Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

PIGIER Côte d'Ivoire

SESSION 2016	
EXAMEN BLANC	
EPREUVE : MATHEMATIQUES STATISTIQUES ET PROBABILITE	
DUREE : 3 H	COEF. : 2
CLASSE : BTS FINANCE COMPTABILITE GESTION DES ENTREPRISES	

EXERCICE 1

Un chalutier se rend sur sa zone de pêche. La probabilité qu'un banc de poissons soit sur cette zone est de 0,7. Le chalutier est équipé d'un sonar pour détecter la présence d'un banc de poissons. Si un banc est présent, le sonar indique la présence du banc de poissons. Si un banc est présent, le sonar indique la présence du banc dans 80 % des cas. S'il n'y a pas de banc de poissons dans la zone de pêche, le sonar indique néanmoins la présence d'un banc dans 5 % des cas. On note :

B l'événement : " il y un banc de poissons sur la zone "

S l'événement : " le sonar indique l'existence d'un banc de poissons "

TRAVAIL A FAIRE

1. Traduire toutes ses données par un arbre pondéré.
2. Déterminer la probabilité p(B $\cap$S) qu'il y ait un banc de poissons sur la zone et que le sonar le détecte.
3. Montrer que la probabilité que le sonar indique la présence d'un banc de poissons

   (réel ou fictif) est 0,575.

4. Lors d'une sortie en mer, le pêcheur se trouve toujours dans l'une des trois situations suivantes :

Situation 1 : un banc de poissons est présent sur la zone et le sonar le détecte. Le filet est lancé et la pêche est fructueuse. Dans ce cas le pêcheur gagne 2 000 euros.

Situation 2 : il n'y a pas de banc de poissons sur la zone mais le sonar en signale un. Le filet est lancé pour rien. Dans ce cas le pêcheur perd 500 euros

Situation 3 : le sonar ne détecte aucun banc de poissons (qu'il y en ait ou pas). Dans ce cas le pêcheur perd 300 euros.

a- Reproduire et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité du "gain" (positif ou négatif) réalisé.

Gain : x_i	2000	-500	-300
Probabilité : p_i	0,56	0,015	0,425

b- Le pêcheur effectue de nombreuses sorties. Quel gain par sortie peut-il espérer avoir ?

5- Le pêcheur prévoit d'effectuer trois sorties successives sur la zone de pêche.

Soit X la variable aléatoire qui indique le nombre de fois que la pêche est fructueuse.

a- Préciser la loi de probabilité de X.

b- Déterminer la probabilité que, pour les trois sorties, le sonar reste muet, c'est-à-dire n'indique pas la présence d'un banc de poissons. (on donnera la valeur approchée arrondie au millième près

EXERCICE 2

Suite à un accident industriel, un gaz se répand dans un local d'usine. L'évolution du taux de gaz dans l'air peut être modélisé grâce à la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;+\infty[$ par :
$f(x) = 2xe^{-x}$
où x est le nombre de minutes écoulées depuis l'accident et f(x) le taux de gaz dans l'air exprimé en parties par million (ppm). (C'est une unité de mesure de gaz).

TRAVAIL A FAIRE

1- Donner la dérivée f' de f et étudier les variations de f

2- On admet que le taux de gaz dans l'air est négligeable après 5 minutes. C'est pourquoi, dans la suite de l'exercice, on restreindra l'étude de la fonction à l'intervalle [0 ;5]. Le plan est muni d'un repère orthogonal.
   a- Donner une représentation graphique de f sur l'intervalle [0 ;5].
   b- Vérifier que la fonction F définie sur l'intervalle [0 ;5]. par $F(x) = (-2-2x)e^{-x}$ est une primitive de f sur cet intervalle.
   c- Calculer la valeur moyenne M (exprimée en ppm) du taux de gaz dans l' air pendant les 5 minutes.
   On donnera la valeur exacte de M, puis sa valeur approchée arrondie à 0,01 ppm près.

3- On estime que le gaz a un effet irritant pour l'organisme si le taux dépasse 0,65 ppm pendant plus d'une minute.
Dire si le personnel de l'usine a été affecté ou non par la fuite de gaz, en explicitant la démarche.

EXERCICE 3 : CALCUL MATRICIEL

On considère les matrices A, K et I telles que :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \ ; \ I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \ ; \ K = A - xI$$

1- a- Calculer A^2 puis vérifier que $A^3 = \begin{pmatrix} 22 & 21 & 21 \\ 21 & 22 & 21 \\ 21 & 21 & 22 \end{pmatrix}$

   b- Pour quelles valeurs de x la matrice K est-elle inversible?

   c- Montrer que : $A^3 - 6A^2 + 9A - 4I = 0$
   d- En déduire que A est une matrice inversible et trouver son inverse A^{-1}.

2- Résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 2x + y + z = 160 \\ x + 2y + z = 150 \\ x + y + 2z = 170 \end{cases}$$