

PARTIE A

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2e^{2x} - 5e^x + 2$

- 1- a) Résoudre l'équation : $x \in \mathbb{R}, 2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$
b) Résoudre l'équation : $x \in \mathbb{R}, g(x) = 0$
- 2- Démontrer que $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; -\ln 2[\cup]\ln 2; +\infty[, g(x) > 0 \\ \forall x \in]-\ln 2; \ln 2[, g(x) < 0 \end{cases}$

PARTIE B

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = 2x + 2 + \frac{e^x}{e^x - 1}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormée (O, I, J) d'unité 1 cm.

- 1- Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f .
- 2- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (On pourra remarquer que $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{e^x}{e^x - 1} = \frac{1}{1 - e^{-x}}$)
- 3- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$
b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus à la question 3-a précédente.
- 4- Démontrer que la droite (Δ_1) d'équation $y = 2x + 3$ est asymptote à (C_f) en $+\infty$. On admettra que la droite (Δ_2) d'équation $y = 2x + 2$ est asymptote à (C_f) en $-\infty$.
- 5- On considère par f' la fonction dérivée de f .
a) Calculer pour tout $x \neq 0, f'(x)$ et justifier que $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 1)^2}$
b) Dédire de la question 2 de la partie A le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x ainsi que les variations de la fonction f .
c) Etablir le tableau de variations de la fonction f .
- 6- Démontrer que $\Omega(0, \frac{5}{2})$ est un centre de symétrie pour la courbe (C_f)
- 7- Représenter graphiquement dans le repère orthonormée (O, I, J) , les droites $(\Delta_1); (\Delta_2)$ et la courbe (C_f)

PARTIE C

- 1- Justifier que la fonction F telle que $F(x) = x^2 + 2x + \ln(e^x - 1)$ est une primitive de f sur $]0; +\infty[$
- 2- Déterminer en cm^2 la valeur exacte puis l'arrondi d'ordre 2 de l'aire de la partie du plan limité par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = \ln 2$ et $x = \ln 4$