BACCALAUREAT BLANC
SESSION : AVRIL 2014

COEFFICIENT : 4
DUREE : 3H

MATHEMATIQUES

SERIE : G2

Cette épreuve comporte 2 pages numérotées 1/2, et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.
Le candidat devra se munir d'un papier millimétré (les graphiques des exercice 3 et problème doivent être faits sur le même papier millimétré)

EXERCICE 1

Dans un lot de 20 pièces fabriquées toutes différentes, 4 sont mauvaises. De combien de façon différentes peut-on en prélever 4 dans les cas suivants :

a) les 4 pièces sont bonnes
b) Une au moins d'entre elles est mauvaise.
c) Deux au moins sont mauvaises.

EXERCICE 2

1. Résoudre dans R l'équation $(E) : 2x^2 + 3x + 1 = 0$
2. a. Soit P le polynôme défini par $P(x) = 4x^3 + 8x^2 + 5x + 1$

   b. Vérifie que $\frac{-1}{2}$ est une racine de P.
3. Factoriser P(x) en binômes de produits de degré 1.
4. Résoudre dans R
   a. $\mathrm{P}(\mathrm{x}) = 0$
   b. $\mathrm{P}(\mathrm{x}) \geq 0$
5. En déduire les solutions de l'équation $4\ln^3 x + 8\ln^2 x + 5\ln x + 1 = 0$

EXERCICE 3

Le tableau suivant donne la population d'un village en côte d'ivoire entre les années 1970 et 2000.
Les résultats dans cet exercice seront arrondis à l'unité près.

Année	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
Rang de l'année x	0	5	10	15	20	25	30
Population en milliers d'habitant y	18	21	25	30	36	42	50

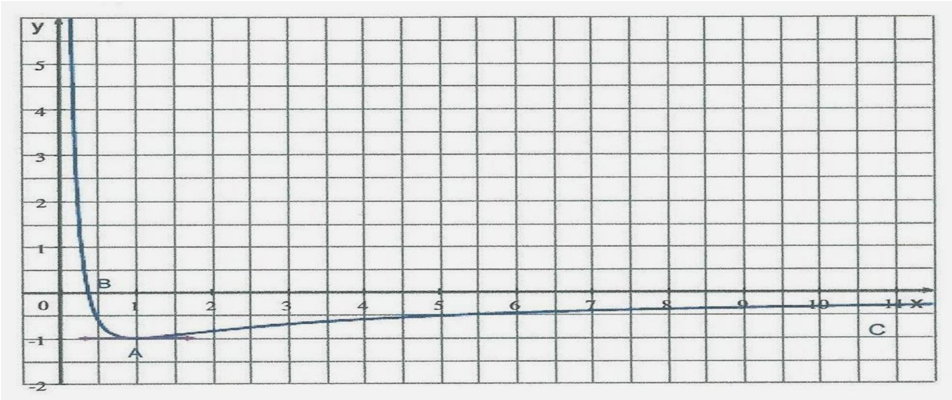
1) Construire le nuage de point Mi (xi ; yi)
   - 1cm pour 5 milliers d'habitants
   - 1cm pour 5 années.

2) Calculer les coordonnées du point moyen du nuage de point, et le placer sur le graphique
3) Calculer COV (X,Y) ; V(X) ; V(Y)
4) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y. interpréter le résultat.
5) Déterminer la droite de régression (D) de Y en X par la méthode de moindres carrés, tracer (D) sur le graphique
6) a-Estimer graphiquement la population du village à l'horizon 2020.
   b-Retrouver algébriquement ce résultat.

PROBLEME

Partie A

Soit le graphique ci-dessous d'une fonction g. Par simple lecture :



1. Déterminer D_g.
2. Combien de solution admet l'équation $g(x)=0$
3. Déterminer les limites de g en 0 et en $+\infty$ puis interpréter les résultats si possible.
4. Déterminer $\lim_{x\to 1} \frac{g(x)-g(1)}{x-1}$ et interpréter le résultat.
5. Déterminer $g(1)$ puis l'équation de la tangente au point d'abscisses 1.
6. Dresser le tableau de variation de g en vous servant du graphique.

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle par $f(x)=\frac{-1-\ln x}{x}$

1. a. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction.
   b. Déterminer la limite de f en 0 et en $+\infty$ puis interpréter le résultat si possible.
   c. Calculer $f\left(e^{-1}\right)$.
2. Montrer que, pour tout x de D_f, $f'(x)=\frac{\ln x}{x^2}$ où f désigne la dérivée de la fonction f.
3. Etudier le signe de f'(x) et dresser son tableau de variation
4. a. Montrer que sur $[0{,}3\,;\,0{,}4]$ l'équation $f(x)=0$ possède une solution unique notée α.
   b. Déterminer la valeur exacte de α
   c. Justifier que $\begin{cases} \forall x \in \left]0;\alpha\right[,\ f(x) \succ 0 \\ \forall x \in \left]\alpha;+\infty\right[,\ f(x) \prec 0 \end{cases}$

5. Déterminer $f(e)$ puis calculer $\left(f^{-1}\right)'\left(-2e^{-1}\right)$.

6. Justifier qu'une primitive de la fonction f est $F(x)=-\ln x-\frac{1}{2}\ln x^2$

7. Tracer la courbe représentative de la fonction f avec ses éventuelles asymptotes.

Partie C

Une entreprise produit et vend chaque semaine x milliers de jouets, x appartenant à $\left]0\,;\,20\right]$

Une étude faite par l'entreprise a ressorti que le bénéfice réalisé est égal à $h(x)=\frac{1+\ln x}{x}$ exprimé en millions de francs cfa .En utilisant les résultats de la partie B :

1. Dresser le tableau de variation de la fonction $h(x)$
2. Déterminer le nombre minimal de jouet à fabriquer pour que le bénéfice réalisé soit positif
3. Déterminer le nombre de jouet à produire pour que le bénéfice soit maximal ainsi que la valeur.