

Exo 1)

1a) 4 poulets, 3 pintades et 2 canards.

1a) $A^3_4 = 9 \times 8 \times 7 = 504$ 2a) $A^1_4 \times A^1_3 \times A^1_2 = 24$

b) $A^3_4 + A^3_3 = 4 \times 3 \times 2 + 3 \times 2 = 30$

3) Chaque enfant reçoit 1 poulet $A^3_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

4) a) Aucun canard $A^3_4 = 7 \times 6 \times 5 = 210$.

b) A^1 "Aucun Au moins 1 canard" $\bar{A}$ "aucun canard"

Exo 2)

1) Point moyen G II Tableau des calculs.

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$	$\bar{x} = \frac{21}{6} = 3,5$
1	183	1	33489	183	
2	189	4	35721	378	$\bar{y} = \frac{1203}{6} = 200,5$
3	198	9	39204	594	
4	204	16	41616	816	
5	210	25	44100	1050	
6	219	36	47961	1314	
21	1203	91	242091	4334	

2) $y = ax + b$ $a = \frac{\text{Cov}(x, y)}{V(x)}$

$$\text{Cov}(x, y) = \frac{\sum x_i y_i}{N} - \bar{x} \bar{y} = \frac{4335}{6} - (3,5 \times 200,5)$$

$$\text{Cov}(x, y) = 20,75$$

$$V(x) = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{91}{6} - 3,5^2 = 2,91$$

$$a = \frac{20,75}{2,91} = 7,13 \quad b = \bar{y} - a\bar{x} = 200,5 - 7,13 \times 3,5 = 175,54$$

$$\Rightarrow y = 7,13x + 175,54$$

a) En 2006 $x = 8$

$$y = 7,10 \times 8 + 175,63 = 232,43$$

$$\text{soit } 232,43 \times 10\,000 = 2\,324\,300 \text{ f.}$$

$$b) 225 = 7,10x + 175,63$$

$$225 = 175,63 = 7,10x$$

$$49,37_x = 7,10x$$

$$\Rightarrow x = 6,95 \quad \text{soit } 2005$$

Problème

Partie A.

Fomesoutra.com
ça soutra !

Docs à portée de main

$$g(x) = x - 5 + 5 \ln x, \forall x \in]0; +\infty[$$

1) Calcul de $g'(x)$.

$$\forall x \in]0; +\infty[, g'(x) = (x - 5 + 5 \ln x)' \Rightarrow g'(x) = 1 + \frac{5}{x} = \frac{x+5}{x}$$

2) Etude du signe de $g'(x)$.

$\forall x \in]0; +\infty[, x > 0$ dc le signe de $g'(x)$ est celui de $x-5$
 $x+5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$

$$\forall x \in]0; +\infty[, g'(x) > 0$$

Sens de variation.

$\forall x \in]0; +\infty[, g(x)$ est strictement croissante sur $]0; +\infty[$

3) Justifions que l'équation $g(x) = 0$ admet une solut^e uniq^e
 $\alpha \in [1; 2]$.

Dressons le TV.

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		
		
		

$\forall x \in]0; +\infty[, g$ est continue et strictement croissante sur $]0; +\infty[,$ elle réalise donc une bijection de $]0; +\infty[$ vers $g(]0; +\infty[)$.
Comme $[1; 2] \subset]0; +\infty[,$ Alors g

est bijective.

$$\text{On a : } g(1) = -4 \text{ et } g(2) = -3 + 5 \ln 2$$

$$g(1) \times g(2) < 0 \text{ par conséquent } \alpha \in [1; 2].$$

Calcul $g(1)$ et $g(2)$.

4) Determinons le signe de $g(x) \forall x \in]0; +\infty[$.

4) Reprenons le TV.

sur $]0; \alpha[$

x	0	α	$+\infty$
$g'(x)$		+	
$g(x)$			

$\forall x \in]0; +\infty[, 0$ est le maximum de $g(x) < 0$.

$\forall x \in]\alpha; +\infty[, 0$ est le minimum de $g(x) > 0$.

sur $]\alpha; +\infty[$

si $x = \alpha, g(x) = 0$.

Fomesoutra.com

Docs à portée de main

Partie B.

$$\forall x \in]0; +\infty[, f(x) = \frac{(x-5) \ln x}{x}$$

1a) Calculons $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ et interprétons.

$x \rightarrow 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-5) \ln x}{x} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty, \quad \text{Alors } x=0 \text{ est A.}$$

Verticale à Cf.

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-5) \ln x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right) \ln x = +\infty.$$

2a) Calcule de $f'(x)$.

$$\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{[\ln x + \frac{1}{x}(x-5)]x - (x-5) \ln x}{x^2} = \frac{x \ln x + x - 5 - x \ln x + 5 \ln x}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{x - 5 + 5 \ln x}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

c) Dressons le TV

Sens de variation.

$\forall x \in]0; +\infty[$, $f'(x)$ et $g(x)$ ont le même signe car $x^2 > 0$.

par conséquent $\forall x \in]0; +\infty[$ $f'(x) < 0$

$\forall x \in]\alpha; +\infty[$ $f'(x) > 0$

si $x = \alpha$ $f'(x) = 0$.

3) Construction de Cf. Echelle : 1 cm.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{(x-5) \ln x}{x} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-5) \ln x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \text{ ou } x = 1$$

$$f(\alpha) = \frac{-(1,5-5)^2}{5 \times 1,5}$$

$$f(\alpha) = -1,6$$

$$\alpha = \frac{1+2}{2} = 1,5$$

a) Equation de la tangente au point d'abscisse 1.

$$y = f'(1)(x-1) + f(1); y = g(1)(x-1) + 0; y = -4(x-1)$$

$$(T_1) y = -4x + 4$$

b) Coordonnées du point d'intersection (D) et de l'axe des Ordonnées.

$$(D): y = -4x + 4; (OJ): x = 0 \quad * \text{ Son abscisse est } 0$$

* déterminons l'ordonnée

$$y = -4 \times 0 + 4$$

$$y=4.$$

le point est donc $A\left(\frac{0}{4}\right)$.

b) Calcul de $f(x)$.

Fomesoutra.com

ça s'entraîne !

Docs à portée de main

$$g(x)=0 \Leftrightarrow x-5+5 \ln x = 0$$

$$\Leftrightarrow 5 \ln x = 5-x$$

$$\ln x = \frac{5-x}{5}$$

$$f(x) = \frac{(x-5)\left(\frac{5-x}{5}\right)}{x} = \frac{(x-5)(x-5)}{5x}$$

$$f(x) = \frac{-(x-5)^2}{5x}$$

Partie C.

$$\begin{aligned} 1) f'(x) &= \left[x \ln x - x - \frac{5}{2} (\ln x)^2 \right]' \\ &= \ln x + \frac{1}{x} x - 1 - \frac{5}{2} \times 2 \times \frac{1}{x} \ln x. \end{aligned}$$

$$= \ln x - \frac{5}{x} \ln x = \frac{x \ln x - 5 \ln x}{x}$$

$$f'(x) = \frac{(x-5) \ln x}{x} = f(x).$$

$$2a) A = \int_1^e f(x) dx \quad VA = -4 [f(e) - f(1)]$$

$$f(e) = e \ln e - e - \frac{5}{2} (\ln e)^2 = -\frac{5}{2}; \quad f(1) = -1$$

$$A = -4 \left(-\frac{5}{2} + 1 \right) = 6 \text{ cm}^2$$