



UNIVERSITE IBA DER THIAM
UFR SCIENCE ET TECHNOLOGIE
DREPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
CLUB MATHÉMATIQUES
ANALYSE 2 REVISION GENERALE

Exercice 1

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$.

1. Déterminer le domaine de définition de f . Justifier que f est dérivable sur son domaine de définition.
2. Pour $x \in \mathbb{R}$, calculer $f(x + 2\pi)$ et $f(-x)$. Que peut-on en déduire sur la courbe représentative de f ? En déduire qu'il suffit d'étudier f sur $[0, \pi]$ pour construire toute la courbe représentative de f .
3. Montrer que, pour tout réel x , on a

$$f'(x) = \frac{1 + 2 \cos x}{(2 + \cos x)^2}.$$

4. Étudier le signe de $1 + 2 \cos x$ sur $[0, \pi]$.
5. Établir le tableau de variations de f sur $[0, \pi]$.
6. Tracer la courbe représentative de f .

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \ln(x^2 + 2x + 2)$. Donner l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0 et étudier la position relative de la courbe et de la tangente au voisinage de ce point.

Exercice 3

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose

$$I_n = \int_0^1 \frac{dx}{(x^2 + 1)^n}.$$

1. Exprimer I_{n+1} en fonction de I_n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
2. En déduire la valeur de I_3 .

Exercice 4

On demande de calculer

$$I = \int_0^\pi \frac{dx}{1 + \cos^2(x)}.$$

Sur une copie d'un étudiant, on lit

$$\begin{aligned} I &= \int_0^\pi \frac{dx}{1 + \frac{1}{1 + \tan^2 x}} \\ &= \int_0^\pi \frac{(1 + \tan^2 x) dx}{2 + \tan^2 x}. \end{aligned}$$

Je pose $t = \tan x$, d'où $dt = (1 + \tan^2 x) dx$, et j'obtiens

$$I = \int_{\tan 0}^{\tan \pi} \frac{1}{2 + t^2} dt = 0.$$

1. Pourquoi est-ce manifestement faux?
2. Où est l'erreur de raisonnement?
3. Quelle est la valeur de I ?

NB : Nous allons d'abord traiter tout ce qui peut être questions de cours dans les trois(3) leçons à savoir: fonction usuelle, DL et intégration.

"La raison résonne grâce aux mathématiques"