

PREPABAC TEST 9	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES : SÉRIE G2	ANNÉE SCOLAIRE: 2011-2012 DURÉE : 3 HEURES
-----------------	--	---

EXERCICE 1 :

Renforcement sur les calculs des dérivées des fonctions logarithmes Népériens et Exponentielles
Énoncé : Déterminer les dérivées des fonctions suivantes

PARTIE A

$$f(x) = \ln x + 2 ; g(x) = x \ln x - x ; h(x) = 3x \ln x + x^2 ; k(x) = x \ln |1 - x| + x^2 ; h(x) = (x - 1) \ln x ; h(x) = \frac{2 \ln x}{x + 1} ;$$

$$P(x) = \frac{2 \ln x}{x + 1} ; Q(x) = [\ln(x + 1)]^2 ; s(x) = e^x + \ln |x| ; r(x) = -2e^{x^2 + 1} - e^{-2x} ; s(x) = \frac{e^x}{\ln x} ; T(x) = \frac{e^x}{\ln x + 1} ;$$

$$f(x) = \frac{x + 2 + \ln x}{x} ; g(x) = x - 5 + 5 \ln x ; f(x) = \frac{1 + \ln x}{x} ; f(x) = x + 1 + 2 \ln \left(\frac{x}{x - 1} \right) ; f(x) = e^{2x} - 10e^x + 16$$

$$f(x) = (x + 1)e^{-x} - x^2 + 3 ; F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 4e^x + 6x ; f(x) = (2x^2 - 5x + 2)e^x ; f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 2} ; f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{\ln x}{x}$$

$$g(x) = (\ln x)^2 ; g(x) = e^{-x}(-3x + 1) + 1 ; g(x) = 2e^x - x - 2 ; g(x) = \frac{x}{e^{-x} - x} ; l(x) = e^{\ln(x+1)} ; h(x) = \ln(e^x - x)$$

PARTIE B

a) $f(x) = \ln(4x + 5)$	e) $f(x) = e^{(3-2x)}$
b) $f(x) = \ln x^2 + 3x + 4 $	d) $f(x) = e^{(2x^2 - 3x + 2)}$
c) $f(x) = \ln(x - 1)$	f) $f(x) = e^{\left(\frac{2x+3}{x+1}\right)}$
d) $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$	g) $f(x) = e^{(\sqrt{x})}$

PROBLEME

PARTIE A

On considère la fonction g définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = 1 - xe^{-x}$

1- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ (On remarquera que $xe^{-x} = \frac{x}{e^x}$) b) Soit g' la fonction dérivée de la fonction g.

Calculer et étudier pour tout x élément de $[0; +\infty[$ le signe de $g'(x)$

c) Etablir le tableau de variation de la fonction g.

2- En utilisant le tableau de variation de la fonction g, démontrer que $\forall x \in [0; +\infty[, g(x) > 0$

PARTIE B

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = e^{-x} + \ln x$. On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal (O, I, J) d'unité graphique 4 cm.

1- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu. b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2- Soit f' la fonction dérivée de f.

a) Calculer pour tout $x \in]0; +\infty[, f'(x)$ et Justifier que : $\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x}$

b) En utilisant la question 2 de la partie A, déterminer le signe de $f'(x)$

c) Etablir le tableau de variation de la fonction f.

3 a) Démontrer que l'équation $x \in]0; +\infty[, f(x) = 0$ admet une solution unique qu'on notera α .

b) Justifier que $0,5 < \alpha < 0,6$

3- a) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant

b) Construire la courbe (C_f) dans le repère (O, I, J).

x	0,5	1	1,5	2	2,5	3
f(x)						

Partie C

Soit G la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $G(x) = x \ln x - x$

a) Calculer $G'(x)$ b) Déterminer une primitive F de f sur $]0; +\infty[$

2) calculer en cm^2 la valeur exacte puis l'arrondi d'ordre 1 de l'aire S de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisse la courbe (C) les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.