TP 3 PROBABILITE BTS G2-O 2009 / 2010

Exercice 1

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher. Sur chacune d'elles est inscrit un nombre comme l'indique le tableau ci-contre

Nombre inscrit	1	2	5	10
Nombre de boules	4	3	2	1

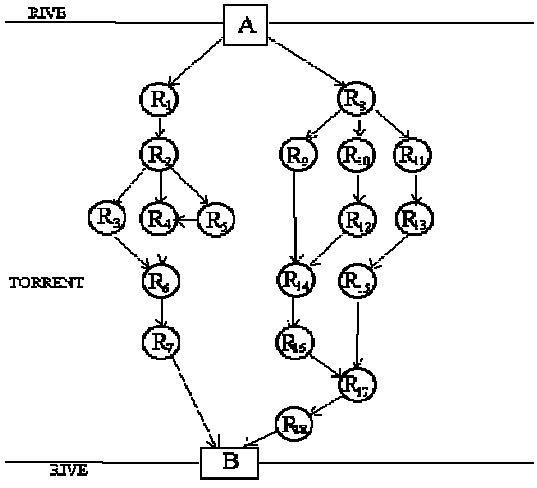
Un joueur mise 4 euros, tire une boule au hasard et reçoit le montant (en euros) inscrit sur la boule.

1. Le joueur effectue un tirage. On appelle p_1 la probabilité pour qu'il perde (c'est à dire qu'il reçoive moins de 4 euros) et p_2 la probabilité pour qu'il gagne (c'est à dire qu'il reçoive plus de 4 euros). Calculer p_1 et p_2.
2. Soit *X* la variable aléatoire qui, à chaque tirage, fait correspondre le « gain » du joueur (positif s'il gagne, négatif s'il perd).Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire *X* ?; puis le représenter la loi de probabilité de *X* dans un tableau.
   c. Calculer son espérance mathématique E(*X*).
3. Un jeu est équitable si et seulement si E(*X*) = 0. On décide de changer le nombre inscrit sur une seule boule portant le nombre 1. Quel nombre doit-on y inscrire pour que le jeu soit équitable ?

Exercice-2

Le personnage virtuel d'un jeu électronique doit franchir un torrent en sautant de rocher en rocher. Le torrent se présente de la manière suivante (les disques R_1, R_2, ..., R_{17}, R_{18} représentent les rochers) :
le personnage virtuel part de A pour aller en B. Il ne peut que choisir les trajets matérialisés par des pointillés et avancer uniquement dans le sens des flèches. On appelle " parcours " une suite ordonnée de lettres représentant un trajet possible. Par exemple : $A - R_1 - R_2 - R_3 - R_6 - R_7 - B$ est un parcours qui nécessite 6 bonds.

Toutes probabilité demandée sera donnée sous forme de fraction.



1. Déterminer les six parcours possibles.
2. Le joueur choisit au hasard un parcours. On admet que les différents parcours sont équiprobables.
   a. Quelle est la probabilité p_1 de l'événement :
   " le personnage virtuel passe par le rocher R_7 " ?
   b. Quelle est la probabilité p_2 de l'événement :
   " le personnage virtuel passe par le rocher R_{14} "?
3. Chaque bond du personnage virtuel nécessite 2 secondes.
   On note X la variable aléatoire qui, à chaque parcours associe sa durée en secondes.
   a. Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X.
   b. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
   c. Calculer l'espérance mathématique E(X) de la variable aléatoire X.
4. Quelle devrait être la durée d'un bond du personnage virtuel pour que la durée moyenne d'un parcours soit égale à 10 secondes ?

Exercice 3

Un professeur d'une classe de terminale S. T. I. donne à ses élèves trois questions dans une interrogation écrite et propose deux réponses par question : l'une juste et l'autre fausse. On désigne par J une réponse juste et par F une réponse fausse. On suppose que les élèves répondent à chaque question en indiquant soit la réponse juste, soit la réponse fausse. À chaque élève, on associe le résultat de son interrogation, sous la forme d'un triplet constitué des réponses données aux trois questions. Par exemple, si un élève a répondu juste à la première, faux à la deuxième et à la troisième , on lui associera le résultat (J, F, F).

I Déterminer à l'aide d'un arbre l'ensemble des résultats possibles. Combien y a-t-il de résultats possibles ?

II On considère un élève qui répond au hasard à chaque question et de façon indépendante pour chacune d'elles. Le professeur fait l'hypothèse d'équiprobabilité des résultats.

1. Démontrer que la probabilité de l'évènement A « le résultat contient exactement une réponse juste » est égale à $\frac{3}{8}$
2. Déterminer la probabilité de l'évènement B « le résultat contient au moins une réponse juste. »
3. Dans cette question, le professeur note les copies de la manière suivante : il donne 1 point pour une réponse juste et 0 point pour une réponse fausse. On appelle *X* la variable aléatoire qui à chaque résultat associe la note obtenue par l'élève.

a. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire *X* ?
b. Donner la loi de probabilité de *X*.
c. Calculer l'espérance mathématique E(*X*) de *X*.

4. Dans cette question, le professeur note les copies de la manière suivante : il donne 1 point pour une réponse juste et enlève 0,25 point pour une réponse fausse. Si le total des points ainsi obtenu est négatif, la note attribuée est 0.
On appelle *Y* la variable aléatoire qui à chaque résultat associe la note obtenue par l'élève.
Calculer l'espérance mathématique E(*Y*) de *Y* .

Exercice 4

Un jeu est organisé de la manière suivante : le joueur mise 3 €, puis fait tourner une roue partagée en 6 secteurs circulaires. Lorsque la roue s'immobilise, un repère situé devant la roue indique le secteur circulaire désigné. On suppose que la roue est lancée suffisamment vite pour que la position du repère corresponde à un tirage aléatoire ; la probabilité que le repère indique un secteur donné est donc proportionnelle à l'angle au centre de ce secteur.

Sur chacun des secteurs circulaires est affichée une somme que le joueur reçoit :

– le secteur 1mesure 150° et indique la somme 0 € : le joueur ne reçoit rien;
– le secteur 2 mesure 100°et affiche 3 € ; – le secteur 3mesure 50° et affiche 4 € ;
– le secteur 4mesure 35° et affiche 6 € ; – le secteur 5mesure 15°et affiche 10 € ? ;
– le secteur 6, qui et le dernier, mesure 10° et affiche 15 € .

On appelle « gain » du joueur la somme, positive ou négative, que le joueur obtient après le lancer de la roue : cette somme prend en compte la mise de 3 €. Ainsi, par exemple le gain correspondant au secteur 5 est égal à 7 €.
On note *X* la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le gain du joueur.
Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable *X*.
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un gain d'au moins 3 " ?
3. a. Calculer l'espérance mathématique de la variable *X*.
   b. Le jeu est-il équitable ?
4. Dans cette question, les cinq premiers secteurs sont inchangés, mais le sixième affiche une somme de *a* € où *a* est un nombre réel positif. On note encore *X* la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le gain du joueur.
   a. Calculer l'espérance mathématique de la variable *X* en fonction du réel *a*.
   b. Déterminer la valeur de *a* pour que cette espérance soit nulle.

Exercice 5

Onze chansons différentes sont enregistrées sur un CD. La durée de chacune d'elles étant inscrite sur la pochette du CD, on a le tableau suivant :

Numéro de la chanson	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Durée en secondes	200	185	150	200	185	215	230	215	200	230	300

Un lecteur de CD sélectionne *au hasard* une des onze chansons et une seule ; toutes les chansons ont la même probabilité d'être sélectionnées. *Les résultats seront donnés sous forme de fractions.*

1. Quelle est la probabilité que la chanson n°7 soit sélectionnée ?
2. a. Déterminer la probabilité de l'évènement A : « la chanson sélectionnée a une durée de 200 secondes ».
   b. Déterminer la probabilité de l'évènement B : « la chanson sélectionnée a une durée supérieure à 210 secondes ».
   c. Soit B l'évènement contraire de B. Décrire B par une phrase, puis déterminer sa probabilité.
3. On note *X* la variable aléatoire qui à chaque chanson sélectionnée associe sa durée exprimée en secondes
   a. Déterminer les différentes valeurs prises par *X*.
   b. Établir sous forme d'un tableau la loi de probabilité de la variable aléatoire *X*.
   c. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire *X*. Interpréter ce résultat.