

PGP 2008

Exercice 1 :

- 1)  $S(n+1) = 0,96 S(n)$   
 ( $S$ ) est géométrique de raison 0,96  
 $S(n) = 0,96^n \times 10^6 \text{ m}^2$
- 2)  $S(n) < 10^2 \Rightarrow n \times \ln(0,96) < -4 \times \ln 10$   
 $\Rightarrow n > -\frac{4 \ln(10)}{\ln(0,96)}$   
 $\Rightarrow n > 56,41$   
 Au bout de 57 jours....

Exercice 2 :

- 1) La probabilité pour que :  
 - A gagne un set contre B est : 0,6  
 - A perde un set contre B est 0,4  
 $P = 2(0,4 \times 0,6^2) = 0,288$
- 2)  $p = 0,4^2 + 2(0,4^2 \times 0,6) = 0,352$
- 3) La probabilité que A gagne une partie est  $1 - 0,352 = 0,648$ .  
 Soit  $X$  le nombre de parties remportées par A sur les trois.  
 $P(X = 2) = C_3^2 (0,648)^2 (0,352) = 0,443$

Exercice 3 :

- 1)  $D_f = \mathbb{R}$   
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- $$f'(x) = 1 - e^{-3x}(1 + 3x)$$
- $$f''(x) = 9xe^{-3x}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+
$f'(x) = 0$			

$f'(0) = 0 \Rightarrow f'(x) > 0$  pour tout nombre réel  $x$   
 $\Rightarrow f$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$

2) a-

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ f(x) - \left( x - \frac{2}{3} \right) \right] &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ f(x) - \left( x - \frac{2}{3} \right) \right] &= -\infty \end{aligned} \right\} \text{La droite d'équation } y = x - \frac{2}{3} \text{ est asymptote à (C) en } +\infty.$$

b- Le signe de  $f(x) - \left( x - \frac{2}{3} \right)$  est celui de  $x + \frac{2}{3}$

Si  $x > -\frac{2}{3}$  alors (C) est au-dessus de (D)

Si  $x < -\frac{2}{3}$  alors (C) est au-dessous de (D).

c-  $f''(0) = 0$  et  $f''(x)$  change de signe au voisinage de 0 : le point  $O(0; 0)$  est un point d'inflexion

3)

Tableau des valeurs de f

x	-4	-2	0	2	4
f(x)		-540,5	0	1,7	3,42
y			$-\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	

