

## Sujet A

## SERIE G2

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotés 1/2 et 2/2.

Chaque candidat devra se munir de deux papiers millimétrés. Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.

Les tables trigonométriques et logarithmiques et les règles à calculs sont autorisées

**EXERCICE 1**

1. Soit  $h$  la fonction définie par :  $h(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

a. Vérifier que 1 est une racine de  $h$

b. Factoriser  $h(x)$  sous la forme de produit de degré 1

2. Justifier que  $h(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in ]-\infty; 1] \cup [2; 3]$

3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$   $\ln(x) + \ln(x^2 - 6x + 11) = \ln 6$

**EXERCICE 2**

L'indice moyen d'un salaire à évolué de la façon suivante :

Année $X_i$	1	2	3	4	5	6	7
Indice $Y_i$	165	176	193	202	222	245	253

1. Reproduire et Compléter le tableau suivant :

$X_i$	$Y_i$	$(X_i)^2$	$(Y_i)^2$	$(X_i Y_i)$	
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
					Total

2. Représenter cette série par un nuage de points.

Echelle : 2cm pour 1 an en abscisse et 1 cm pour 25 unités en ordonnée

3. Peut-on ajuster cette série par un ajustement affine ? justifier.

4. En utilisant la méthode des moindres carrés, calculer :

a. Les moyennes  $\bar{X}$  et  $\bar{Y}$

b. Les variances  $V(x)$  et  $V(y)$

c. La Covariance  $\text{Cov}(X; Y)$  des variables  $X$  et  $Y$

5. Déterminer une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés.

6. Quel est l'indice de l'année 9 ?

**PROBLEME**

**PARTIE A**

On considère la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{3x-2}{x(x-1)}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$ .
2. Dresser le tableau de signe de la fonction  $f$ , puis étudier son signe.

**PARTIE B**

Soit  $h$  la fonction par  $h(x) = \ln(x^3 - x^2)$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$

*Dans la suite on étudiera la fonction  $h$  sur l'intervalle  $]1; +\infty[$*

2. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x)$ . Interpréter si possible les résultats.
3. Calculer  $h'(x)$  et vérifier que  $h'(x) = f(x)$
4. Dresser le tableau de variation de la fonction  $h$  sur l'intervalle  $]1; +\infty[$
5. Démontrer que l'équation  $h(x) = 0$  admet sur l'intervalle  $]1; +\infty[$  une solution unique que l'on notera  $\alpha$

6. Démontrer que 
$$\begin{cases} \forall x \in ]1; \alpha[, h(x) < 0 \\ \forall x \in ]\alpha; +\infty[, h(x) > 0 \end{cases}$$

7. Dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité graphique 2cm, tracer la courbe  $(\Gamma_1)$  de la fonction  $h$  sur l'intervalle  $]1; +\infty[$  On donne  $\alpha = 1,14$

**PARTIE C**

1. Soit  $g$  la fonction définie sur  $]1; +\infty[$  l'intervalle par  $g(x) = 2x \ln x + (x-1) \ln(x-1) - 3x$   
 On note  $g'$  sa fonction dérivée.  $\forall x \in ]1; +\infty[$  Calculer  $g'(x)$ . Quelle constat faites-vous ?
2. On désigne par  $(h^{-1})$  la fonction réciproque de la fonction  $h$  sur l'intervalle  $]1; +\infty[$ . Dresser le tableau de variation de la fonction  $(h^{-1})$  sur l'intervalle  $] -\infty; +\infty[$
3. Dans le même repère que précédemment Tracer la courbe  $(\Gamma_2)$  de la fonction  $(h^{-1})$