,0134 - 1 \approx 0,0134$
soit en moyenne, 1.34% de hausse annuelle.
- 2c. On cherche le plus petit n tel que $(1,02)^n \geq 1,3$. la calculatrice donne $n = 14$ comme première valeur.
Ainsi un article doit subir une hausse annuel de 2 % pendant au moins 14 ans pour augmenter au final d'au moins 30%.
- 3a. Entre le 01 janvier 2006 et le 01 janvier 2007, la production d'une entreprise est passée de 50 unités à 220 unités. Son taux d'évolution globale est $\frac{220 - 50}{50} \times 100 = \frac{170}{50} \times 100 = \frac{1700}{5} \approx 3,4$
soit 340% de hausse.

3b.

Le 01 janvier 2007, les entrepreneurs ont cherché à estimer la production au 1er juillet 2007.

Un semestre étant composé de 6 mois, il y a deux semestres dans une année. Le taux moyen semestriel entre 2006 et 2007 est donc :

$$(1+t_M)^2 = 1,467 \Leftrightarrow 1+t_M = (1,467)^{1/2} \Leftrightarrow t_M = (1,467)^{1/2} - 1 \approx 1,2111 - 1 \approx 0,2111 \text{ soit } \mathbf{21.1\%}.$$

Vu que la production du 01 janvier 2006 était de 150 unités, on peut estimer qu'un semestre plus tard elle sera de $220 \times 1,211 \approx 266$ soit environ 266 unités.

3c. La production P du 01 janvier 2007 représentait en fait les 2/3 de celle du 1er juillet 2007 (P') donc

$$P = \frac{2}{3} P' \Leftrightarrow P' = \frac{3P}{2} = \frac{3}{2} \times 220 = \mathbf{330} \text{ unités}$$

Exercice 3.

Une PME fournit son chiffre d'affaires (CA), en millier d'Euro, dans le tableau ci-dessous.

1. A l'aide de produit en croix, on obtient :

Année	2003	2004	2005	2006
C.A	1200	1000	1500	1320
Indice	100	83,3	125	110

Fomesoutra.com
ça soutra !
 Docs à portée de main

2. Entre 2003 et 2004, le taux d'évolution est donné par $T = 83.3 - 100$ soit environ **16.7%** de baisse.

Entre 2004 et 2006, il est de $\frac{1320-1000}{1000} = 0,32$, soit **32%** de hausse.

3. Entre 2003 et 2006, la hausse globale est de $110 - 100 = 10\%$.

Le taux moyen est donc donné par

$$(1+t_M)^3 = 1,1 \Leftrightarrow 1+t_M = (1,1)^{1/3} \Leftrightarrow t_M = (1,1)^{1/3} - 1 \approx 1,0323 - 1 \approx 0,0323, \text{ soit } \mathbf{3.2\%} \text{ de hausse annuelle moyenne.}$$

4. Si cette évolution se poursuit, le CA l'année suivante sera environ de $1320 \times 1,0323 \approx \mathbf{1362\text{€}}$.

Exercice 4

1. Soit t , le pourcentage de baisse annuel cherché. On a $(1+t)^5 = 0,7 \Rightarrow t = (0,7)^{\frac{1}{5}} - 1 \approx -6,89\%$
 Soit **6,89 %** de baisse annuelle .

2. La première année, cet impôt baisse de 5% ; la deuxième année, la baisse est de 1% et, la troisième année elle est de 3%.

a. La baisse en pourcentage de cet impôt au terme de ces premières années est donnée par
 $T = 0,95 \times 0,99 \times 0,97 - 1 \approx \mathbf{-8.77\%}$.

b. Le pourcentage t cherché vérifie :

$$0,95 \times 0,99 \times 0,97 \times (1+t)^2 = 0,7 \Leftrightarrow t = \left(\frac{0,7}{0,95 \times 0,99 \times 0,97} \right)^{1/2} - 1 \approx -0,124. \text{ soit une baisse de } \mathbf{12,40\%}$$

3. Mr . Picsou a payé 2600€ d'impôt en 2006.

a. Soit S la somme payée en 2001 $S \times 0,7 = 2600 \Leftrightarrow S = \frac{2600}{0,7} \approx \mathbf{3714\text{€}}$

b. Soit S' la somme qu'il doit payer en 2007 : $2600 = \frac{90}{100} \times S' \Leftrightarrow S' = \frac{2600}{0,9} \approx \mathbf{2889\text{€}}$.