Fomesoutra.com
ça soutra !

Correction partiel n°6 BTS G_1O 2009-2010

Exercice 1

1. $Ri'(t)+\dfrac{1}{C}i(t)=e(t)=\dfrac{1}{\pi}+\dfrac{1}{2}\cos t-\dfrac{4}{3\pi}\sin 2t \qquad (2)$

Pour tout $t\in[0\,;+\infty[$; $R=5000\,\Omega$ et $C=10^{-4}\,\mathrm{F}$. En dérivant (2) , on obtient :

$5000i'(t)+10^{4}i(t)=\dfrac{1}{2}\cos t+\left(\dfrac{4}{3\pi}\right)\sin 2t$; d'où $\begin{cases} i'(t)+2i(t)=10^{-4}\cos t+\left(\dfrac{4}{15\pi}\times 10^{-3}\right)\sin 2t \quad (3) \\ t\in\left[0;+\infty\right[\end{cases}$.

2. $i_1(t)=\left(4\times 10^{-5}\right)\cos t+\left(2\times 10^{-5}\right)\sin t$; $i'_1(t)=-\left(4\times 10^{-5}\right)\sin t+\left(2\times 10^{-5}\right)\cos t$, on reporte dans l'équation

Différentielle :
$i'(t)+2i(t)=-\left(4\times 10^{-5}\right)\sin t+\left(2\times 10^{-5}\right)\cos t+2\left(4\times 10^{-5}\right)\cos t+2\left(2\times 10^{-5}\right)\sin t=10^{-4}\cos t$

$i_1(t)$ est bien une solution particulière de l'équation différentielle $i'(t)+2i(t)=10^{-4}\cos t$.

3. $\begin{cases} i'(t)+2i(t)=\left(\dfrac{4}{15\pi}\times 10^{-3}\right)\sin 2t \\ t\in\left[0;+\infty\right[\end{cases}$ .Elle est de la forme $i_2(t)=A\cos(2t)+B\sin(2t)$;

$i'_2(t)=-2A\sin(2t)+2B\cos(2t)$. on reporte dans l'équation Différentielle :
$i'(t)+2i(t)=\left(\dfrac{4}{15\pi}\times 10^{-3}\right)\sin 2t$

et on a : $i'(t)+2i(t)=-2A\sin(2t)+2B\cos(2t)+2A\cos(2t)+2B\sin(2t)=\left(\dfrac{4}{15\pi}\times 10^{-3}\right)\sin 2t$

en identifiant le coefficients on obtient le système :

$\begin{cases} 2B+2A=0 \\ 2B-2A=\dfrac{4}{15\pi}\times 10^{-3} \end{cases}$ soit $B=\dfrac{1}{15\pi}\times 10^{-3}=-A$ et $i_2(t)=\dfrac{1}{15\pi}\times 10^{-3}\cos(2t)+\dfrac{1}{15\pi}\times 10^{-3}\sin(2t)$

4. solution générale de l'équation différentielle (3) sans second membre est de la forme $i_0(t)=Ce^{-2t}$

Solution générale avec second membre est : $i(t)=i_0(t)+i_1(t)+i_2(t)$ et on obtient :

Fomesoutra.com
ça soutra !

$$i(t) = Ce^{-2t} + \left(4\times10^{-5}\right)\cos t + \left(2\times10^{-5}\right)\sin t + \frac{1}{15\pi}\times10^{-3}\cos(2t) + \frac{1}{15\pi}\times10^{-3}\sin(2t)$$

Solution particulière vérifiant la condition initiale $i(0)=0$

$i(0) = C + 4\times10^{-4} - \frac{1}{5\pi}10^{-3} = 0$, donc $C = -4\times10^{-4} + \frac{1}{5\pi}10^{-3}$

$$i(t) = \left(-4\times10^{-4} + \frac{1}{5\pi}10^{-3}\right)e^{-2t} + \left(4\times10^{-5}\right)\cos t + \left(2\times10^{-5}\right)\sin t + \frac{1}{15\pi}\times10^{-3}\cos(2t) + \frac{1}{15\pi}\times10^{-3}\sin(2t)$$