2) La parité de f.

$D_f = \mathbb{R}$

$\forall x \in D_f, -x \in D_f, f(-x) = (-x)^2 + 1$

$f(-x) = x^2 + 1$ 0,25

$\forall x \in D_f, -x \in D_f, f(-x) = f(x)$ donc f est paire sur $\mathbb{R}$ 0,25

3) Representation graphique (voir feuille annexe) 0,5

4) $f([0;1]) = [-1;0]$ 0,25

$f(\mathbb{R}_+) = f([0;+\infty[) = [-1;+\infty[$ 0,25

$f(\mathbb{R}_-) = f(]-\infty;0]) = [-1;+\infty[$ 0,25

$f([-1;1]) = [-1;0]$ 0,25

$f([-1;1[) = [-1;0]$ 0,25

$f(]-1;2]) = [-1;3]$ 0,25

$f(\mathbb{R}) = f(]-\infty;+\infty[) = [-1;+\infty[$ 0,25

EXERCICE 2 (7,75)

1_ En posant $z = \sqrt{y} - 3$

Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	5,12	7,20	8,40	11,39	14,03	16,57	17,6

0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

Niveau TG2

Avril 2013

Correction du BAC BLANC

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 (4 pts)

1)* Le sens de variation de f.

$\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = 2x$ 0,25

- Signe de $f'(x)$

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
$f'(x)$	$-$ 0 $+$

0,25

- $\forall x \in]-\infty; 0[,\ f'(x) < 0$ alors f est strictement décroissante sur $]-\infty; 0[$ 0,25
- $\forall x \in]0; +\infty[,\ f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$ 0,25

$f'(0) = 0$.

* Le tableau de variation de f

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-1	↗ $+\infty$

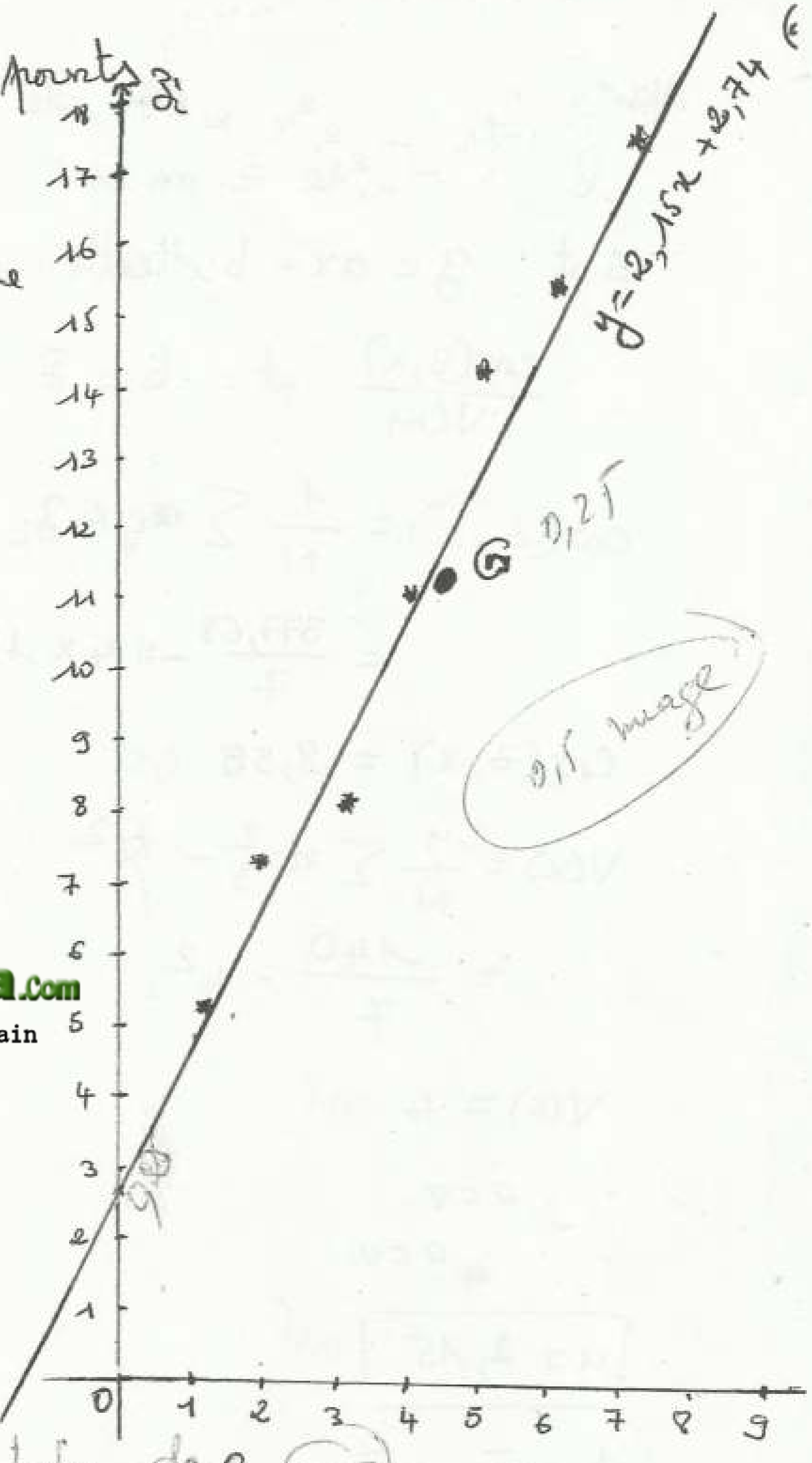
0,25

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
- $f(0) = -1$

2) Le nuage de points

0,50

* Le nuage de points représenté sur le graphique ci-contre est de forme rectiligne donc un ajustement affine paraît approprié. 0,5



3) Le point moyen G.

$\overline{X} = \frac{1}{N} \sum n_i x_i$

$\overline{X} = \frac{28}{7}$

$\overline{X} = 4$ 0,25

$\overline{Z} = \frac{1}{N} \sum n_k z_k$

$\overline{Z} = \frac{79,4}{7}$

$\overline{Z} = 11,34$ 0,25 donc

$G\begin{pmatrix} 4 \\ 11,34 \end{pmatrix}$ 0,5

représentation de G 0,25

Tableau de calculs

								Total
x_i	1	2	3	4	5	6	7	28
z_i	5,12	7,2	8,4	11,39	14,03	15,57	17,69	79,
$x_i z_i$	5,12	14,4	25,2	45,56	70,15	93,42	123,83	377,6
x_i^2	1	4	9	16	25	36	49	140
z_i^2	26,21	51,84	70,86	129,73	196,84	242,42	312,94	1030,8

4)a- Une ~~droite~~ equation de la droite de regression lineaire de z en x.

Soit $z = ax + b$ cette droite de regression linea

$a = \frac{cov(z,x)}{V(x)}$ et $b = \bar{z} - a\bar{x}$

$cov(z,x) = \frac{1}{N} \sum n_{ij} x_i z_i - \bar{x}\,\bar{z}$

$= \frac{377,68}{7} - 4 \times 11,34$

$cov(z,x) = 8,58$ 0,25

$V(x) = \frac{1}{N} \sum n x_i^2 - \bar{x}^2$

$= \frac{140}{7} - 4^2$

$V(x) = 4$ 0,25

$a = \frac{8,58}{4}$

$\boxed{a = 2,15}$ 0,25

$b = \bar{z} - a\bar{x}$

$b = 11,34 - 2,15 \times 4$

$\boxed{b = 2,74}$ 0,25

Donc l'equation de la droite d'ajustement aff de z en x par la methode des moindres car est : $z = 2,15x + 2,74$. 0,5

representation graphique (voir nuage de points) b- Le coefficient de correlation

$$r = \frac{cov(z,x)}{\sqrt{V(z)V(x)}}$$

$$V(z) = \frac{1}{N}\sum n_k z_k^2 - \bar{z}^2$$

$$V(z) = \frac{1030,84}{7} - (11,34)^2$$

$$\boxed{V(z) = 18,67}$$ 0,25

$$r = \frac{8,58}{\sqrt{4 \times 18,67}}$$

$$\boxed{r = 0,92}$$ 0,5 , $|r| = 0,92$

$0,87 \leq |r| \leq 1$, donc il existe une correlation linéaire entre x et z. 0,25

5) si l'effectif de cette école dépasse 900 élèves alors $y > 900$

$y > 900 \iff \sqrt{y} - 3 > \sqrt{900} - 3$

$\iff z > \sqrt{900} - 3$

$\iff 2,15x + 2,74 > \sqrt{900} - 3$ 0,25

$\iff x > \frac{\sqrt{900} - 3 - 2,74}{2,15}$

$\iff x > 11,28$

$\iff x \geq 12$ (car x est un entier) 0,25

L'année de rang 12 est l'année 2018 0,25, donc l'effectif de cette école dépassera 900 élèves de

EXERCICE 3 (10,75)

1) a- L'ensemble de definition de f.

$x \in Df \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \,/\, x+4 \neq 0$

$x \in Df \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \,/\, x \neq -4$

donc $Df = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$ 0,75

$\forall x \in Df, \; f'(x) = \dfrac{3x^2(x+4) - (x^3-2)}{(x+4)^2}$

$f'(x) = \dfrac{2x^3 + 12x + 2}{(x+4)^2}$

donc $\forall x \in Df, \; f'(x) = \dfrac{2x^3+12x+2}{(x+4)^2}$ 0,75

b- Les limites aux bornes de Df.

$Df =]-\infty; -4[\cup]-4; +\infty[$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^3}{x}$

$= \lim\limits_{x \to -\infty} x^2$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ 0,25

- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^3}{x}$

$= \lim\limits_{x \to +\infty} x^2$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ 0,25

- 0,25 $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{\substack{x \to -4 \\ <}} \dfrac{1}{x+4} = -\infty \\ \lim\limits_{\substack{x \to -4 \\ <}} (x^3 - 2) = -66 \end{array}\right\} \lim\limits_{\substack{x \to -4 \\ <}} f(x) = +\infty$ 0,25

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	66	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

$g(0) = 2$ et $g(-4) = 66$

* g est continue et strictement croissante sur $]-\infty ; -4[$. $g(]-\infty ; -4[) =]-\infty ; 66[$, or $0 \in]-\infty ; 66[$ alors $g(x) = 0$ admet une solution unique sur $]-\infty ; 0[$. 0,25

Sur $]0 ; +\infty[$, 2 est le minimum de g. alors $g(x) \geq 2$ sur $]0 ; +\infty[$ donc $g(x) = 0$ n'admet pas de solution sur $]0 ; +\infty[$ 0,25

Par conséquent $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $\mathbb{R}$. 0,25

b- Déduisons que $-6,03 \leq \alpha \leq -6,02$

$[-6,03 ; -6,02] \subset]-\infty ; -4]$, alors g est continue et strictement croissante sur $[-6,03 ; -6,02]$.

0,25

$$\left.\begin{array}{l} g(-6,03) \simeq -0,18 \\ g(-6,02) \simeq 0,55 \end{array}\right\} g(-6,03) \times g(-6,02) = -0,09$$

donc $-6,03 \leq \alpha \leq -6,02$. 0,25

1) • $\lim\limits_{\substack{x \to -4 \\ >}} \dfrac{-1}{x+4} = +\infty$
0,25 $\lim\limits_{\substack{x \to -4 \\ >}} (x^3 - 2) = -66$
$\Big\}$ $\lim\limits_{\substack{x \to -4 \\ >}} f(x) = -\infty$ 0,25

2) $g(x) = 2x^3 + 12x^2 + 2$

a- Les variations de g sur $\mathbb{R}$.

$D_g = \mathbb{R}$.

$\forall x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = 6x^2 + 24x$

$g'(x) = 6(x^2 + 4x)$

$\forall x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = 6x(x+4)$ 0,25

<u>Signe de $g'(x)$.</u>

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

0,25

• $\forall x \in]-\infty; -4[\cup]0; +\infty[$, $g'(x) > 0$ alors g est
0,25 strictement croissante sur $]-\infty; -4[$ et sur $]0; +\infty[$

• $\forall x \in]-4; 0[$, $g'(x) < 0$ alors g est strictement
0,25 decroissante sur $]-4; 0[$.

• $g'(0) = g'(-4) = 0$

<u>Tableau de variation de g</u>

$\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$