CORRECTION

Exercice 1

1. Le joueur va perdre si il tire une boule avec un numéro 1 ou un numéro 2 . Or il y a 4 boules numérotées 1 et 3 boules numérotées 2 . Donc $p_1 = p(B_1 \cup B_2) = p(B_1) + p(B_2) = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$

De même , il gagne si il tire une avec un numéro 5 ou un numéro 10 , donc

$p_1 = p(B_5 \cup B_{10}) = p(B_5) + p(B_{10}) = \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$ .Les événements B_i sont disjoints .

2. Soit X la variable aléatoire qui , à chaque tirage , fait correspondre le « gain » du joueur (positif s'il gagne , négatif s'il perd).

a) Les valeurs prises par la variable aléatoire X sont :

Boule n°1 : $X = -4 + 1 = -3$

Boule n°2 : $X = -4 + 2 = -2$

Boule n°5 : $X = -4 + 5 = 1$

Boule n°10 : $X = -4 + 10 = 6$ .Donc X prend les valeurs : -3, -2, 1 et 6 .

b)

x_i	-3	-2	1	6
$p(X = x_i)$	$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$

c) $E(X) = \sum_{1}^{4} x_i p_i = -3 \times \frac{2}{5} - 2 \times \frac{3}{10} + \frac{1}{5} + 6 \times \frac{1}{10} = \frac{-12 - 6 + 2 + 6}{10} = \frac{-10}{10} = -1$. Le jeu n'est pas équitable

3. On change le nombre inscrit sur une boule numéro 1cela signifie qu'il a 3 boule 1 et une boule x

x_i	$-4 + x$	-3	-2	1	6
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$

Calculons $E(X)$: $E(X) = \sum_{1}^{4} x_i p_i = (-4 + x) \times \frac{1}{10} - 3 \times \frac{3}{10} - 2 \times \frac{3}{10} + \frac{1}{5} + 6 \times \frac{1}{10} = \frac{-4 + x - 9 - 6 + 2 + 6}{10} = \frac{x - 11}{10}$

Or $E(X) = 0$, puisque on veut que le jeu soit équitable , donc $x = 11$.

Si on veut que le jeu soit équitable , il faut remplacer une boule 1 par une boule 11 .

Exercice 2 : (correction)

1. Les six parcours possibles sont :

$A - R_1 - R_2 - R_3 - R_6 - R_7 - B$ (6 bonds) ; $A - R_1 - R_2 - R_4 - R_6 - R_7 - B$ (6 bonds)

$A - R_1 - R_2 - R_5 - R_4 - R_6 - R_7 - B$ (7 bonds) ; $A - R_8 - R_9 - R_{14} - R_{16} - R_{17} - R_{18} - B$ (7 bonds)

$A - R_8 - R_{10} - R_{12} - R_{14} - R_{16} - R_{17} - R_{18} - B$ (8 bonds) ; $A - R_8 - R_{11} - R_{13} - R_{15} - R_{17} - R_{18} - B$ (7 bonds)

2. Le joueur choisit au hasard un parcours. On admet que les différents parcours sont équiprobables.

a) p_1 : probabilité de l'événement « le personnage virtuel passe par le rocher R_7 »

il y a trois chemins sur six qui passent par R_7 donc $p_1 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

b) p_2 : probabilité de l'événement « le personnage virtuel passe par le rocher R_{14} »

il y a deux chemins sur six qui passent par R_{14} donc $p_2 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

3. On note X la variable aléatoire qui, à chaque parcours associe sa durée en secondes.

a. $A-R_1-R_2-R_3-R_6-R_7-B$ (6 bonds) $\Rightarrow 12s$; $A-R_1-R_2-R_4-R_6-R_7-B$ (6 bonds) $\Rightarrow 12s$

$A-R_1-R_2-R_5-R_4-R_6-R_7-B$ (7 bonds) $\Rightarrow 14s$;

$A-R_8-R_9-R_{14}-R_{16}-R_{17}-R_{18}-B$ (7 bonds) $\Rightarrow 14s$

$A-R_8-R_{10}-R_{12}-R_{14}-R_{16}-R_{17}-R_{18}-B$ (8 bonds) $\Rightarrow 16s$;

$A-R_8-R_{11}-R_{13}-R_{15}-R_{17}-R_{18}-B$ (7 bonds) $\Rightarrow 16s$; X prends les valeurs 12, 14 et 16 secondes .

b)

x_i	12	14	16
$p(X=x_i)$	$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$	$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

c). $E(X)=12\times\frac{1}{3}+14\times\frac{1}{2}+16\times\frac{1}{6}=\frac{24+42+16}{6}=\frac{82}{6}=\frac{41}{3}\approx 13,67$

4. Soit d la durée d'un bond du personnage virtuel pour que la durée moyenne d'un parcours soit égale à 10 secondes on a :

x_i	$6d$	$7d$	$8d$
$p(X=x_i)$	$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$	$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

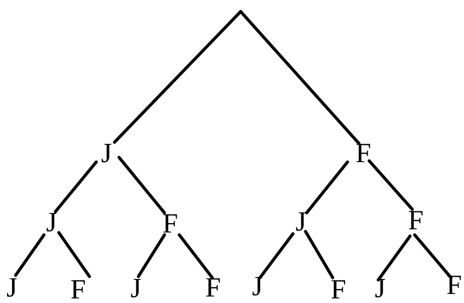
$E(X)=6d\times\frac{1}{3}+7d\times\frac{1}{2}+8d\times\frac{1}{6}=\frac{12d+21d+8d}{6}=\frac{41}{6}d$.

$E(X)=10 \Leftrightarrow \frac{41}{6}d=10 \Leftrightarrow d=\frac{60}{41}\approx 1,46S$

La durée d'un bond du personnage virtuel devrait être 1,46 secondes pour que la durée moyenne d'un Parcours soit égale à 10 secondes

Exercice 3

1. Arbre représentant l'ensemble de tous les cas possibles Il y a huit cas possibles



II

1. l'événement A « le résultat contient exactement une réponse juste »
Correspond au triplet : (J,F,F) ou (F,J,F) ou (F,F,J)

Le professeur fait l'hypothèse d'équiprobabilité des résultats

Donc $p(J)=p(F)=\frac{1}{2}$

et $p(J,F,F)=p(F,J,F)=p(F,F,J)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

Or $p(A)=p(J,F,F)+p(F,J,F)+p(F,F,J)=\frac{3}{8}$

2. l'événement B « le résultat contient au moins une réponse juste » est l'événement contraire de l'événement « le résultat contient aucune réponse juste » soit de l'événement « les trois réponses sont fausses »

$p(F,F,F)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$ Donc $p(B)=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

3. X peut prendre les valeurs suivantes :
3 : 3 réponses justes ; 2 : 2 réponses et 1 une réponse fausse ; Une seule réponse juste et 2 réponses fausses
0 réponse juste et trois réponse fausses ; Les valeurs prises par la variable aléatoire X sont : 0 ; 1 ; 2 et 3

b)

x_i	0	1	2	3
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

c) $E(X)=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=\frac{3+6+3}{8}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}=1,5$

4. Y peut prendre les valeurs suivantes :
 3 : 3 réponses justes ;
 $2-0,25=1,75$: 2 réponses et 1 une réponse fausse ;
 $1-2\times0,25=0,5$: Une seule réponse juste et 2 réponses fausses
 0 : car $-3\times0,25=-0,75$: 0 réponse juste et trois réponse fausses .
 Les valeurs prises par la variable aléatoire X sont : 0 ; 0,5 ; 1,75 et 3

Loi de probabilité

y_i	0	0,5	1,75	3
$p(Y=y_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$E(X)=0\times\frac{1}{8}+0,5\times\frac{3}{8}+1,75\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=\frac{1,5+5,25+3}{8}=\frac{9,75}{8}=1,21875$

Exercice 4

1. Si la roue s'arrête sur le secteur 1 , le gain du joueur est : $0-3=-3$
 Si la roue s'arrête sur le secteur 2 , le gain du joueur est : $3-3=0$
 Si la roue s'arrête sur le secteur 3 , le gain du joueur est : $4-3=1$
 Si la roue s'arrête sur le secteur 4 , le gain du joueur est : $6-3=3$
 Si la roue s'arrête sur le secteur 5 , le gain du joueur est : $10-3=7$
 Si la roue s'arrête sur le secteur 6 , le gain du joueur est : $15-3=12$
 La variable aléatoire X peut donc prendre les valeurs : $-3\,;0\,;1\,;3\,;7\,;12$
 La probabilité que le repère indique un secteur donné est proportionnelle à l'angle au centre de ce secteur
 Donc par exemple pour le secteur correspondant à 150° , on a une probabilité de $\frac{150}{360}=\frac{5}{12}$ puisque l'angle au centre décrivant la roue en entière est de $360°$

$p(X=-3)=\frac{150}{360}=\frac{5}{12}$; $p(X=0)=\frac{100}{360}=\frac{5}{18}$; $p(X=1)=\frac{50}{360}=\frac{5}{36}$; $p(X=3)=\frac{35}{360}=\frac{7}{72}$;
$p(X=7)=\frac{15}{360}=\frac{1}{24}$; $p(X=12)=\frac{10}{360}=\frac{1}{36}$

Loi de probabilité de la variable aléatoire X

g_i	-3	0	1	3	7	12
$p(X=g_i)$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{72}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{36}$

2. $p(X\geq3)=p(X=3)+p(X=7)+p(X=12)$
$=\frac{7}{72}+\frac{1}{24}+\frac{1}{36}=\frac{1}{6}$

 La probabilité d'obtenir un gain d'au moins 3 euros est égale à $\frac{1}{6}$

3. Espérance mathématique de la variable X : $E(X)=-3\times\frac{5}{12}+0\times\frac{5}{18}+1\times\frac{5}{36}+3\times\frac{7}{72}+7\times\frac{1}{24}+12\times\frac{1}{36}=-\frac{5}{4}+\frac{17}{36}+\frac{7}{12}=-\frac{7}{36}$

b) on a $E(X)<0$ donc le jeu n'est pas équitable sinon on aurait $E(X)=0$

4. Si la roue s'arrête sur le secteur 1 , le gain du joueur est : $0-3=-3$

Si la roue s'arrête sur le secteur 2 , le gain du joueur est : $3-3=0$
Si la roue s'arrête sur le secteur 3 , le gain du joueur est : $4-3=1$
Si la roue s'arrête sur le secteur 4 , le gain du joueur est : $6-3=3$
Si la roue s'arrête sur le secteur 5 , le gain du joueur est : $10-3=7$
Si la roue s'arrête sur le secteur 6 , le gain du joueur est : $a-3$

La variable aléatoire X peut donc prendre les valeurs : $-3\,;0\,;1;3\,;7\,;a-3$

$p(X=-3)=\dfrac{150}{360}=\dfrac{5}{12}$; $p(X=0)=\dfrac{100}{360}=\dfrac{5}{18}$; $p(X=1)=\dfrac{50}{360}=\dfrac{5}{36}$; $p(X=3)=\dfrac{35}{360}=\dfrac{7}{72}$;

$p(X=7)=\dfrac{15}{360}=\dfrac{1}{24}$; $p(X=a-3)=\dfrac{10}{360}=\dfrac{1}{36}$

g_i	-3	0	1	3	7	$a-3$
$p(X=g_i)$	$\dfrac{5}{12}$	$\dfrac{5}{18}$	$\dfrac{5}{36}$	$\dfrac{7}{72}$	$\dfrac{1}{24}$	$\dfrac{1}{36}$

Espérance mathématique de la variable X :

$$E(X)=-3\times\frac{5}{12}+0\times\frac{5}{18}+1\times\frac{5}{36}+3\times\frac{7}{72}+7\times\frac{1}{24}+(a-3)\times\frac{1}{36}$$

$$E(X)=-\frac{5}{4}+\frac{5}{36}+\frac{1}{2}+\frac{a}{36}=-\frac{45}{36}+\frac{5}{36}+\frac{18}{36}+\frac{a}{36}=-\frac{22}{36}+\frac{a}{36}$$

$$E(X)=\frac{a-22}{36}$$

b) $E(X)=0\Leftrightarrow\dfrac{a-22}{36}=0\Leftrightarrow a-22=0\Leftrightarrow a=22$

Pour que l'espérance soit nulle, c'est-à-dire pour que le jeu soit équitable il faut le secteur 6 affiche 22 euros

Exercice 5

1.Toutes les chansons ont la même probabilité d'être sélectionnées et il y a 11 chansons
donc la probabilité que la chanson n°7 soit sélectionnée est $p=\dfrac{1}{11}$

2. A est l'événement « la chanson sélectionnée a une durée de 200 secondes »
Il y a 3 chansons parmi les 11 qui ont une durée de 200 secondes , donc $p(A)=\dfrac{3}{11}$

b) B est l'événement « la chanson sélectionnée a une durée supérieure à 210 secondes »
Il y a 5 chansons parmi les 11 qui ont une durée supérieure à 210 secondes , donc $p(B)=\dfrac{5}{11}$.

c) $\overline{B}$ est l'événement « la chansons sélectionnée a une durée inférieure à 210 secondes »
$p(\overline{B})=1-p(B)=1-\dfrac{5}{11}=\dfrac{7}{11}$

3. X est la variable aléatoire qui à chaque chanson sélectionnée associe sa durée exprimée en secondes

a) Les différentes valeurs prises par X sont : 150 ; 185 ; 200 ; 215 ; 230 ; 300

b) Il y a une chanson de durée 150 s , donc $p(X=150)=\dfrac{1}{11}$

Il y a deux chansons de durée 185 s , donc $p(X=185)=\dfrac{2}{11}$, etc…… ……………….

x_i	150	185	200	215	230	300
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{1}{11}$

c) $E(X)=150\times\frac{1}{11}+185\times\frac{2}{11}+200\times\frac{3}{11}+215\times\frac{2}{11}+230\times\frac{2}{11}+300\times\frac{1}{11}=\frac{2310}{11}=210$.

En moyenne la durée d'une chanson est de 210 secondes.