

Exercice n° 1

Le contrôle de véhicules à un poste frontière est assuré soit par le douanier A avec la probabilité 0,35, soit par le douanier B avec la probabilité 0,45, soit par le douanier C. Le douanier A détecte les fraudeurs avec la probabilité 0,7, B avec la probabilité 0,8 et le douanier C avec la probabilité 0,75.

- 1) Quelle la probabilité pour qu'un fraudeur se présentant au hasard à ce poste passe sans se faire découvrir.
- 2) Un fraudeur est pris à ce poste. Calculer la probabilité qu'il ait été contrôlé par le douanier A.

Exercice n° 2

On considère la suite  $(U_n)$  définie par ses deux premiers termes  $U_0 = 1$  ;  $U_1 = 2$  et par la relation  $U_{n+2} = \frac{3}{9} U_{n+1} + \frac{1}{2} U_n$ , pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

Soit  $(V_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $V_n = U_{n+1} - U_n$ .

- 1) Montrer que la suite  $(V_n)$  est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.  
Calculer  $V_n$  en fonction de  $n$ .
- 2) En déduire  $U_n$  en fonction de  $n$ . Déterminer la limite de  $(U_n)$  quand  $n$  tend vers l'infini.
- 3) Déterminer le plus petit entier  $n$  tel que  $|U_n - 3| < 10^{-5}$

Exercice n° 3

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$

- 1) Étudier  $f$  sur  $D_f$  le domaine de définition de  $f$ .
- 2) Le plan est rapporté à un repère orthogonal dont les unités graphiques sont : en abscisse 10 cm, en ordonnée 5 cm.  
Tracer la courbe représentative  $(C)$  de la fonction  $f$ .
- 3) Calculer pour tout  $x$  réel de l'ensemble de définition, la somme  $f(x) + f(1-x)$   
Que représente alors le point  $A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$  pour la courbe  $(C)$  ?
- 4) a) Soit  $\lambda$  un réel tel que  $\frac{1}{2} \leq \lambda < 1$  ; on désigne par  $S(\lambda)$  l'aire de l'ensemble des points  $M(x; y)$  du plan tels que  $\frac{1}{2} \leq x < \lambda$  et  $0 < y \leq f(x)$ .  
Déterminer la valeur exacte, en  $\text{cm}^2$ , de  $S(\lambda)$
- b) Déterminer  $\lim_{\lambda \rightarrow 1} S(\lambda)$