Exercice 6

Une urne contient quatre boules, indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 4.Une expérience aléatoire se déroule de la manière suivante : On tire au hasard une première boule de l'urne et on note son numéro. Après avoir remis cette boule dans l'urne, on en tire au hasard une seconde dont on note aussi le numéro. À l'issue de cette expérience, on obtient un couple de nombres (on rappelle que, par exemple, le couple (2 ; 3) est différent du couple (3 ; 2)).

1. À l'aide d'un arbre ou d'un tableau, établir la liste des 16 couples possibles.

2. a. On note A l'évènement « obtenir un couple de nombres pairs ». Déterminer la probabilité de l'évènement A.
 b. On note B l'évènement « obtenir un couple de nombres impairs ». Calculer la probabilité de l'événement B.
 c. On note C l'évènement « obtenir un couple de nombres de parité différente ».
 Calculer la probabilité de l'évènement C.

3. On organise un jeu. Un joueur mise 2 euros et réalise ensuite l'expérience aléatoire décrite ci-dessus.
 − Si l'évènement A est réalisé, le joueur reçoit 8 euros de l'organisateur du jeu ;
 − Si l'évènement B est réalisé, le joueur reçoit 4 euros de l'organisateur du jeu ;
 − Si l'évènement C est réalisé, le joueur donne 4 euros à l'organisateur du jeu.
 On désigne par X la variable aléatoire égale au gain algébrique (positif ou négatif) du joueur.
 Par exemple, s'il obtient le couple (2 ; 2), son gain est 6 euros.
 a. Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X.
 b. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
 c. Calculer l'espérance mathématique E(X) de la variable aléatoire X.
 d. On dit qu'un jeu est équitable lorsque l'espérance de gain est nulle.
 Quelle aurait du être la mise du joueur pour que le jeu soit équitable ?

Exercice7

Un hôtel de vacances propose deux types de bungalow (bungalow avec kitchenette ou bungalow sans kitchenette) à louer à la semaine. Pour les clients qui le souhaitent, l'hôtel propose deux formules de restauration au choix :

• Formule A : petit déjeuner seul, • Formule B : petit déjeuner et dîner.

Pour chaque semaine de location, chaque client décide s'il prend une formule de restauration et si oui, choisit entre les formules A et B. Le gestionnaire de l'hôtel a constaté que sur 100 clients

• 44 clients ne prennent aucune formule de restauration.
• 60 clients optent pour un bungalow avec kitchenette et parmi ceux-ci, 10 % choisissent la formule B et 20 % la formule A.
• 35 % des clients ayant choisi un bungalow sans kitchenette prennent la formule A.

Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre de clients ayant choisi	Bungalow avec kitchenette	Bungalow sans kitchenette	Total
Formule A			
Formule B	6		
Aucune formule de restauration		2	
Total			100

2. On interroge un client au hasard, au sujet de ses choix,
a. Déterminer la probabilité de l'évènement E : « Le client a choisi la formule B ».
b. Déterminer la probabilité de l'évènement F : « Le client a loué un bungalow sans kitchenette ».
c. Déterminer la probabilité de l'évènement G : «Le client a loué un bungalow sans kitchenette ou a choisi la formule B».
d. Déterminer la probabilité de l'évènement H : « Le client a choisi une formule de restauration ».

3. La location d'un bungalow sans kitchenette à la semaine coûte 415 € et celle d'un bungalow avec kitchenette 520 €
 La formule A coûte 49 € à la semaine. La formule B coûte 154 € à la semaine. On appelle X la variable aléatoire qui à chacun des 6 choix possibles, associe le coût correspondant pour une semaine.
a. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?
b. Démontrer que la probabilité de l'évènement « X prend la valeur 520 » est égale à 0,42.

c. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
d. Calculer l'espérance mathématique E(X) de la variable aléatoire X.
e. Pour la prochaine saison, le gérant de l'hôtel pense qu'il louera dans les mêmes conditions 16 bungalows pendant 20 semaines. Quelle recette peut-il alors espérer ?

EXERCICE 8

Une entreprise fabrique des plaquettes de métal. Pour cela elle utilise deux machines, une qui les ajuste en longueur et une autre qui les ajuste en largeur. Les machines sont programmées pour donner des plaquettes de 2,5 cm sur 1,5 cm.
Des erreurs de manipulation peuvent conduire à des dimensions non conformes :
une longueur de 2,6 cm au lieu de 2,5 cm; une largeur de 1,6 cm au lieu de 1,5 cm.
Afin de vérifier la conformité de ces plaquettes, on procède à deux tests : un test sur la longueur et un test sur la largeur. On effectue les deux tests sur 100 plaquettes et on obtient :
• 20 plaquettes ont une longueur de 2,6 cm ; • 18 plaquettes ont une largeur de 1,6 cm;
• 5 plaquettes ont une dimension de 2,6 cm sur 1,6 cm.
On prélève au hasard une plaquette parmi les 100. Elles ont donc toutes la même probabilité d'être choisies.
1. Recopier et compléter le tableau des effectifs suivant :

	Largeur conforme 1,5	Largeur non conforme 1,6	Total
Longueur conforme 2,5			
Longueur non conforme 2,6		5	20
total			100

2. a. Quelle est la probabilité qu'une plaquette prélevée au hasard soit conforme à ce que veut l'entreprise ?
 b. Quelle est la probabilité qu'une plaquette prélevée au hasard ait exactement une de ses dimensions non conforme ?
3. Soit X la variable aléatoire qui à chaque plaquette prélevée au hasard associe le nombre de ses dimensions non conformes.
 a. Donner les valeurs possibles de X.
 b. Donner la loi de probabilité de X.

Exercice 9

Dans une usine, deux chaînes de montage A et B fabriquent les mêmes types d'objets.
La chaîne A en fabrique trois fois plus que la chaîne B. 7 % de la production de la chaîne A est défectueuse contre 2 % pour la chaîne B.
Partie I
1. On considère une production de 1200 objets.
 Reproduire et compléter le tableau suivant :

	chaîne A	chaîne B	Total
nombre d'objets défectueux			
nombre d'objets non défectueux			
Total			**1200**

2. On prélève au hasard un objet dans la production de l'usine et on admet que les tirages sont équiprobables.
a. Déterminer la probabilité que l'objet prélevé soit à la fois défectueux et produit par la chaîne A.
b. Déterminer la probabilité que l'objet prélevé ne soit pas défectueux.
Partie II
Un objet défectueux peut présenter 1, 2 ou 3 défauts.
Soit X la variable aléatoire qui, à un objet prélevé au hasard dans la production, associe le nombre de défauts.
La loi de probabilité de X est donnée par le tableau suivant :

x	0	1	2	3
$p(X = x)$	0,9425	0,0318	…	0,006

1. Reproduire sur la copie puis compléter le tableau précédent.
2. Le prix de vente d'un objet dépend du nombre de défauts qu'il présente :
 Soit Y la variable aléatoire qui, à un objet prélevé au hasard dans la production, fait correspondre son prix de vente.

nombre de défauts	0	1	2	3
prix de vente en	56	15	10	1

a. Déterminer la loi de probabilité de Y .
b. Calculer l'espérance mathématique de Y .
 Interpréter le résultat obtenu.

Exercice 10

Une entreprise fabriquant des ordinateurs les vend en ligne sur Internet. Ces appareils sont tous garantis un an gratuitement .

Le fabriquant propose en option une extension de garantie payante de deux ans , au delà de cette première année gratuite.

1. Une étude est faite sur un échantillon de 1000 ordinateurs vendus par ce fabricant . Elle montre que :

- 10 ordinateurs ont nécessité une ou plusieurs réparations au cours de la deuxième année (On note ce cas R_2) ;
- Au cours de la troisième année, 20 ordinateurs ont nécessité une ou plusieurs réparations (on note ce cas R_3) dont un qui avait déjà été réparé l'année précédente .

Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre d'ordinateur	R_3 se produit	R_3 ne se produit pas	Total
R_2 se produit			
R_3 ne se produit pas			
Total			1000

On admet que la réparation précédente modélise ce qui se produit pour l'ensemble des ordinateurs vendus par ce fabricant

2. Selon le fabricant :

- Pour chaque ordinateur vendu sans extension de garantie et tombé en panne une ou plusieurs fois la deuxième année , le coût moyen de réparation pour l'acheteur au cours de cette deuxième année est 150 €
- Pour chaque ordinateur vendu sans extension de garantie et tombé en panne une ou plusieurs fois la troisième année , le coût moyen de réparation pour l'acheteur au cours de cette deuxième année est 200 €

On note X la variable aléatoire qui, à chaque ordinateur vendu sans extension de garantie par ce fabricant, associe le coût total moyen des réparations, pour l'acheteur, au terme des trois premières années . ces coût est exprimé en euros .

Les valeurs prises par la variable aléatoire X sont donc : $0 ; 150 ; 200 ; 350$

a) Justifier que la probabilité de l'événement $(X = 0)$ est égale à $0{,}971$

b) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X

c) Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de la variable aléatoire X

3. Le fabricant propose l'extension de garantie payante de deux ans à un prix de 50 €. Que peut-on en dire ?