



UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENNE
USTHB –ALGER–
—○—
FACULTE DE PHYSIQUE

Département d'Enseignement de Physique de Base

PHYSIQUE

Première Année
Science de la nature et de la Vie

OPTIQUE GEOMETRIQUE

Solutions des exercices proposés aux TRAVAUX DIRIGES

Yacine SALHI

Laboratoire de Mécanique des Fluides Théorique et Appliquée

Faculté de Physique

USTHB

OPTIQUE GEOMETRIQUE

IV -- Le Prisme

Exercice 1 : On veut qu'un rayon lumineux frappant la face AB d'un prisme puisse émerger par la face opposée AC .

- 1) Quelle est la condition portant sur l'angle au sommet A du prisme ?
- 2) Quelle est la condition portant sur l'angle d'incidence i ?
- 3) Application : Soit un prisme isocèle ABC dont l'angle au sommet est $A = 120^\circ$ et d'indice $n = 3/2$. Un rayon lumineux frappant les faces AB puis AC , peut-il émerger par la face AC ?

Exercice 2 : Soit un prisme d'angle au sommet $A = 25^\circ$ et d'indice 1,2 plongé dans l'air .

- 1) Tracer la marche d'un rayon lumineux qui aborde le prisme sous une incidence de 30° (étudier les deux cas possibles) .
- 2) Calculer dans chaque cas , la déviation subie par le rayon incident .

Exercice 3 : Soit un prisme d'angle au sommet $A = 30^\circ$ et d'indice $n = 1,25$.

- 1) Calculer les angles d'incidence et d'émergence dans les cas suivants :

--Incidence normale	-- Incidence rasante
--Minimum de déviation	-- Emergence normale
--Emergence rasante	
- 2) Représenter la variation de la déviation en fonction de l'angle d'incidence .

Exercice 4 : Un rayon lumineux aborde , perpendiculairement à la face AB , un prisme ABC d'angle au sommet $A = 30^\circ$.

- 1) Sachant que ce rayon subit , à la sortie du prisme , une déviation de $D = 30^\circ$, calculer l'indice du prisme .
- 2) Quelles serait la déviation minimale dans un prisme de même substance et d'angle au sommet $A = 60^\circ$.
- 3) Quelles sont les valeurs de i pour lesquelles ce dernier prisme donnerait la plus grande déviation.

Exercice 5 : Le prisme d'un spectroscopie a un angle de 60° .

- 1) Son indice pour la lumière jaune du sodium est 1,751 ; Calculer la déviation minimale D_m et l'angle d'incidence i_m correspondant .
- 2) On fait arriver sous cette incidence i_m la lumière d'un tube à hydrogène , formée d'une radiation rouge et d'une radiation bleue pour lesquelles les indices du verre sont respectivement 1,742 et 1,769 . Calculer l'angle que font à la sortie les rayons rouges et bleus .

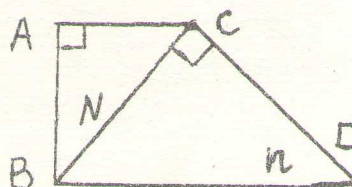
Exercice 6 : On accole deux prismes rectangulaires isocèles d'indice N et n . On envoie un faisceau perpendiculaire à la face AB .

- 1) Quelle condition doivent satisfaire N et n pour que :

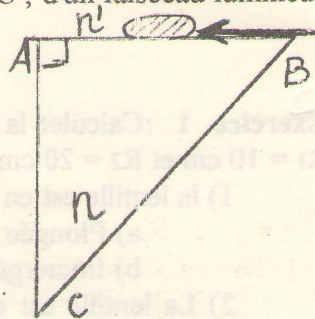
- a) le rayon traverse BC .
- b) puis , atteignant cd , revienne vers BD .

- 1) On suppose $N = n$ pour une radiation donnée .

Calculer la déviation du faisceau après émergence par BD .



Exercice 7 : pour mesurer l'indice de réfraction d'un liquide, on utilise un prisme ABC d'angle $A = 90^\circ$ et d'indice $n = 3$. sur la surface AB on pose une goutte de liquide dont on veut connaître l'indice n' , en mesurant l'angle d'émergence I_0 sur la face AC, d'un faisceau lumineux monochromatique, que l'on fait venir sur la goutte tangentiellement à la face AB.



1) Construire la marche d'un rayon lumineux qui traverse le système.

2) Montrer que l'indice n' du liquide est donné en fonction de n et I_0 par la relation ::

$$n' = \sqrt{n^2 - \sin^2 I_0}$$

3) Dans le cas du sulfure de carbone, $I = 30^\circ$. Quel est son indice n' ?

4) Pour quel type de liquide la méthode sera-t-elle valable ?

Exercice 8 : un prisme ABC d'angle au sommet $A = 90^\circ$ et d'indice $N = 3$ supporte une cuve DABE contenant un liquide d'indice inconnu n . Un rayon SI frappe la face AB sous une incidence i et émerge en rasant la face AC sans réflexion interne.

1) Quelle relation existe-t-il entre i , N , n .

2) On mesure $i = 45^\circ$, calculer n .

3) Quels sont les indices mesurables par cette méthode ?

Exercice 9 : Un prisme d'indice $N = \sqrt{3}$, dont la section droite est un triangle isocèle ABC, rectangle en A, baigne dans un milieu d'indice $n = \sqrt{2}$. Un rayon lumineux SI le traverse au minimum de déviation.

1) Etablir une relation entre l'indice relatif du prisme, l'angle au sommet A et la déviation minimale D_m .

2) Tracer la marche du rayon lumineux en précisant les angles.

Le rayon émergent rencontre un miroir plan M faisant un angle β avec la face AC du prisme.

3) Quelle doit être la valeur de l'angle β pour que le rayon réfléchi soit parallèle à SI.

4) De quelle angle faut-il tourner le miroir autour de C, pour que le rayon réfléchi soit perpendiculaire à SI ? Tracer dans ce cas la marche du rayon lumineux.

Exercice 10 : Un prisme de verre d'indice $n = \sqrt{2}$ a pour section droite un triangle équilatéral ABC. Un rayon lumineux tombe en I sur la face AB et traverse le prisme au minimum de déviation.

1) Faire un schéma, calculer les angles d'incidence, d'émergence et de déviation minimale.

2) Sans toucher au rayon incident, on fait tourner le prisme d'un angle autour d'un axe passant par I et parallèle à son arête ;

Que devient le rayon émergent pour $\beta = 45^\circ$ et $\beta = -45^\circ$?

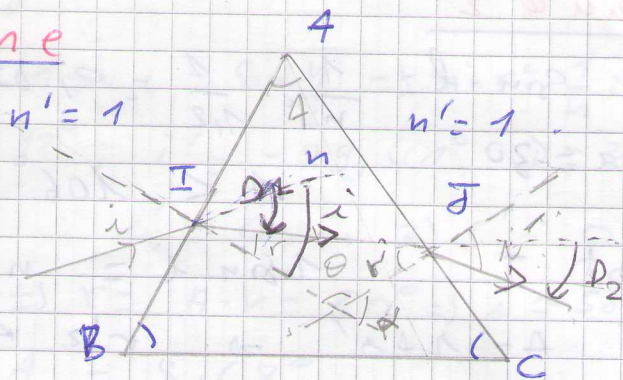
Dans chaque cas, faites un schéma, et calculer la déviation totale du rayon.

Exercice 11 : On place un prisme de verre d'angle $A = 1,5^\circ$ et d'indice $n = 1,5$ dans une cuve à face parallèles, remplie d'eau d'indice $n' = 4/3$.

Calculer la déviation produite par cet ensemble dans le cas d'un rayon incident normal à la cuve et au plan bissecteur du prisme. On pourra supposer que le prisme d'eau et le prisme de verre sont séparés par de minces couches d'air à faces parallèles.

Exercice 1 :

Prisme



1°) $A = \alpha$

$$\alpha + \theta = \pi = \theta + \alpha + \alpha'$$

$$A + \theta = \theta + \alpha + \alpha' \Rightarrow A = \alpha + \alpha'$$

• Condition d'émergence sur la face AC :

- Au pt J :

$$n \sin r' = 1 \cdot \sin i'$$

pour $i' = \frac{\pi}{2}$ $n \sin l' = 1 \Rightarrow \sin l' = \frac{1}{n} \Rightarrow r' < l'$

2°) - Au point I :

pour $i = \frac{\pi}{2}$ $1 \cdot \sin i = n \sin r$

$$n \sin l = 1 \Rightarrow \sin l = \frac{1}{n} \Rightarrow r < l$$

$$l = l'$$

$$\left. \begin{array}{l} A = r + r' \\ r < l \\ r' < l' \end{array} \right\} \Rightarrow A < 2l$$

Condition d'émergence en fonction de i :

$$A = r + r' \Rightarrow r' = A - r$$

$$r' \leq l$$

$$(A - r) \leq l$$

$$r \geq A - l$$

$$\sin r \geq \sin(A - l)$$

$$n \sin r \geq n \sin(A - l)$$

$$\sin i \geq n \sin(A - l)$$

$$i \geq \arcsin(n \sin(A - l))$$

$$n \sin(A - l) \leq \sin i \leq 1$$

2°) Application :

$$\sin l = \frac{1}{1.5} \Rightarrow l = 41.81^\circ$$

$$2l = 83.62^\circ$$

$A > 2l$ pas d'émergence

Exercice 2

$$\sin l = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,2} = 0,83 \Rightarrow l = 53^\circ \quad 2l = 106^\circ$$

19/ $i = 30^\circ$ $A < 106^\circ$

Ans pt I $1 \sin i = n \sin r \Rightarrow r = 24,62^\circ$

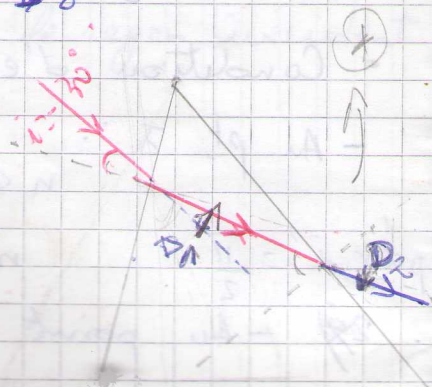
$$A = r + r' \Rightarrow r' = A - r = 0,38^\circ$$

Ans pt D:

$$n \sin r' = 1 \sin i' \Rightarrow i' = 0,45^\circ$$

$$D = D_1 + D_2 = i - r + i' - r' = i + i' - A$$

$$D = 5,38^\circ$$



20/ $i = -30^\circ$ (A rejeter)

Ans pt I: $1 \sin i = n \sin r \Rightarrow r = -24,62^\circ$

$$A = -24,62 + r' \Rightarrow r' = 49,62^\circ \text{ et } i' = 66,08^\circ$$

$$D = D_1 + D_2 = -11,08^\circ \Rightarrow D = -11,08^\circ$$

Exercice 3

$$A = 30^\circ \quad n = 1,25 \quad n' = 1$$

1.1. Incidence normale $i = 0 \Rightarrow r = 0$ $n \sin i = n' \sin r$

$$A = r + r' \quad r = 0 \Rightarrow r' = 30^\circ \Rightarrow i' = 38,68^\circ$$

$$D = i + i' - A = i + i' - (r + r') = 8,68^\circ$$

1.2 Au minimum de déviation:

$$\text{On a } i = i' \Rightarrow r = r' = \frac{A}{2} = 15^\circ$$

$$D_m = 2i - A$$

$$1 \sin i = n \sin r = n \sin 15^\circ \Rightarrow i = i' = 18,87^\circ$$

$$D_m = 30,59^\circ \quad D_m = 7,74^\circ$$

1.3 Emergence rasante: $i' = \frac{\pi}{2}$

$$n \sin r' = 1 \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin r' = \frac{1}{n} \Rightarrow r' = 53,13^\circ$$

$$r = A - r' = -23,13^\circ$$

$$1 \sin i = 1,25 \sin (-23,13) \Rightarrow i = -29,4^\circ$$

$$D = i + i' - A = 30,59^\circ$$

1.4: Incidence rasante :

$$i = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin i = 1 \Rightarrow \sin r = \frac{1}{n} \Rightarrow r = 53,13^\circ$$

$$i' = A - r = -23,13^\circ ; i' = -29,41^\circ \Rightarrow D = 30,59^\circ$$

1.5 Emergence normale : $i' = 0$, $\Rightarrow r' = 0$

$$A = i + i' \Rightarrow r = A - r' = 30^\circ \Rightarrow i = 38,68^\circ$$

$$D = i + i' - A = 8,68^\circ$$

incidence	i	r	$i + A - r$	i'	$D = i + i' - A$	
normale	0	0	30	38,68	8,68	
incidence normale	0	0	30	38,68	8,68	
minimum de déviation	18,87	15	15	18,87	7,74	
incidence rasante	90	53,13	-23,13	-29,4	30,6	à rejeter
Emergence rasante	-29,4	-23,13	53,13	90	30,6	à rejeter
Emergence normale	38,68	30	0	0	8,68	

Exercice 4

1°) $i = 0 \Rightarrow r = 0$. $A = r + r' \Rightarrow r' = A = 30^\circ$.

$D = i + i' - A = 30 \Rightarrow i' = 60$.

$n \sin 30 = 1 \cdot \sin 60 \Rightarrow n = \sqrt{3} = 1,73$.

2°) Déviation minimale $i = i' = i_m$.

$D_m = 2 i_m - A$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \sin i_m = n \sin r \\ n \sin r' = \sin i_m' \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{comme } i = i' \\ \Rightarrow r = r' = \frac{A}{2} = 30^\circ \end{array}$$

$\sin i_m = \sqrt{3} \sin r \Rightarrow i_m = 60^\circ$.

$D_m = 2 \times 60 - 60 = 60$.

3°) $A \leq 2l$ (1)

$\sin i \geq n \sin(A-l)$

$n \sin(A-l) \leq \sin i \leq 1$ (2)

$\sin i \leq 1 \Rightarrow i \leq 90^\circ$.

$\sin i \geq n \sin(A-l)$

$\sin i \geq 1,73 \sin(60-l)$

$1 \sin \frac{i}{2} = n \sin l \Rightarrow \sin l = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,73}$

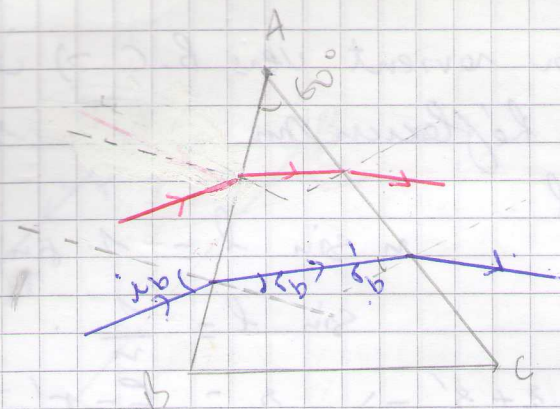
$\Rightarrow l = 35,5^\circ$.

$\sin i \geq 1,73 \sin(60 - 35,5)$

$\Rightarrow i \geq 46,44^\circ$.

$46,44^\circ \leq i \leq 90$

Exercice 5



17) Deviation minimum

$$i = i' = i_m$$

$$r = r' = r_m = \frac{A}{2} = 30^\circ$$

$$D_m = 2i_m - A$$

$$1 \sin i = n \sin r \Rightarrow i = 61,1^\circ$$

$$D_m = 62,2$$

18) Radiation bleue : $n_b = 1,742$

$$1 \sin i = n \sin r \Rightarrow r = 30,16^\circ$$

$$r' = 30,169 = 30,17$$

$$r' = 60 - 30,17 = 29,83^\circ$$

$$i' = 60,056^\circ$$

• Radiation bleue : $n = 1,769 \Rightarrow r = 29,64^\circ$

$$r' = A - r = 30,35^\circ \Rightarrow i' = 63,4$$

L'angle entre les deux radiations est $63,4 - 60,056 = 3,4^\circ$.

Exercice 6

17) a) Au point I

$$N \sin i = n \sin r$$

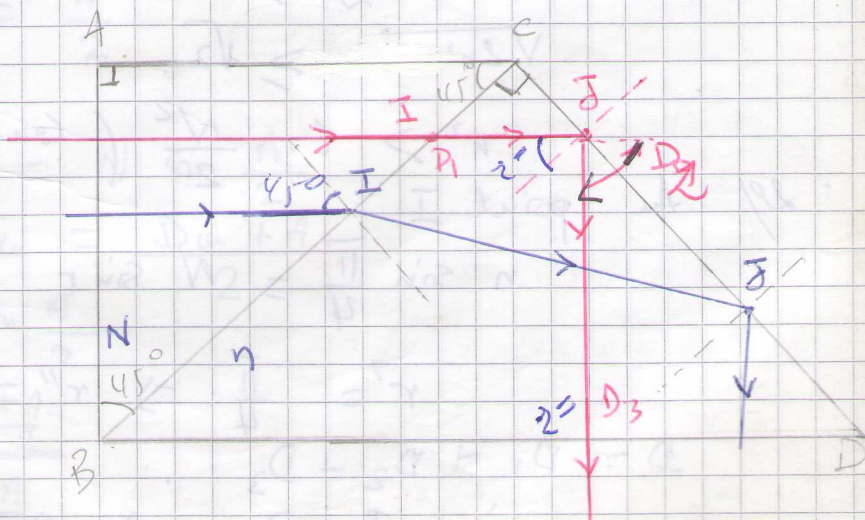
$$N \sin 45^\circ = n \sin r$$

$$\sin r = \frac{N}{n} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$0 \leq \sin r \leq 1$$

$$0 \leq \frac{N \sqrt{2}}{n} \leq 1$$

$$\frac{N}{n} \leq \sqrt{2}$$



1.2 Le rayon revient vers B.C $\Rightarrow$ il a subi une réflexion sur C.D. Réflexion sur CD $\Rightarrow r' > l$
calcul de l.

$$n \sin l = 1 \cdot \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$\sin l = \frac{1}{n}$$

$$l = r + r' \Rightarrow r = l - r' = \frac{\pi}{2} - r'$$

$$r' = \frac{\pi}{2} - r$$

$$\sin l = \frac{1}{n}$$

$$r' \geq l$$

$$\sin r' \geq \sin l$$

$$\sin r' \geq \frac{1}{n}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - r\right) \geq \frac{1}{n}$$

$$\cos r \geq \frac{1}{n}$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 r} \geq \frac{1}{n}$$

$$\sqrt{n^2 - \sin^2 r} \geq 1$$

Or au point I

$$N \sin \frac{\pi}{4} = n \sin r = \frac{N}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{n^2 - \frac{N^2}{2}} \geq 1$$

$$\sqrt{2n^2 - N^2} \geq \sqrt{2}$$

$$n^2 > 1 + \frac{N^2}{2} \quad \left(\text{condition pour qu'il y ait réflexion} \right)$$

2°/ Au point I

$$n \sin \frac{\pi}{4} = N \sin r \Rightarrow r = \frac{\pi}{4}$$

$$r' = \frac{\pi}{4} \Rightarrow r'' = \frac{\pi}{2}$$

$$D = D_1 + D_2 + D_3$$

$$i = r = \frac{\pi}{4} \Rightarrow D_1 = 0$$

$$D_2 = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$D_3 = 0$$

$$\Rightarrow D = \frac{\pi}{2}$$

Exercice 7 :

2°) Au point I

$$n' \sin \frac{\gamma}{2} = n \sin r$$

$$A = r + r'$$

$$r = A - r'$$

$$n \sin (A - r') = n'$$

$$n' = n \sin \left(\frac{\gamma}{2} - r' \right) = n \cos r' = n \sqrt{1 - \sin^2 r'}$$

$$n' = \sqrt{n^2 - \sin^2 r'}$$

Au pt δ : $n \sin r' = 1 \cdot \sin i_0$

$$n' = \sqrt{n^2 - \sin^2 i_0}$$

3°) A-N

$$i_0 = 30^\circ \quad n = 1.732 \Rightarrow n' = 1.65$$

4°) Fourchette des indices de réfractions mesurables :

$$0 \leq \sin i_0 \leq 1$$

Pour $\sin i_0 = 0 \Rightarrow n'_{\max} = 1.732$

$\sin i_0 = 1 \Rightarrow n'_{\min} = 1.414$

Exercice 8 :

1°)

$$\begin{cases} i = i' = i_m \\ r = r' = \frac{A}{2} \end{cases}$$

$$D_m = 2i_m - A$$

$$r = r' = \frac{A}{2}$$

$$n \sin i_m = N \sin r = N \sin \frac{A}{2}$$

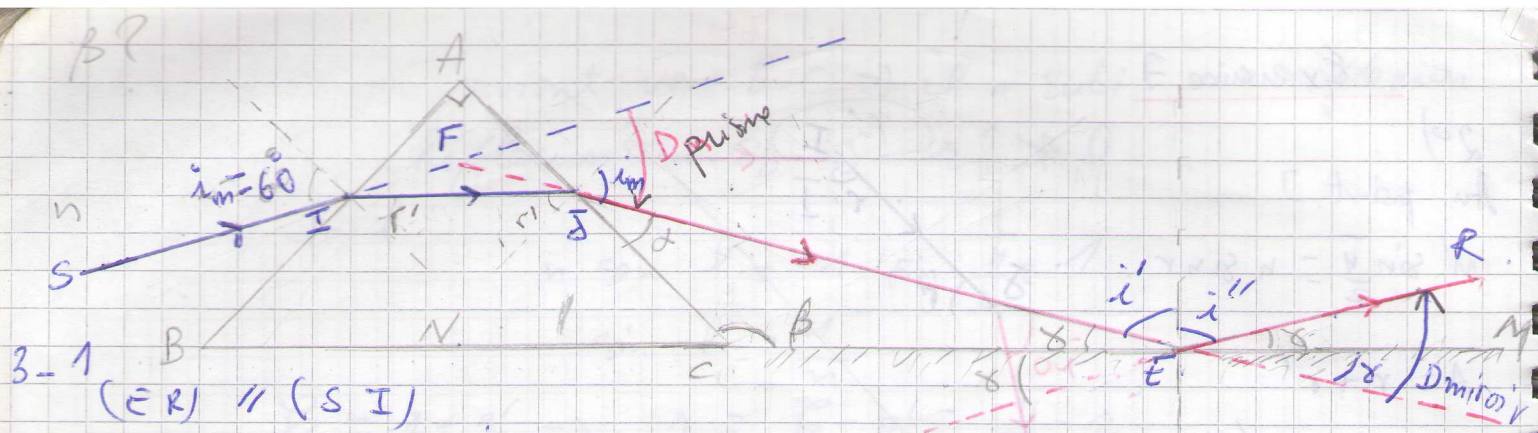
$$D_m = 2i_m - A \Rightarrow i_m = \frac{D_m + A}{2}$$

$$n \sin \frac{D_m + A}{2} = N \sin \frac{A}{2}$$

$$\frac{N}{n} = \frac{\sin \frac{D_m + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

$$\sqrt{2} \sin i_m = \sqrt{3} \sin r$$

$$= \sqrt{3} \sin 45^\circ \Rightarrow \sin i_m = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow i_m = 60^\circ$$



Dans le triangle FCE

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \Rightarrow \beta = \pi - \alpha - \gamma$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - i_m$$

$$\gamma = ? \quad i' = i'' \quad \widehat{FEC} = \widehat{REM} = \gamma$$

$$D_{\text{miroir}} = 2\gamma \Rightarrow \gamma = \frac{D_{\text{miroir}}}{2}$$

$$\gamma = \frac{2i_m - A}{2} = i_m - \frac{A}{2}$$

d'où

$$\beta = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - i_m\right) - \left(i_m - \frac{A}{2}\right) = \frac{\pi}{2} + \frac{A}{2} = 135^\circ$$

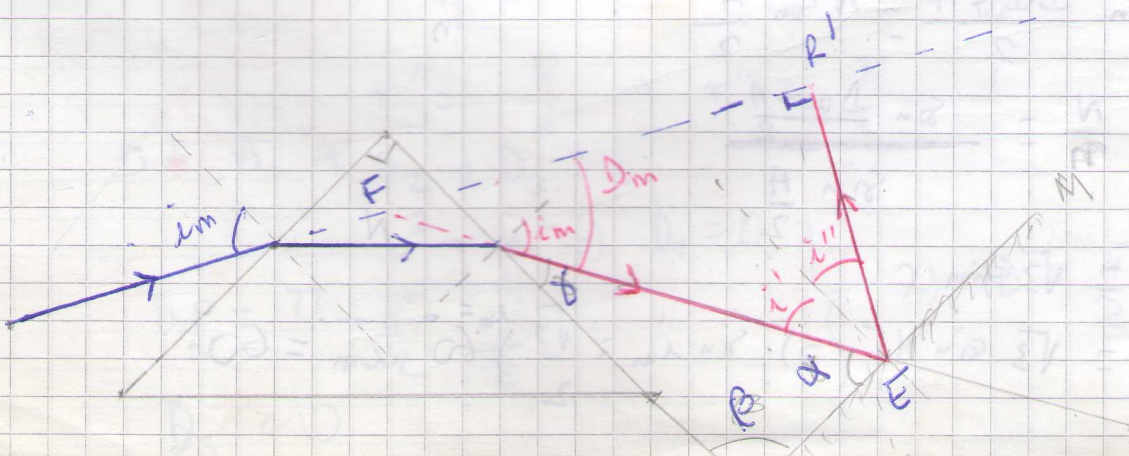
$$\beta = 135^\circ$$

3-2 : Deux méthodes :

1^{ère} méthode : le rayon réfléchi $\perp$ rayon incident $\Rightarrow$ le rayon réfléchi a tourné d'un angle $\frac{\pi}{2} \Rightarrow$ le miroir a tourné d'un angle $\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$.

Le miroir fait un angle avec la face AC
de $135 - 45 = 90^\circ$

2^{ème} méthode :



Dans le

$\vec{FR}'E$ on a :

$$\vec{R}'\hat{F}E + \frac{\pi}{2} + \vec{R}'\hat{E}F = \pi$$

$$D_m + \vec{R}'\hat{E}F = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \vec{R}'\hat{E}F = \frac{\pi}{2} - (120^\circ - A)$$

$$\vec{R}'\hat{E}F = 2i' \Rightarrow i' = \frac{\pi}{4} - \left(120^\circ - \frac{A}{2}\right)$$

$$\beta + \alpha + \gamma = \pi \Rightarrow \beta = \pi - (\alpha + \gamma) = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - i_m\right) - \alpha$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} + i_m - \alpha$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - i' = \frac{\pi}{4} + \left(i_m - \frac{A}{2}\right) ; \gamma = \frac{\pi}{2} - i_m$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} + i_m - \frac{\pi}{4} - i_m + \frac{A}{2} = \frac{3\pi}{4} + \frac{A}{2}$$

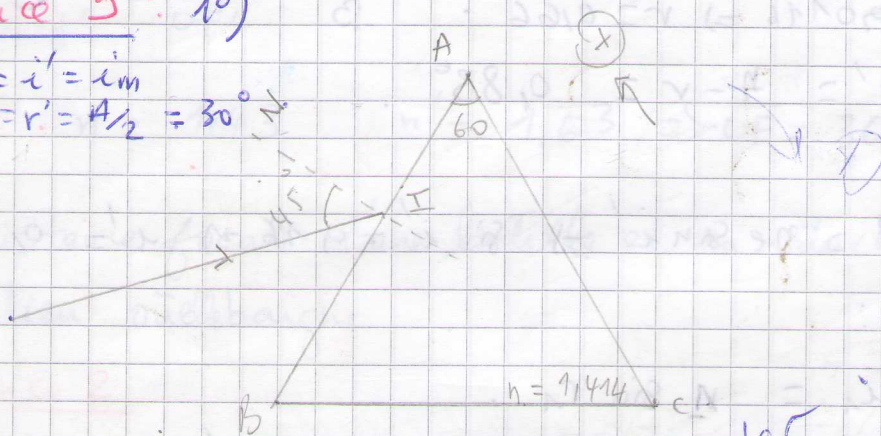
$$A.N. \quad \beta = \frac{\pi}{2}$$

Le miroir tourne d'un angle $135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$

Exercice 9 : 10)

Dm: $i = i' = i_m$
 $r = r' = A/2 = 30^\circ$

$n' = 1$



$$1 \sin i_m = n \sin r = \sqrt{2} \sin 30^\circ \Rightarrow i_m = 45^\circ ; D_m = 30^\circ$$

2) En faisant tourner le prisme d'un angle β autour du point I on fait tourner la normale en I de β par rapport à sa position initiale.

$\beta = +45^\circ$: la normale se confond avec le rayon incident.

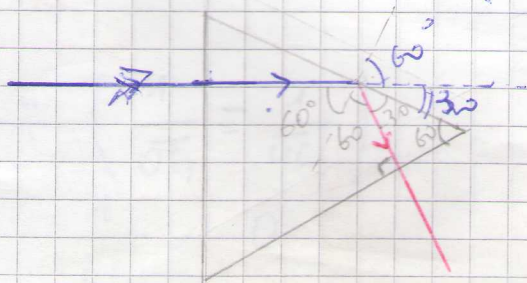
$$i = 0 \Rightarrow r = 0 ; r' = 60^\circ$$

$$n \sin r' = 1 \cdot \sin i'$$

$$\sqrt{2} \sin 60^\circ = 1 \cdot \sin i' = \sqrt{3} \text{ impossible (le rayon se réfléchit sur AC)}$$

La déviation

$$D = 60^\circ$$



Cas où $\beta = -45^\circ$

$$i = \frac{\pi}{2}$$

$$1 \sin \frac{\pi}{2} = n \sin r$$

$$\sin r = \frac{1}{n} \Rightarrow r = 45^\circ \quad r' = 15^\circ \quad i' = 21,46^\circ$$

$$D_t \approx D_1 + D_2 = (i - r) + (i' - r') = 45 + 6,46 = 51,46^\circ$$

Exercice 10:

Au point I: $n_e \sin i = n \sin r$

$$\frac{4}{3} \sin i = n \sin r$$

$$i = \frac{A}{2} = 0,75^\circ$$

$$\Rightarrow \sin r = 0,116 \Rightarrow r = 0,66^\circ$$

$$A = r + r' \Rightarrow r' = A - r = 0,83^\circ$$

Au point J:

$$n \sin r' = n_e \sin i' \Rightarrow \sin i' = 0,16 \Rightarrow i' = 0,93^\circ$$

Au point K:

$$n_e \sin i_1 = n \sin r_1$$

$$i_1 + \frac{\pi}{2} + \frac{A}{2} + \frac{\pi}{2} - i' = \pi \Rightarrow i_1 = i' - \frac{A}{2} = 0,18^\circ$$

$$\text{d'où} \quad \sin r_1 = 0,004 \Rightarrow r_1 = 0,24^\circ$$

$$D_t = D_p + D_k = (i + i') - (r + r') + (i_1 + r_1) = 0,18 + 0,06 = 0,24^\circ$$

