

**CONCOURS DIRECT D'ACCES AU CYCLE DE FORMATION
DES TECHNICIENS D'ASSAINISSEMENT
SESSION 2007**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

DUREE : 02 heures

Exercice n° 1

z étant un nombre complexe différent de i , on considère le nombre complexe

$$u = \frac{iz - 2 + 4i}{z - i}$$

- 3) Montrer que u est différent de i .
- 4) Soit $p = z - i$ et $q = u - i$. Montrer que $pq = -3 + 4i$
- 5) Déterminer les nombres complexes z tels que $p = q$
- 6) Dédire de ce qui précède les solutions de l'équation : $z = \frac{iz - 2 + 4i}{z - i}$

Exercice n° 2

L'amicale d'une entreprise organise une loterie une fois par mois. Chaque fois, elle met en vente 25 billets numérotés de 1 à 25. Ensuite 5 numéros, choisis au hasard parmi ces 25 numéros sont déclarés gagnants.

- 1) Le premier mois, Monsieur ALI achète 3 billets. Calculer la probabilité qu'il ait au moins un numéro gagnant.
- 2) Monsieur YAO achète un billet par mois pendant trois mois consécutifs. Calculer la probabilité qu'il ait au moins un billet gagnant.

Lequel des deux a eu la meilleure stratégie ?

Exercice n° 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \left(x + \frac{2}{3}\right)e^{-3x} + x - \frac{2}{3}$

On appelle (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal d'unité graphique 3 cm.

- 1) a) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$
 b) Déterminer les dérivées première et seconde de f
 En déduire le sens de variation de f' (on montrera que $f''(x)$ a le signe de x)
 Donner alors le signe de $f'(x)$.
 c) Etablir le tableau des variations de la fonction f .
- 2) Montrer que la courbe (C) admet au voisinage de $+\infty$ une asymptote (D) : étudier les positions relatives de (C) et (D).
- 3) Tracer la courbe (C), son asymptote (D) et la tangente à (C) à l'origine du repère.
- 4) Calculer l'aire, en cm^2 , du domaine plan limité par (C), l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 2$