

AVRIL 2007

CONCOURS INGÉNIEURS DES TRAVAUX STATISTIQUES

ITS Voie B Option Économie

ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE

(Durée de l'épreuve : 2 heures)

Note : L'épreuve est composée de trois exercices indépendants qui peuvent être traités dans un ordre indifférent. La note finale tiendra compte, de façon non négligeable, des commentaires demandés explicitement.

Attention : Le tableau 3, dûment complété dans le cadre de l'exercice 2, devra être remis avec votre copie.



Exercice 1

- 1) D'après les données du tableau 1, calculer les taux bruts de mortalité (définis comme le rapport du nombre de décès durant une année donnée, à la population moyenne de cette année) du Royaume-Uni et de la Côte d'Ivoire pour 2001. Commenter.
- 2) Calculer le nombre de décès qui seraient survenus dans chaque tranche d'âge en Côte d'Ivoire, si ce pays avait les taux de mortalité par âge du Royaume-Uni. Commenter.

Tableau 1 - Données Population et mortalité



Age	Côte d'Ivoire			Royaume-Uni		
	Population en 2001	Décès en 2001	Taux bruts de mortalité (en ‰)	Population en 2001	Décès en 2001	Taux bruts de mortalité (en ‰)
<1	544.130	73.900	135,8	645.170	3.569	5,5
1-4	1.921.980	25.764	13,4	2.801.530	618	0,2
5-14	4.339.460	11.242	2,6	7.732.450	961	0,1
15-24	3.571.960	19.286	5,4	7.223.660	3.573	0,5
25-34	2.157.190	35.399	16,4	8.420.970	6.112	0,7
35-44	1.520.950	29.959	19,7	9.132.020	12.068	1,3
45-54	1.078.630	21.771	20,2	7.847.850	26.750	3,4
55-64	698.250	19.435	27,8	6.335.340	56.813	9,0
65-74	376.540	20.849	55,4	4.931.980	124.728	25,3
75-84	124.430	15.084	121,2	3.294.350	214.389	65,1
+ de 85	14.331	3.503	244,4	1.175.390	195.161	166,0
Total	16.347.851	276.192		59.540.710	644.742	

Exercice 2

On dispose d'une table de survie relative à un groupe de 1000 personnes nées la même année et suivies à partir de leur naissance (âge 0).

Tableau 2 - Table de survie

i	âge (exprimé en années) x_i	Nombre de survivants à cet âge Sx_i
1	0	1000
2	10	850
3	20	800
4	30	750
5	40	650
6	50	530
7	60	430
8	70	330
9	80	180
10	90	5
11	100	0



1) Calculer :

- la probabilité pour une personne venant de naître et dont la loi de mortalité serait celle que traduit le tableau 2, de décéder avant l'âge de 40 ans.
- la probabilité pour une personne venant de naître et dont la loi de mortalité serait celle que traduit le tableau 2, de décéder après l'âge de 70 ans.
- la probabilité pour une personne venant de naître et dont la loi de mortalité serait celle que traduit le tableau 2, de décéder entre 30 et 60 ans.
- la probabilité pour une personne venant de naître et dont la loi de mortalité serait celle que traduit le tableau 2, de décéder avant 30 ans ou après 60 ans.
- la probabilité pour une personne ayant atteint l'âge de 20 ans d'atteindre l'âge de 60 ans.
- la probabilité pour une personne ayant atteint l'âge de 30 ans de décéder avant l'âge de 80 ans.

2) On définit la variable $d(x, x+a)$ comme étant le nombre de décès entre deux âges séparés de a années. De même, on définit la variable aq_x comme étant le rapport entre $d(x, x+a)$ et le nombre de survivants à l'âge x . En utilisant les données du tableau 2, calculer $d(x, x+10)$ et $10q_x$ pour chacune des classes d'âge du tableau (**pour ce faire, vous complétez le tableau 3 que vous remettrez avec votre copie**).

3) On définit l'espérance de vie à l'âge x par la formule suivante :

$$e_x = x + \frac{1}{S_x} \sum_{i=k}^{10} d(x_i, x_i + 10) * \left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2} - x \right) \text{ où } i \text{ est défini dans le tableau 2, } k \text{ étant la}$$

valeur de l'indice i dans le tableau 2 correspondant à l'âge x (exemple : pour le calcul de e_{20} , espérance de vie à 20 ans, $k=3$).

Calculer e_0 et e_{70} . Interpréter.

Exercice 3

Le tableau 4 donne le nombre d'entrées dans un parc de loisirs et le prix moyen du billet de 1985 à 2004.

Tableau 4

<i>ANNEE</i>	<i>ENTREES</i> (millions)	<i>PRIX BILLET</i> (euros)
1985	355	2,10
1986	328	2,22
1987	312	2,52
1988	292	2,87
1989	276	3,13
1990	235	3,78
1991	203	4,37
1992	184	5,41
1993	184	6,62
1994	179	8,57
1995	177	11,21
1996	179	13,37
1997	175	16,01
1998	202	20,48
1999	191	23,45
2000	175	24,94
2001	168	26,96
2002	137	27,66
2003	125	29,12
2004	121	31,45

- 1) Tracer la courbe du nombre d'entrées. Commenter le graphique, en distinguant trois périodes dans l'évolution.

Par lecture graphique, déterminer approximativement le nombre d'entrées pour 2005.

- 2) On veut étudier la relation existant entre le nombre d'entrées et le prix du billet. On utilisera, pour cela, l'information des années 1985, 1989, 1993, 1997, 2001 et 2004.

On veut montrer que l'évolution du nombre d'entrées dépend de l'évolution relative du prix du billet par rapport à l'indice général des prix : par exemple, le nombre des entrées baisse quand le prix du billet augmente plus vite que l'indice général des prix (IGP).

L'IGP, base 100 en 1985, est le suivant sur les années retenues :



1989	: 123,9
1993	: 171,2
1997	: 307,9
2001	: 569,9
2004	: 695,7

Calculer les indices du prix relatif du billet P suivant la formule :

$$P = 100 \times (\text{indice du prix du billet} / \text{IGP})$$

- 3) Représenter sur un graphique les couples (indice du prix relatif du billet P, nombre d'entrées E). Commenter.

Tracer la droite ajustant au mieux l'ensemble des points tracés : $E = 450 - 1,3 P$

Sachant que le prix du billet a subi en 2005 la même hausse qu'en 2004 et que l'indice général des prix a augmenté de 3,1 % de 2004 à 2005, estimer à partir de la relation précédente, le nombre d'entrées en 2005. Comparer au résultat obtenu à la question 1.

Que pensez-vous des deux méthodes ?

TABLEAU 3

(A RENDRE IMPERATIVEMENT AVEC VOTRE COPIE)



i	Age (exprimé en années) x_i	Nombre de survivants à cet âge S_{x_i}	Nombre de décès entre deux âges $d(x_i, x_i+10)$	$10q_{x_i}$
1	0	1000		
2	10	850		
3	20	800		
4	30	750		
5	40	650		
6	50	530		
7	60	430		
8	70	330		
9	80	180		
10	90	5		
11	100	0		