CORRECTION

Exercice 6

1.

		1$^{\text{èr}}$ tirage			
		1	**2**	**3**	**4**
2$^{\text{ième}}$ tirage	**1**	$(1;1)$	$(2;1)$	$(3;1)$	$(4;1)$
	2	$(1;2)$	$(2;2)$	$(3;2)$	$(4;2)$
	3	$(1;3)$	$(2;3)$	$(3;3)$	$(4;3)$
	4	$(1;4)$	$(2;4)$	$(3;4)$	$(4;4)$

2. a) On note A l'événement « obtenir un couple de nombres pairs »
On cherche dans le tableau les couples de nombres pairs : $\{(2;2),(2;4),(4;2),(4;4)\}$
Il y a donc 4 couples favorables sur les 16 couples disponibles et on a donc
$p(A)=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

b) On note B l'événement « obtenir un couple de nombres impairs »
On cherche dans le tableau les couples de nombres pairs : $\{(1;1),(1;3),(3;1),(3;3)\}$
Il y a donc 4 couples favorables sur les 16 couples disponibles et on a donc $p(B)=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

c) On note C l'événement « obtenir un couple de nombres de parité différente »
l'événement « obtenir un couple de nombres de parité différente » est l'événement contraire de D={ « obtenir un couple de nombres pairs » et « obtenir un couple de nombres impairs »}
Donc $p(D)=p(A\cup B)=p(A)+p(B)=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$, puisque les événements A et B sont disjoints
Donc $p(C)=1-p(D)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

3. a) événement A : $X=8-2=6$; événement B : $X=4-2=2$; événement C : $X=-4-2=-6$
La variable aléatoire X peut prendre les valeurs suivantes : $6;2;-6$

b)

$X=x_i$	-6	2	6
$p(X=x_i)$	$p(C)=\frac{1}{2}$	$p(B)=\frac{1}{4}$	$p(A)=\frac{1}{4}$

c) $E(X)=-6\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{4}+6\times\frac{1}{4}=-3+\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=-1$

d) Le jeu n'est pas équitable puisque en moyenne on perd 1€
Soit $G'=m-G$; $E(G')=E(m-G)=m-E(G)=m-1$, soit $E(G')=0\Leftrightarrow m=1$
il faudrait que la mise soit un 1 euro moins chère , donc une mise de 1euros ($2-1=1$€) pour que l'espérance soit égale à 0.

AUTRE METHODE

$X=x_i$	$-4-m$	$4-m$	$8-m$
$p(X=x_i)$	$p(C)=\frac{1}{2}$	$p(B)=\frac{1}{4}$	$p(A)=\frac{1}{4}$

$E(G')=(-4-m)\times\frac{1}{2}+(4-m)\times\frac{1}{4}+(8-m)\times\frac{1}{4}=m-1$. $E(G')=0$ équivaut à $m-1=0$ soit $m=1$€.

Pour que le jeu soit équitable il faut une mise de 1€ .

Exercice 7

1.

Nombre de clients ayant choisi	Bungalow avec kitchenette	Bungalow sans kitchenette	Total
Formule A	**12**	**14**	**26**
Formule B	6	**24**	**30**
Aucune formule de restauration	**42**	2	**44**
Total	**60**	**40**	100

2. a) Il y a 30 clients qui ont choisit la formule B parmi les 100 clients $p(E)=\frac{30}{100}=0,3$

b) Il y a 40 clients qui ont loué un bungalow sans kitchenette parmi les 100 clients $p(F)=\frac{40}{100}=0,4$

c) Il y a 40 clients qui ont loué un bungalow sans kitchenette et qui ont la formule B parmi les 100 clients

$p(E\cap F)=\frac{24}{100}=0,24$

L'événement G : « le client a loué un bungalow sans kitchenette ou a choisit la formule B » est

L'événement $E\cup F$ on a : $p(E\cup F)=p(E)+p(F)-p(E\cap F)=0,3+0,4-0,24=0,46$

d) Il y a 26 clients qui ont choisit la formule A et 30 clients qui ont choisit la formule B, il y a donc 56 clients qui ont choisit une formule de restauration parmi les 100 clients $p(H)=\frac{56}{100}=0,56$

3. Choix possibles et coûts correspondants :

Bungalow avec kitchenette + Formule A : $520+49=569$;

Bungalow avec kitchenette + Formule B : $520+154=674$;

Bungalow avec kitchenette + Aucune formule de restauration : $520+0=520$

Bungalow sans kitchenette + Formule A : $415+49=464$;

Bungalow sans kitchenette + Formule B : $415+154=569$;

Bungalow sans kitchenette + Aucune formule de restauration : $415+0=415$

La variable aléatoire X peut donc prendre les valeurs : 415 ; 464 ; 520 ; 569 et 674 .

b) Il y a 42 clients qui ont loué un bungalow avec kitchenette et qui n'ont choisit aucune formule de restauration parmi les 100 clients . Donc $p(X=520)=\frac{42}{100}=0,42$

c) Il y a 2 clients qui ont loué un bungalow sans kitchenette et qui n'ont choisit aucune formule de restauration parmi les 100 clients . Donc $p(X=415)=\frac{2}{100}=0,02$

Il y a 14 clients qui ont loué un bungalow sans kitchenette et qui ont choisit la formule A parmi les 100 clients . Donc $p(X=464)=\frac{14}{100}=0,14$

Il y a 12 clients qui ont loué un bungalow avec kitchenette et qui ont choisit la formule A parmi les 100 clients et Il y a 24 clients qui ont loué un bungalow avec kitchenette et qui ont choisit la formule B parmi les 100 clients Donc $p\left(X=569\right)=\dfrac{12+24}{100}=0,36$.

Il y a 6 clients qui ont loué un bungalow avec kitchenette et qui ont choisit la formule B parmi les 100 Clients $p\left(X=674\right)=\dfrac{6}{100}=0,06$.

Loi de probabilité de X

x_i	415	464	520	569	674
$p(X=x_i)$	$0,02$	$0,14$	$0,42$	$0,36$	$0,06$

d) Espérance mathématique $E(X)$:

$$E(X)=415\times 0,02+464\times 0,14+520\times 0,42+569\times 0,36+674\times 0,06=536,94$$

e) $E(X)=536,94$ ce qui signifie que le coût moyen pour un bungalow pendant une semaine est de $536,94$ € . On a : $16\times 536,94\times 20=171820,80$

Donc pour 16 bungalows pendant 20 semaines , la recette que peut espérer le gérant de l'hôtel sera $171820,80$ € .

Exercice 8

1.

	Largeur conforme 1,5	Largeur non conforme 1,6	Total
Longueur conforme 2,5	**67**	**13**	**80**
Longueur non conforme 2,6	**15**	**5**	**20**
total	**82**	**18**	**100**

2.a) D'après le tableau il y a 67 plaquettes sur 100 qui ont une largeur et une longueur conforme
Donc la probabilité qu'une plaquette prélevée au hasard soit conforme à ce que veut l'entreprise
Vaut $p\left(A\right)=\dfrac{67}{100}=0,67$

b) Il y a 15 plaquettes sur 100 qui ont leur largeur conforme mais pas la longueur
Il y a 13 plaquettes sur 100 qui ont leur longueur conforme mais pas la largeur
Soit au total 28 plaquette sur 100 qui ont exactement une de leurs dimensions non conforme
La probabilité cherchée vaut $p\left(B\right)=\dfrac{28}{100}=0,28$

3. Chaque plaquette a deux dimensions donc X peut prendre comme valeurs 0 ; 1 ou 2

x_i	0	1	2
$p(X=x_i)$	$0,67$	$0,28$	$0,05$

Exercice 9

Partie I

1. La chaîne A en fabrique trois fois plus que la chaîne B donc la chaîne A fabrique $\dfrac{3}{4}$ de la production

totale soit 900 objets et la chaîne B en fabrique $\frac{1}{4}$ soit 300 objets

7 % de la production de la chaîne A est défectueuse soit $900\times\frac{7}{100}=63$ objets défectueux

2 % de la production de la chaîne B est défectueux soit $300\times\frac{2}{100}=6$ objets défectueux

On peut donc ainsi compléter tableau d'effectifs

	chaîne A	chaîne B	Total
nombre d'objets défectueux	63	**6**	**69**
nombre d'objets non défectueux	**837**	**294**	**1131**
Total	**900**	**300**	**1200**

2. Loi de probabilité de X

a. Il y a 63 objets qui sont à la fois défectueux et produit par la chaîne A parmi 1200 objets , donc L'objet prélevé soit à la fois défectueux et produit par la chaîne correspond à $A\cap B$, donc

$p(A\cap B)=\frac{63}{1200}=\frac{21}{400}=0,0525$

b. Soit D l'objet prélevé est défectueux , $\overline{D}$ l'objet prélevé ne soit pas défectueux

il y a 1131 objets non défectueux parmi les 1200 objets .Donc $p(\overline{D})=\frac{1131}{1200}=\frac{377}{400}=0,9425$

Partie II

$p(X=2)=1-p(X=0)-p(X=1)-p(X=3)$, soit $p(X=2)=0,0197$

1. Loi de probabilité de X est donné par le tableau suivant :

x_i	0	1	2	3
$p(X=x_i)$	0, 9425	0, 0318	**0,0197**	0, 006

2. Loi de probabilité de Y

Y est la variable aléatoire qui , à un objet prélevé au hasard tout dans la production , fait correspondre Son prix de vente donc Y peut prendre les valeurs : 56 15 10 et 1

$p(Y=56)=p(X=0)=0,9425$. $p(Y=15)=p(X=1)=0,0318$ $p(Y=10)=p(X=2)=0,0197$

$p(Y=1)=p(X=3)=0,006$

a.

nombre de défauts x_i	0	1	2	3
prix de vente en euros y_i	56	15	10	1
$p(Y=y_i)$	**0, 9425**	**0, 0318**	**0,0197**	**0, 006**

b. $E(Y)=\sum_{i=0}^{3}y_i\,p(Y=y_i)=1\times0,006+10\times0,0197+15\times0,0318+56\times0,9425=53,46$

ce qui signifie qu'en moyenne un objet est vendu $53,46$ €.

Exercice 10

1.

Nombre d'ordinateur	R_2 se produit	R_3 ne se produit pas	Total
R_2 se produit	**1**	**9**	**10**
R_3 ne se produit pas	**19**	**971**	**990**
Total	**20**	**980**	**1000**

2. a) l'événement $\left(X=0\right)$ correspond à l'événement « R_2 ne se produit pas et R_3 ne se produit pas »

Donc $p\left(X=0\right)=\dfrac{971}{1000}=0,971$

b) L'événement $\left(X=150\right)$ correspond à l'événement « R_2 se produit et R_3 ne se produit pas »

Donc $p\left(X=150\right)=\dfrac{9}{1000}=0,009$

L'événement $\left(X=200\right)$ correspond à l'événement « R_2 ne se produit pas et R_3 se produit »

Donc $p\left(X=200\right)=\dfrac{19}{1000}=0,019$

L'événement $\left(X=350\right)$ correspond à l'événement « R_2 se produit et R_3 se produit »

Donc $p\left(X=350\right)=\dfrac{1}{1000}=0,001$

Loi de probabilité de la variable aléatoire X

x_i	**0**	**150**	**200**	**350**
$p(X=x_i)$	**0, 971**	**0, 009**	**0,019**	**0, 001**

c) Espérance mathématique $E(X)$ de la variable aléatoire X

$$E(X)=\sum_{i=0}^{3} x_i\,p(X=x_i)=0\times 0,971+150\times 0,009+200\times 0,018+350\times 0,001=5,5$$

3. On a $E(X)=5,5$ ce qui signifie que lorsque l'acheteur achète un ordinateur il dépense en moyenne $5,5$ en réparation au cours des 3 premières années .

Si le fabricant propose l'extension de garantie payante de deux ans à un prix de 50 ***on peut donc dire que cette extension est favorable au fabricant (l'acheteur se fait avoir)***