

Sujet B

SERIE G2

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotés ½ et 2/2.

Chaque candidat devra se munir de deux papiers millimétrés. Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé
Les tables trigonométriques et logarithmiques et les règles à calculs sont autorisées

EXERCICE 1

- Soit h la fonction définie par : $h(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$
 - Vérifier que -1 est une solution de h
 - Factoriser $h(x)$ sous la forme de produit de degré 1
- Justifier que $h(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; -3] \cup [-1; 2]$
- Résoudre dans $\mathbb{R}$ $\ln(x) + \ln(x^2 + 2x - 5) = \ln 6$

EXERCICE 2

L'indice moyen d'un salaire à évolué de la façon suivante :

Année X_i	1	2	3	4	5	6	7
Indice Y_i	165	176	193	202	222	245	253

- Reproduire et Compléter le tableau suivant tel que $Z_i = \ln Y_i$:

Année X_i	1	2	3	4	5	6	7
Indice Z_i	5,105	5,170					

- Reproduire et Compléter le tableau suivant :

X_i	Z_i	$(X_i)^2$	$(Z_i)^2$	$(X_i Z_i)$	
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
					Total

- Représenter cette seconde série par un nuage de points.
Echelle : 2cm pour 1 an en abscisse et 1 cm pour 1 unité en ordonnée
- Peut-on ajuster série par un ajustement linéaire ? justifier.
- En utilisant la méthode des moindres carrés, calculer :
 - Les moyennes $\bar{X}$ et $\bar{Z}$
 - Les variances $V(X)$ et $V(Z)$
 - La Covariance $\text{Cov}(X; Y)$ des variables X et Z
- Déterminer une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés.
- On suppose que $z = 0,08x + 6$. Estimer l'indice z de l'année 9?

PROBLEME

PARTIE A.

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $I =]0; +\infty[$ par : $g(x) = \ln x - 1 - \frac{9}{2}x^2$

(où $\ln$ désigne le logarithme népérien).

1. Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$. Etudier son signe sur $]0; +\infty[$
2. Etudier le sens de variation de la fonction g (on ne demande pas les limites en 0 et en $+\infty$).
3. En déduire pour tout $x \in]0; +\infty[$ le signe de $g(x)$.

PARTIE B.

On se propose d'étudier la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = -9x + 5 - \frac{2\ln x}{x}$

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unités graphiques : 5 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. En déduire l'existence d'une asymptote que l'on précisera.
2. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
3. soit (Δ) la droite d'équation $y = -9x + 5$. On considère la fonction h définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = f(x) - (-9x + 5)$.
 - a. Démontrer que (Δ) est asymptote à la courbe C .
 - b. Calculer les coordonnées du point d'intersection de C et Δ .
 - c. Etudier la position relative de C et Δ sur $]0; +\infty[$.
4. a. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$. f' est la fonction dérivée de la fonction f
 - b. Vérifier que pour tout $x \in]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{x^2}$.
5. Déduire de la partie A le sens de variation de f sur $]0; +\infty[$.
6. Démontrer qu'il existe un seul réel α de l'intervalle $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ tel que $f(\alpha) = 0$.
7. Déterminer une équation de la tangente $(\mathcal{T})$ à la courbe C au point A d'abscisse 1.
8. Tracer C , $(\mathcal{T})$ et les asymptotes à la courbe C dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On donne $\alpha \approx 0,75$