

d'après la question 2.c, on a le tableau de signe suivant

x	$-\infty$	α	-4	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+	+
$f'(x)$	-	0	+	+

0,25

- $\forall x \in]-\infty; \alpha[, f'(x) < 0$, alors f est strictement décroissante sur $]-\infty; \alpha[$. 0,25
- $\forall x \in]\alpha; -4[\cup]-4; +\infty[, f'(x) > 0$, alors f est strictement croissante sur $] \alpha; -4[$ et sur $] -4; +\infty[$. 0,25
- Tableau de variation de f

x	$-\infty$	α	-4	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$	$+\infty$

0,5

$$f(\alpha) = \frac{\alpha^3 - 2}{\alpha + 4}$$

Fomesoutra.com
sa soutra !

Docs à portée de main

5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$

0,25

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$$

} DMC ($\mathcal{C}_f$) admet une branche parabolique de direction (OJ)

Signe $g(x)$ suivant les valeurs de x

Fomesoutra.com
ca soutra !
Docs à portée de main

• $\forall x \in]-\infty; \alpha], x \leq \alpha$

$g(x) \leq g(\alpha)$ car g est croissante sur $]-\infty; 0[$

$\forall x \in]-\infty; \alpha], g(x) \leq 0$ car $g(\alpha) = 0$ 0,25

• $\forall x \in]\alpha; 0[, x > \alpha$

$g(x) > g(\alpha)$ car g est croissante sur $]-\infty; 0[$

$\forall x \in]\alpha; 0[, g(x) > 0$ car $g(\alpha) = 0$ 0,25

• $\forall x \in]0; +\infty[, 0$ est le minimum de g
alors $g(x) \geq 0$ sur $]0; +\infty[$
et $0 > 0$ donc $g(x) > 0$ sur $]0; +\infty[$ 0,25

Conclusion

$\forall x \in]-\infty; \alpha]; g(x) \leq 0$ 0,25

$\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$

4) signe de $f'(x)$ et sens de variation de f .

d'après 1) $\forall x \in D_f, f(x) = \frac{2x^3 + 12x^2 + 2}{(x+4)^2}$

$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+4)^2}$ 0,25

$\forall x \in D_f, (x+4)^2 > 0$, alors le signe de $f'(x)$ est celui de $g(x)$.

6) d'après 1.b)

$$\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow -4} f(x) = -\infty \text{ donc}$$

la droite d'équation $x = -4$ est une asymptote verticale à $(\mathcal{C}_f)$

7) d'après 2.a) $g(x) = 0$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 + 12x^2 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 = -6x^2 - 1$$

$$f(x) = \frac{x^3 - 2}{x + 4}$$

$$f(x) = \frac{-6x^2 - 1 - 2}{x + 4}$$

$$f(x) = \frac{-3(1 + 2x^2)}{x + 4} \text{ donc } f(x) = \frac{-3(1 + 2x^2)}{x + 4} \quad 0,25$$

8) f est continue et strictement croissante sur $] -4; +\infty[$
donc f réalise une bijection de $] -4; +\infty[$ sur

$$K = f(] -4; +\infty[). \quad K =] -\infty; +\infty[\quad 0,25$$

9) $f(2) = 1.$

$$(f^{-1})'(1) = \frac{1}{f'(2)} \quad \text{car } f(2) = 1$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 2^3 + 12 \cdot 2^2 + 2}$$

$$\boxed{(f^{-1})'(1) = \frac{6}{17}} \quad 0,25$$

$$10) \quad \textcircled{A}: y = f'(2)(x-2) + f(2)$$

$$\textcircled{A}: y = \frac{14}{6}(x-2) + 1$$

$$\textcircled{A}: y = \frac{14}{6}x - \frac{8}{3} \quad 0,25$$

Soit A le point d'intersection de $(\textcircled{A})$ avec l'axe des ordonnées.

$$A \begin{pmatrix} 0 \\ f(2) \end{pmatrix}$$

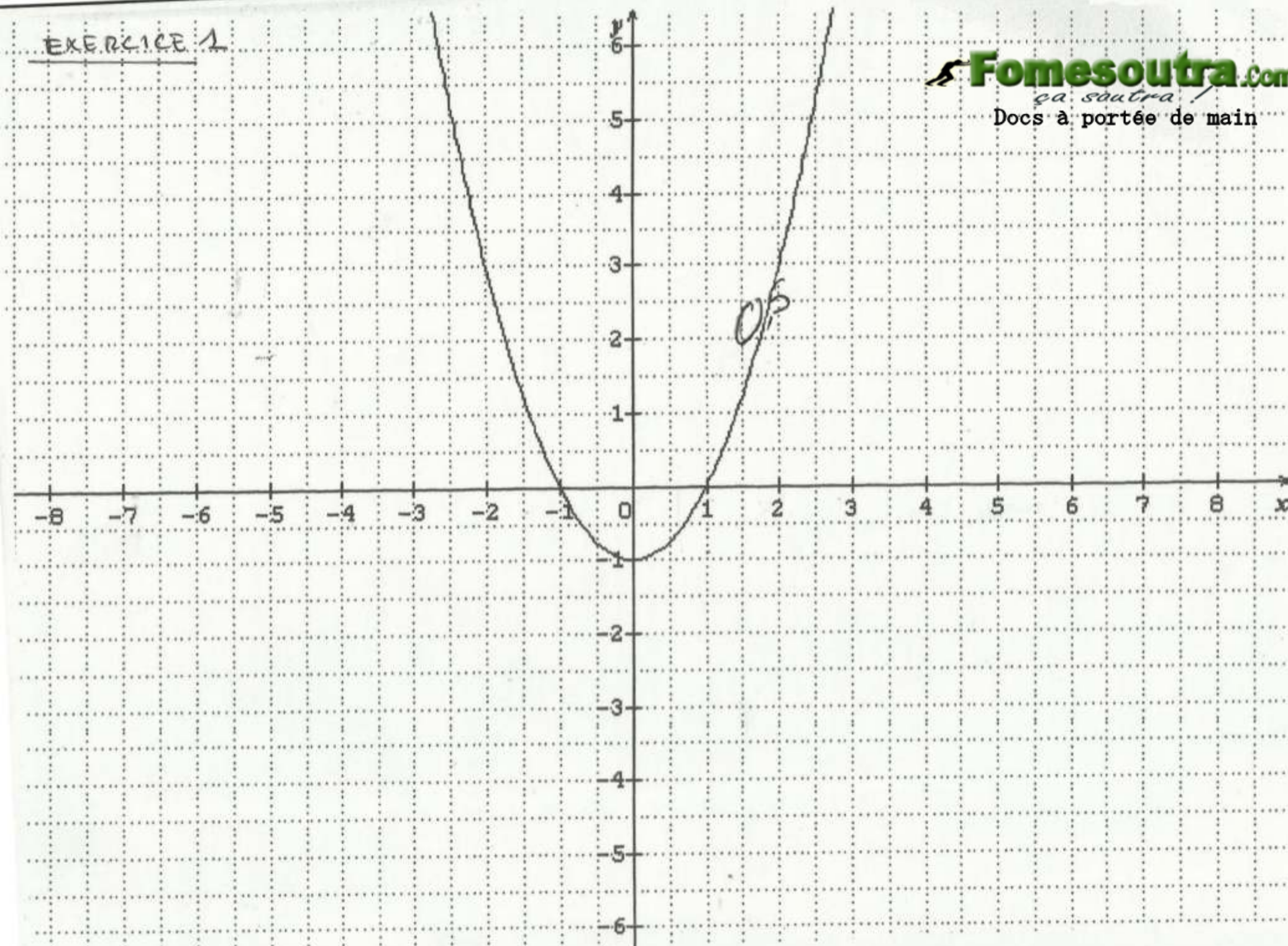
$$A \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad 0,25$$

 **Fomesoutra.com**
ça soutra !
Docs à portée de main

→ construction de $\textcircled{A}$ et $(\textcircled{A})$ (voir feuilles annexes)
0,25 0,5

EXERCICE 1

 **Fomesoutra.com**
ça s'entraîne !
Docs à portée de main



EXERCICE 3

