

Exercice n° 1

Soit $\theta \in [0, \pi]$

- 1) Déterminer les réels r et α tels que $e^{i\theta} + \sin\theta = r \cos(\theta - \alpha)$.
- 2) On pose $z = \cos\theta + i \sin\theta$
 Déterminez le module et un argument de $z + i\bar{z}$ et de $z - i\bar{z}$.

Exercice n° 2

- 1) Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}^*$,

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
- 2) Un sac contient n jetons, numérotés de 1 à n , $n \in \mathbb{N}$ et $n \geq 2$.
 On extrait simultanément deux jetons du sac.

Soit X la variable aléatoire égale au plus grand des deux nombres inscrits sur les jetons tirés.

- a- Déterminer la loi de probabilité de X .
- b- Calculer l'espérance mathématique de X .

Exercice n° 3

Soient les fonctions g et f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} telles que :

$$g(x) = -1 + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2} \quad \text{et} \quad f(x) = \ln \left[\left(\frac{2}{(x-1)^2} + \frac{1}{x-1} - 1 \right)^2 \right]$$

- 1) Donner les limites de g aux bornes de son ensemble de définition D_g .
- 2) Construire le tableau des variations de g .
- 3) En déduire le tableau des variations de $(g)^2$, puis celui de f .
 Etudier les branches infinies éventuelles de f .
- 4) Construire la courbe (C) de f .