

Corrigé Exercice 6

$$u_n = \sum_{k=n}^{k=2n} \frac{1}{k} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n}.$$

1.  $u_{n+1} - u_n = \left( \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} \right) - \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n} \right) = \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} - \frac{1}{n}$  d'où

$$u_{n+1} - u_n = \frac{-3n-2}{n(2n+2)(2n+1)}.$$

2. La suite  $(u_n)$  est décroissante puisque  $-3n-2 < 0$ .

3. La suite est positive puisque somme de termes positifs ; elle est décroissante et minorée, elle converge bien.