

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE  
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE  
ABIDJAN**

**AVRIL 2002**

**CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES**

**VOIE B**

**OPTION MATHEMATIQUES**

**EPREUVE DE CALCUL NUMERIQUE**

**DUREE : 2 HEURES**

-----



**Exercice N° 1**

On considère tous les nombres entiers naturels que l'on peut écrire en permutant les chiffres : 1, 2, 3, 4, 5.

- 1) Combien peut-on former de nombres de cette manière ?
- 2) On range ces nombres dans l'ordre croissant.
  - a) Quel est le plus petit de ces nombres ? Quel est le plus grand ?
  - b) Quel est le 40<sup>ième</sup> ?
  - c) Quel rang occupe 43251 ?
- 3) Quelle est la somme de tous ces nombres ?

## Exercice N° 2

$\mathbf{R}^{**}$  désigne l'ensemble des nombres réels strictement positifs.

Soit la fonction numérique définie sur  $\mathbf{R}^{**}$  par :



$$f(x) = x - 4 + \frac{1}{4} \ln|x|$$

où  $\ln$  est la fonction logarithme népérien.

1) Montrer que l'équation  $f(x)=0$  admet, dans  $\mathbf{R}^{**}$ , une solution unique  $m$  telle que  $3 < m < 4$

2) Soit  $g$  la fonction numérique définie sur  $\mathbf{R}^{**}$  par :

$$g(x) = 4 - \frac{1}{4} \ln|x|$$

a) Etudier les variations de  $g$  et montrer que l'image par  $g$  de l'intervalle  $[3,4]$  est contenue dans l'intervalle  $[3,4]$ .

b) Montrer que, pour tout  $x$  de  $[3,4]$ , on a  $|g'(x)| \leq \frac{1}{12}$

3) On considère la suite  $(u_n)$ ,  $n$  appartenant à l'ensemble des entiers naturels  $\mathbf{N}$ , définie par  $u_0=3$  et, pour tout  $n$  de  $\mathbf{N}$ ,  $u_{n+1}=g(u_n)$ .

a) Démontrer que, pour tout  $n$  de  $\mathbf{N}$ , on a  $3 \leq u_n \leq 4$

b) Montrer que, pour tout  $n$  de  $\mathbf{N}$ ,  $|u_{n+1} - m| \leq \frac{1}{12} |u_n - m|$ . En déduire que, pour tout  $n$  de  $\mathbf{N}$ ,  $|u_n - m| \leq \frac{1}{12^n}$

c) Montrer que la suite  $(u_n)$  converge et déterminer sa limite.

d) En déduire une valeur approchée de  $m$  à 0,01 près.

### Exercice N° 3

On calcule la valeur actuelle nette à la période  $t=0$  sous la forme :



$$VAN = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{f_t}{(1+a)^t}$$

où :  $I_0$  est la mise de fonds initiale,  $n$  la durée de vie de l'équipement et  $f_t$  le flux de liquidités net de l'investissement à la période  $t$ . Le taux d'actualisation noté « $a$ » dans la formule constate une différence de valeur entre une somme disponible aujourd'hui et la même somme disponible dans le futur. L'actualisation permet alors de comparer des sommes disponibles à des périodes différentes, en ramenant chacune d'entre elles à sa valeur actuelle, en  $t=0$ .

Une entreprise dispose de 175.000 euros qu'elle peut utiliser pour investir.

En matière d'investissement, l'entreprise a le choix entre les deux projets A et B, dont la mise de fonds initiale, en  $t=0$ , est la même : 175.000 euros. Les résultats comptables attendus par l'entreprise sur les périodes suivantes sont donnés dans le tableau suivant :

Périodes	1	2	3	4	5
Projet A	130.000	120.000	120.000	40.000	20.000
Projet B	30.000	30.000	100.000	120.000	150.000

En supposant que le taux d'actualisation est nul, puis est égal à 12%, calculez la valeur actuelle nette de chaque projet.