

(5pts) Exo 1) Résolution dans $\mathbb{R}$.

a) $x(4x-5) = -1$

$4x^2 - 5x + 1 = 0$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 9 > 0$ (0,5)

$x_1 = \frac{5+3}{8} = 1$ (0,5)

$x_2 = \frac{5-3}{8} = \frac{1}{4}$ (0,5)

$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{1}{4}; 1 \right\}$ (0,5)

b) $4x^2 - 2x + 3 > 3x^2 - 4x + 11$

$4x^2 - 3x^2 - 2x + 4x + 3 - 11 > 0$

$x^2 + 2x - 8 > 0$

$\Delta(x^2 + 2x - 8) = 4 + 32 = 36$ (0,5)

$x_1 = -4$ (0,5)

$x_2 = 2$ (0,5)

Tableau de signe

$S_{\mathbb{R}} =]-\infty; -4[\cup]2; +\infty[$

(7pts) Exo 2)

1. Méthode de combinaison et de substitution (1)

2. $\det(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 3 = 7 \neq 0$ donc le système admet une couple de solution unique (0,5)

$\det(S_2) = \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} = 12 - 12 = 0$ (0,5)

De plus les équations ne sont pas équivalentes donc le système n'admet aucune solution (0,5)

 $\det(S_3) = \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 12 = 0$, les équations du système étant équivalentes, on peut dire que le s₃ admet une infinité de solution. (0,5)

Exo 3) (suite).

3. Résolution des systèmes.

$$S_1 \begin{cases} 2x - 3y - 10 = 0 \\ x + 2y + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 10 \quad \times (1) \\ x + 2y = -10 \quad \times (-2) \end{cases} \Rightarrow \text{devenir} \begin{cases} 2x - 3y = 10 \\ -2x - 4y = 20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 10 \\ -7y = +30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{80}{7} \\ y = -\frac{30}{7} \end{cases} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} S_{\mathbb{R}^2} = \left\{ \left(\frac{80}{7}, -\frac{30}{7} \right) \right\} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$S_2 \begin{cases} 2x - 3y + 1 = 0 \\ -4x + 6y - 1 = 0 \end{cases} \quad S_{\mathbb{R}^2} = \emptyset. \quad (1)$$

$$S_3 \begin{cases} 3x - 2y + 1 = 0 \\ -6x + 4y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = -1 \quad \times (1) \\ -6x + 4y = 2 \quad \times (2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 0 \end{cases} \text{ d'après 1. } 2y = -1 - 3x$$

$$2y = 1 + 3x$$

$$y = \frac{1 + 3x}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\mathbb{R}^2} = \left\{ \left(x; \frac{1 + 3x}{2} \right) \right\} \quad (1)$$

Fomesoutra.com
ga soutra!
Docs à portée de main

Exo 2) $P(x) = x^3 + 6x^2 - 13x - 42$ (8 pts)

2. Vérifions que 3 est racine de $P(x)$

$$P(3) = 3^3 + 6 \cdot 3^2 - 13 \cdot 3 - 42$$

$$P(3) = 27 + 54 - 39 - 42$$

Fomesoutra.com

Docs à portée de main

① $P(3) = 81 - 81 = 0$, Comme $P(3) = 0$, alors 3 est une racine de $P(x)$.

b. Réduisons une factorisation de $P(x)$.

$$P(x) = (x-3)Q(x) \Rightarrow Q(x) = \frac{P(x)}{x-3}$$

Par division euclidienne, On a:

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 6x^2 - 13x - 42 & x-3 \\ -x^3 + 3x^2 & \\ \hline 9x^2 - 13x & \\ -9x^2 + 27x & \\ \hline 14x - 42 & \\ -14x + 42 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$x^2 + 9x + 14$$

②

$$\text{Alors } P(x) = (x-3)(x^2 + 9x + 14)$$

$$\text{et } q(x) = x^2 + 9x + 14$$

c. Factorisons $q(x)$.

$$\Delta q = 81 - 56 = 25 \quad \begin{cases} x_1 = \frac{-9-5}{2} = -7 \\ x_2 = \frac{-9+5}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow q(x) = (x+7)(x+2)$$

$$\text{donc } P(x) = (x-3)(x+7)(x+2)$$

1. Étudions le signe de $P(x)$.

x	$-\infty$	-7	-2	3	$+\infty$
$x-3$	-	-	-	0	+
$x+7$	-	0	+	+	+
$x+2$	-	-	0	+	+
$P(x)$	-	+	-	+	+

①

Pour $x \in]-\infty; -7[\cup]-2; 3[$
 $P(x) < 0$

Pour tout x élément de $[-7; -2[\cup]3; +\infty[$, $P(x) > 0$
si $x \in \{-2; -7; 3\}$, $P(x) = 0$