

**EXERCICE 1**

- Trouver trois nombres réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que pour tout nombre réel  $x$ , on ait :  $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = (x-2)(ax^2 + bx + c)$
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :
  - $(E_1) : x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$  ;
  - $(E_2) : (\ln x)^3 + 3(\ln x)^2 - 4\ln x - 12 = 0$  ;
  - $(E_3) : e^{3x} + 3e^{2x} - 4e^x - 12 = 0$

**EXERCICE 2**

Les codes d'une entreprise sont constitués de trois chiffres distincts suivis d'une lettre de l'alphabet français.

**Exemples 245A et 018Q**

- Démontrer que le nombre de codes possibles est 18720.
  - Déterminer le nombre de codes constitués uniquement de chiffres impaires et terminés par **E**
- Justifier que le nombre de codes constitués d'une voyelle, d'un seul chiffre pair et d'aucun chiffre nul est 1440
- On rappelle que le code fiable est celui énoncé à la question 2. Calculer la probabilité pour que le code soit fiable.

**EXERCICE 3**

Une machine est achetée à 300.000 CFA. Le prix de revente, exprimé en centaine de francs, est donné en fonction du nombre d'années d'utilisation par le tableau suivant :

- Représenter le nuage de points associé à la série statistique  $(x_i; y_i)$  dans un repère orthogonal du plan.

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$y_i$	3000	2400	1920	1536	1229	983

Echelle : 2cm pour 1 année en abscisse et 1cm pour 20000 en ordonnée

- Calculer le coefficient de corrélation linéaire  $r$  entre  $x$  et  $y$  à  $10^{-2}$  près.
  - Un ajustement affine est justifié ?
  - On pose  $z = \ln(y)$ 
    - Déterminer par la méthode de MAYER, une équation de la droite de régression de  $z$  en  $x$
    - Construire la droite (D)
- On admet qu'une équation de cette droite est :  $z = -0.22x + 8.01$   
Donner une estimation du prix de revente de la machine après 10 ans d'utilisation

**PROBLEME****Partie A**

Soit  $g$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par  $g(x) = 1 - \ln x - x^2$ .

- Calculer  $g'(x)$  pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $]0; +\infty[$ . En déduire le sens de variation de la fonction  $g$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .
- Calculer  $g(1)$  et en déduire le signe de  $g(x)$  pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $]0; +\infty[$ .

**Partie B**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $f(x) = \frac{\ln x}{x} - x + 2$ .

- Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ . Interpréter graphiquement cette limite.
  - Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
  - Justifier que la droite (D) d'équation  $y = -x + 2$  est asymptote à la courbe (C).
  - Etudier la position de la courbe (C) par rapport à la droite (D).
- Montrer que  $\forall x \in ]0; +\infty[$ ,  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ .
  - Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .
- Déterminer les coordonnées du point A de la courbe (C) tel que la tangente en ce point soit Parallèle à l'asymptote (D).
  - Déterminer une équation de la droite (T), tangente à la courbe au point d'abscisse  $e$ .
- Démontrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans l'intervalle  $]0; 1[$ .  
On appelle B le point d'abscisse  $\alpha$ .
  - Montrer que, sur l'intervalle  $[2; 3]$  l'équation  $f(x) = 0$  a une unique solution, notée  $\beta$ .
- Dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , Placer les points A et B puis tracer les droites (D), (T) et (C).

NB : On donne  $\beta = 2,3$  et  $\alpha = 0,5$