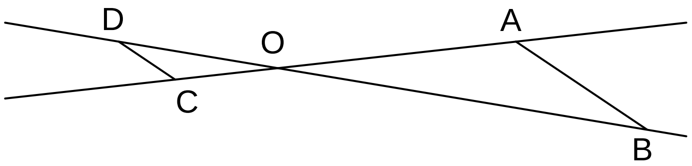
EXERCICE 1 - RENNES 2000.

Sur le dessin ci-dessous, les droites (AB) et (CD) sont parallèles ; les droites (AC) et (BD) sont sécantes en O.



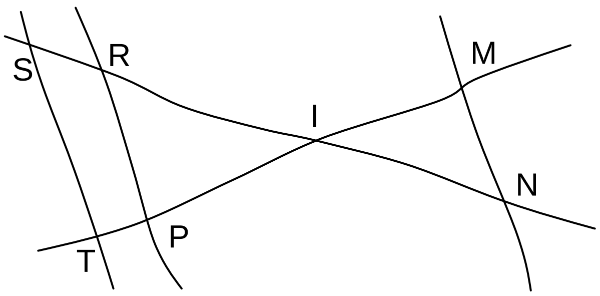
On donne :

$OA = 8\,cm \quad OB = 10\,cm \quad OC = 2\,cm \quad DC = 1{,}5\,cm$

1. Calculer la longueur du segment [AB].
2. Calculer la longueur du segment [OD].

EXERCICE 2 - CLERMONT-FERRAND 2000.

Sur la figure ci-après, tracée à main levée :



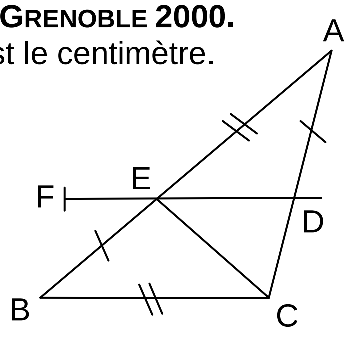
IR = 8 cm RP = 10 cm IP = 4 cm
IM = 4 cm IS = 10 cm IN = 6 cm IT = 5 cm

On ne demande pas de refaire la figure.

1. Démontrer que les droites (ST) et (RP) sont parallèles.
2. En déduire ST.
3. Les droites (MN) et (ST) sont-elles parallèles ? Justifier.

EXERCICE 3 - GRENOBLE 2000.

L'unité est le centimètre.



On considère le triangle ABC.
Soit E un point du segment [AB] ; la parallèle à la droite (BC) passant par E coupe le segment [AC] au point D.

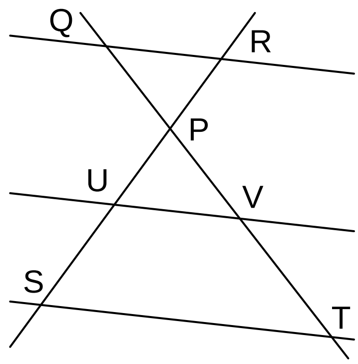
On donne AE = BC = 3 et EB = AD = 2.

1. Montrer que ED = 1,8.
2. Sur la demi-droite [DE), on place, comme indiqué sur la figure ci-contre, le point F tel que DF = 3.

Les droites (AD) et (BF) sont-elles parallèles ?

EXERCICE 4 - REUNION 2000.

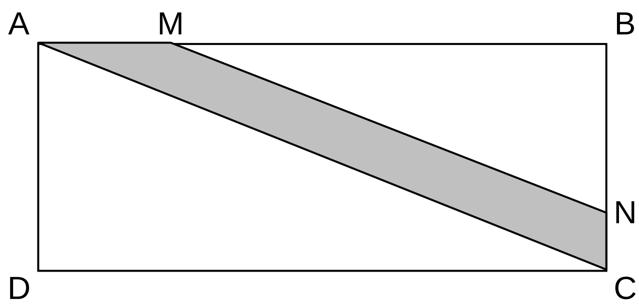
Calculer la valeur exacte de ST en utilisant les informations données.



RP = 4 cm
QR = 2,4 cm
PV = 2 cm
PS = 4,5 cm
(QR) // (UV)
(UV) // (ST)

EXERCICE 5 - NANTES 2000.

La figure ci-dessous représente un champ rectangulaire ABCD traversé par une route de largeur uniforme (partie grise).

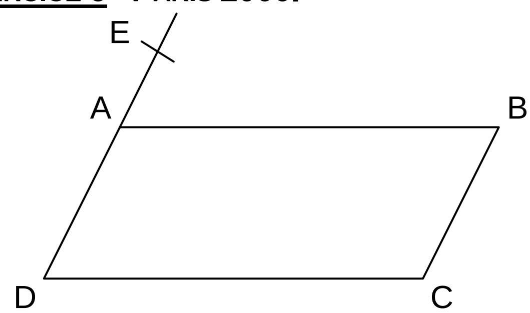


On donne : AB = 100 m BC = 40 m AM = 24 m
Les droites (AC) et (MN) sont parallèles.

Calculer :

1. La valeur arrondie au décimètre prés de la longueur AC.
2. La longueur MB.
3. La longueur BN.

EXERCICE 6 - PARIS 2000.



ABCD est un parallélogramme :

- AB = 8 cm AD = 4,5 cm ;
- E est le point de la droite (AD) tel que AE = 1,5 cm et E n'est pas sur le segment [AD] ;
- la droite (EC) coupe le segment [AB] en M.

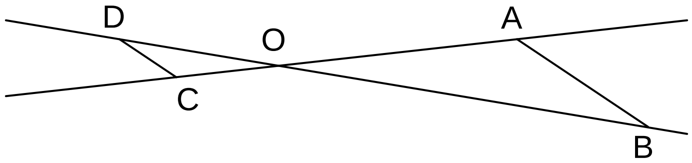
1. Calculer AM.
2. Placer le point N sur le segment [DC] tel que :

$$DN = \frac{3}{4} DC$$

Démontrer que les droites (AN) et (EC) sont parallèles.

Correction des exercices

Exercice 1



OA = 8 cm
OB = 10 cm
OC = 2 cm
DC = 1,5 cm

Calculons AB etOD

On sait que les droites (AC) et (BD) sont sécantes en O et que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

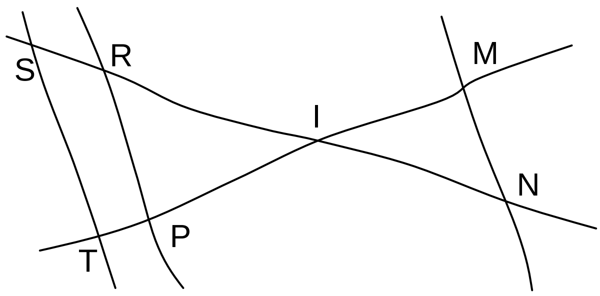
Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD} \quad \text{donc} \quad \frac{8}{2} = \frac{10}{OD} = \frac{AB}{1,5}$$

$$\frac{8}{2} = \frac{AB}{1,5} \text{ donc } AB = \frac{8 \times 1,5}{2} = 6 \quad \text{donc : } \boxed{AB = 6 \text{ cm}}$$

$$\frac{8}{2} = \frac{10}{OD} \text{ donc } OD = \frac{2 \times 10}{8} = 2,5 \quad \text{donc : } \boxed{OD = 2,5 \text{ cm}}$$

Exercice 2



IR = 8 cm
RP = 10 cm
IP = 4 cm
IM = 4 cm
IS = 10 cm
IN = 6 cm
IT = 5 cm

1°) Démontrons que les droites (ST) et (RP) sont pa rallèles

Les droites (SR) et (TP) sont sécantes en I

$$\frac{IR}{IS} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \qquad \text{et} \qquad \frac{IP}{IT} = \frac{4}{5}$$

On constate que $\frac{IR}{IS} = \frac{IP}{IT}$

Par ailleurs, les points S, R, I d'une part et T, P, I d'autre part, sont alignés dans le même ordre.

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès :

Les droites (ST) et (RP) sont parallèles

2°) Cherchons si les droites (MN) et (ST) sont para llèles

Les droites (SN) et (MT) sont sécantes en I

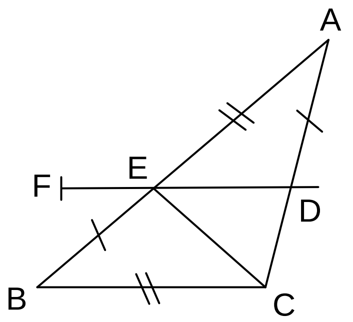
$$\frac{IM}{IT} = \frac{4}{5} \qquad \text{et} \qquad \frac{IN}{IS} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

On constate que $\frac{IM}{IT} \neq \frac{IN}{IS}$

Donc d'après le théorème de Thalès

Les droites (MN) et (ST) ne sont pas parallèles

Exercice 3

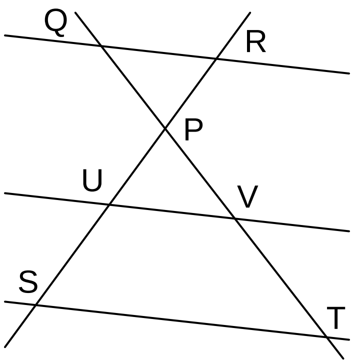


AE = BC = 3 cm
EB = AD = 2 cm
(ED) // (BC)

1. **Calculons ED**
   AB = AE + EB = 3 + 2 = 5 cm
   On sait que les droites (BE) et (CD) sont sécantes en A et que les droites (ED) et (BC) sont parallèles.
   D'après le théorème de Thalès :
   $\frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BC}$ donc : $\frac{3}{5} = \frac{ED}{3}$ d'où $ED = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5} = 1{,}8$
   $\boxed{ED = 1{,}8 \text{ cm}}$

2. **Cherchons si les droites (AD) et (BF) sont parallèles**
   Les droites (DF) et (AB) sont sécantes en E.
   $\frac{ED}{EF} = \frac{1{,}8}{1{,}2} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$ et $\frac{EA}{EB} = \frac{3}{2}$
   On constate que $\frac{ED}{EF} = \frac{EA}{EB}$
   De plus les points F, E, D d'une part et B, E, A d'autre part, sont alignés dans le même ordre.
   Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès
   $\boxed{\text{Les droites (AD) et (BF) sont parallèles}}$

Exercice 4



RP = 4 cm
QR = 2,4 cm
PV = 2 cm
PS = 4,5 cm
(QR) // (UV)
(UV) // (ST)

Calculons ST

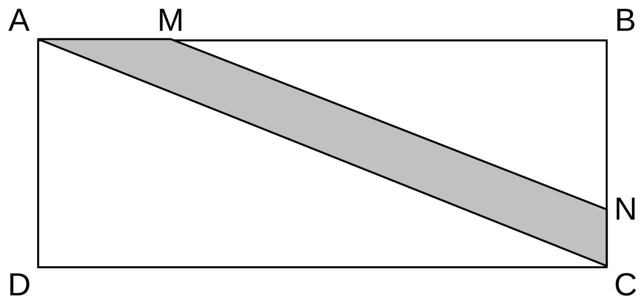
On sait que (QR) // (UV) et que (UV) // (ST)
Or, si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.
Donc : (QR) // (ST)

On sait que les droites (RS) et (QT) sont sécantes en P et que les droites (QR) et (ST) sont parallèles.
Donc d'après le théorème de Thalès

$\frac{PR}{PS} = \frac{QR}{ST}$ donc : $\frac{4}{4,5} = \frac{2,4}{ST}$ d'où $ST = \frac{4,5 \times 2,4}{4} = 2,7$

$\boxed{ST = 2,7 \text{ cm}}$

Exercice 5



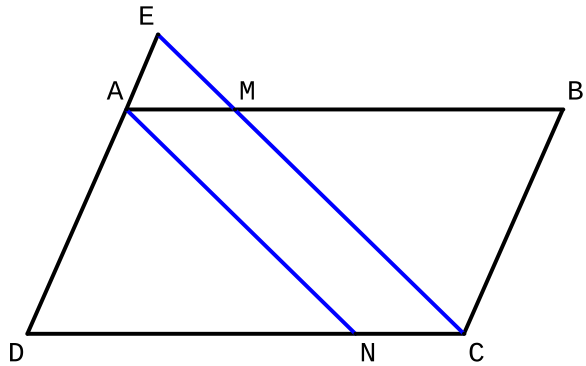
ABCD est un rectangle
(MN) // (BC)
AB = 100 m
BC = 40 m
AM = 24 m

1. **Calculons AC**
ABCD est un rectangle, donc le triangle ABC est rectangle en B
D'après le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 100^2 + 40^2 = 10\,000 + 1\,600 = 11\,600$
$AC = \sqrt{11\,600}$
Donc $\boxed{AC \approx 107,7 \text{ m}}$
(remarque : on ne demande pas de donner la réponse en dm, mais de donner une valeur arrondie au dm : on donne donc la réponse en mètre, avec un chiffre après la virgule).

2. **Calculons MB**
MB = BA – AM = 100 – 24 = 76
Donc : $\boxed{MB = 76 \text{ m}}$

3. **Calculons BN**
On sait que les droites (AM) et (NC) sont sécantes en A et que les droites (MN) et (AC) sont parallèles.
Donc d'après le théorème de Thalès :
$\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC}$ d'où $\frac{76}{100} = \frac{BN}{40}$ donc : $BN = \frac{76 \times 40}{100} = 30,4$
$\boxed{BN = 30,4 \text{ m}}$

Exercice 6



ABCD est un parallélogramme
AB = 8 cm
AD = 4,5 cm
AE = 1,5 cm
DN = $\frac{3}{4}$ DC

1. **Calculons AM**
On sait que ABCD est un parallélogramme
Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.
Donc : (AD) // (BC) donc : (AE) // (BC)

MB = AB – MA = 8 - MA
On sait que les droites (CE) et (AB) sont sécantes en M et que les droites (AE) et (BC) sont parallèles.
Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{MA}{MB} = \frac{AE}{BC} \quad \text{donc} \quad \frac{MA}{8 - MA} = \frac{1,5}{4,5} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{MA}{8 - MA} = \frac{1}{3} \quad \text{donc :} \quad 3 \times MA = 1 \times (8 - MA)$$

$$3\ MA = 8 - MA$$
$$3\ MA + MA = 8$$
$$4\ MA = 8$$
$$MA = \frac{8}{4} = 2$$
$$\boxed{MA = 2\ cm}$$

2. **Démontrons que les droites (AN) et (EC) sont parallèles**

$$DN = \frac{3}{4} DC \quad \text{donc} \quad \frac{DN}{DC} = \frac{3}{4} \quad \left(\text{ou : } \frac{DN}{DC} = \frac{\frac{3}{4}DC}{DC} = \frac{3}{4}\right)$$

DE = DA + AE = 4,5 + 1,5 = 6 cm
Les droites (AE) et (NC) sont sécantes en D.

$$\frac{DA}{DE} = \frac{4,5}{6} = \frac{45}{60} = \frac{15 \times 3}{15 \times 4} = \frac{3}{4} \quad \text{et} \quad \frac{DN}{DC} = \frac{3}{4}$$

On constate que $\frac{DA}{DE} = \frac{DN}{DC}$
De plus les points D, A, E d'une part et D, N, C d'autre part, sont alignés dans le même ordre.
Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès

$$\boxed{(AN) // (EC)}$$