Corrigé

ASSAINISSEMENT 2007

Exercice 1

1)

$U = \frac{iz - 2 + 4i}{z - i} = \frac{iz + 1 + (-3 + 4i)}{z - i}$

$= \frac{i(z - i)}{z - i} + \frac{-3 + 4i}{z - i} = i + \frac{-3 + 4i}{z - i} \neq i$

d'où $U \neq i$

2) $pq = (z - i)\frac{-3 + 4i}{z - i} = -3 + 4i$

3) $p = q \Leftrightarrow z - i = \frac{-3 + 4i}{z - i} \Leftrightarrow (z - i)^2 = -3 + 4i$ or $-3 + 4i = (1 + 2i)^2$

d'où $(z - i)^2 = (1 + 2i)^2 \Rightarrow z \in \{1 + 3i, -1 - i\}$

4) $z = \frac{iz - 2 + 4i}{z - i}$ ou $z = U \Leftrightarrow p = q$

$\Leftrightarrow z \in \{1 + 3i, -1 - i\}$

Exercice 2

1)Considérons la situation contraire : la probabilité d'avoir aucun bilet gagnant est $\frac{C_{20}^3}{C_{25}^3} = 0,495$

d'où la probabilité demandée est : $1 - \frac{C_{20}^3}{C_{25}^3} = 0,5043$

2) La probabilité du contraire est : $\left(\frac{20}{25}\right)^3$

d'où la probabilité demandée est : $1 - \left(\frac{20}{25}\right)^3 = 0,488$

Le premier a une meilleure stratégie

Exercice 3

1) Ensemble de définition de la fonction f: Df = ℝ =]-∞, +∞[

a) Calcul de limites

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

b) $f'(x) = 1 - (3x + 1)e^{-3x}$

$f''(x) = 9x\, e^{-3x}$

Il est évident que $f''(x)$ a, sur ℝ, le signe de x.

$f'(0) = 0$

Sur]-∞,0] f'(x) décroît jusqu'à 0

Corrigé

Sur $]0, +\infty[$ f'(x) croît à partir de 0

Signe de f '(x)

Si $x < 0$ alors $f'(x) > 0$

Si $x > 0$ alors $f'(x) > 0$

c- Tableau de variation de f

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f '(x)	+	0	+
f(x)	$-\infty$ ↗	0	↗ $+\infty$

2) (D) $y = x - \frac{2}{3}$

Sur l'intervalle $\left]-\infty, -\frac{2}{3}\right]$, la courbe (C) est en dessous de (D)

Sur l'intervalle $\left[-\frac{2}{3}, +\infty\right[$, la courbe (C) est au dessus de (D)

3) Tracé de la courbe ( )