

SOMMAIRE

CHAPITRE I : GENERALITES SUR LA TOPOGRAPHIE

I.	Sciences cartographiques	4
	I-1- Topographie :	4
	I-2- Géodésie :	5
	I-3- Photogrammétries :	5
	I-4- Cartographie :	5
	I-5- Planimétrie :	5
	I-6- Altimétrie :	5
II.	Les applications de la topographie en Génie Civil :	5
III.	Place du technicien supérieur de Génie civil en topographie :	5
IV.	Rappel mathématique :	6
V.	Les unités de mesures utilisées en topographie :	7
		8

CHAPITRE II : MESURE DES ANGLES

I.	Mesure des angles horizontaux :	8
	1. Définition :	8
	2. Principe de mesure :	8
	3. Orientation d'une direction :	8
II.	Mesure des angles verticaux	12
	1. Définition :	12
	2. Erreurs de mesures des angles verticaux	13
III.	Exercices d'applications	13

CHAPITRE III : MESURES DES DISTANCES

I.	Introduction :	19
II.	Réduction des distances :	19

III. Mesures directes des distances :	20
1. Mesure d'une distance par chaînage ou ruban d'acier	20
2. Mesure électronique des distances	22
IV. Mesure indirecte des distances	24
1. Méthode stadimétrique :	23
V. Mesures d'une distance pour un point inaccessible :	25
1. Mesure d'une distance	25
2. Mesure d'une hauteur H pour un point inaccessible	26
VI. Exercices d'applications	28

CHAPITRE IV : NIVELLEMENT

I. Généralités :	35
1. Nivellement	35
2. Nivellement général de la Tunisie (N.G.T)	35
II. Terminologie :	35
1. Altitude d'un point :	35
a. Nivellement direct ou géométrique	35
b- Les différents types de nivellement direct :	36
b1- Nivellement par rayonnement :	36
b2- Nivellement par cheminements :	38
2. Nivellement indirect par cheminement :	41
a. Principe	41
b. Détermination de l'altitude d'un point	42
3. Nivellement géodésique par cheminement :	44
a. Principe	44
b. Modes opératoires possibles :	45
c. Etapes de calculs :	45
III. EXERCICES D'APPLICATIONS	45

Chapitre V : LES METHODES DE LEVE

I. Rappel mathématique :	53
II. Canevas géodésique :	53
III. Les procédés de détermination planimétrique d'un point :	54
1- Les procédés planimétriques n'utilisant que les mesures linéaires :	54
a- Méthode de levé du triangle chaîné :	54
b- Méthode des abscisses et ordonnées :	55
c- Trilatération	56
2- Les procédés planimétriques n'utilisant que des mesures angulaires :	57
a- Intersection	57
b- Recoupement :	58
3- Les procédés planimétriques linéaires et angulaires composés:(La polygonation)	60
a- Cheminement	60
b- Calcul de la polygonale	60
VI. Calcul planimétrique (x, y)	61
V- Calcul altimétrique (H) :	65
VI- Exercice d'application :	67

CHAPITRE I

GENERALITES SUR LA TOPOGRAPHIE

I. Sciences cartographiques :

I-1- Topographie :

Terme d'origine grec ; (Topo = terrain ; Graphien = dessiner)

C'est l'ensemble des techniques qui mettent en relation le terrain, ses formes et ses détails naturels et artificiels d'une part et les documents graphiques et numériques d'autres parts

**** Plan :** C'est la représentation graphique à très grande échelle d'une partie de la surface terrestre, notamment d'une agglomération.

****Carte :** C'est la représentation graphique des détails de la surface de la terre assez étendue par un système de projection bien déterminé avec des petites échelles.

♦ **Echelle** : c'est le rapport exprimé dans la même unité entre une longueur mesurée sur la carte ou le plan et la distance correspondante du terrain réduite à l'horizontal.

Le plan est à grande échelle, de sorte que les détails peuvent y être représentés rigoureusement à l'échelle. Il indique, en général, les routes, les chemins, les voies d'eau ou de chemin de fer et quelques monuments ou sites

Le plan cadastral, quant à lui délimite à échelle les parcelles de terre et indique ainsi l'étendu des bien fonciers.

♦ **Echelles des plans :**

1/50 → Plans d'architecture

1/100 → Plans de propriétés

1/200 → Plans de voiries

1/500 → Plans cadastraux urbains

1/1000 → Plans parcellaires

1/2000 → Plans d'occupation des sols (plans de ville)

1/5000 → Plans topographiques d'étude ou d'urbanisme

♦ **Echelles des cartes:**

1/1 000 000 } Cartes géographiques

1/500 000 }

1/250 000 } Cartes topographiques

1/100 000 }

1/50 000 }

1/25 000 (carte de base) }

} Cartes à petite échelle

} Cartes topographiques à moyenne échelle

1/20 000 }
1/10 000 } Cartes topographiques à grande échelle

I-1-1- Lever topographique :

C'est l'action de procéder à des mesures sur terrain afin de produire des documents topographiques.

I-1-2- Implantation :

C'est l'opération inverse du lever, elle consiste à matérialiser sur le terrain des points dont les coordonnées sont fixées dans un plan

I-2- Géodésie :

C'est la science qui a pour objet l'étude de la forme de la terre et ses propriétés physiques. Elle permet aussi de localiser avec une grande précision des grands nombres de repère ou point géodésique servant au levé topographique.

I-3- Photogrammétries :

C'est la technique qui permet de mesurer et représenter les détails des terrains en utilisant des photographies aériennes.

I-4- Cartographie :

C'est l'ensemble des études et opérations scientifiques, artistiques et techniques provenant d'observation directe ou de l'exploitation d'une documentation en vue de l'élaboration d'une carte ou d'un plan.

I-5- Planimétrie :

C'est une opération qui consiste à exploiter les observations de mesure qui nous permettent de représenter sur un plan horizontal les détails existants à la surface de la terre.

I-6- Altimétrie :

C'est une opération qui consiste à exploiter les observations et les mesures qui conduisent à la représentation des reliefs du sol.

II. Les applications de la topographie en Génie Civil :

La topographie touche plusieurs domaines, les applications propres au génie civil sont les suivantes :

Les travaux routiers et municipaux :

Ils sont liés aux autoroutes, aux chemins de fer et des travaux qui ont des grandes longueurs par rapport à leur largeur.

- ☐ Implanter l'axe de la route
- ☐ Piqueter et relever des tracés en plan des routes, des profils en long, des profils en travers, qui servent au calcul de cubature
- ☐ Génie municipal : Eclairage public,

Les travaux pour les bâtiments :

- ☐ Plan d'installation
- ☐ égouts pluviaux, assainissements, électricité et téléphone ...
- ☐ Piquetage des centres de fondation pour pieux et semelle

III. Place du technicien supérieur de Génie civil en topographie :

Le technicien supérieur de Génie Civil doit être capable de :

- Manipuler le matériel et les instruments topographiques
- Pouvoir communiquer avec un topographe
- Comprendre tout document topographique
- Savoir-faire des opérations topographiques simple (lever, calcul et réception des travaux réalisés...)

IV. Rappel mathématique :

IV-1 Calcul de la surface d'un triangle quelconque :

Pour calculer la surface d'un triangle il faut connaître soit deux angles et un côté soit un angle et deux côtés. (Figure 1-I)

a- La relation des sinus dans un triangle quelconque donne :

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A}$$

Connaissant AB, on peut calculer AC et BC

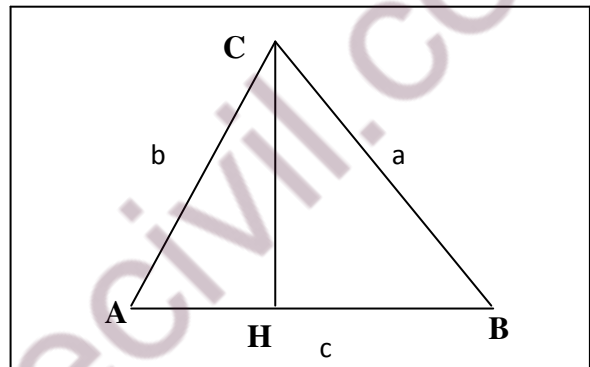


Figure 1-I

$$AC = AB \cdot \sin B / \sin C \quad BC = AB \cdot \sin A / \sin C$$

$$CH = AC \sin A = BC \sin B \quad S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH$$

Si on pose que AB = c ; BC = a et AC = b alors on aura

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} a \cdot b \sin C \quad S_{ABC} = \frac{1}{2} a \cdot c \sin B \quad S_{ABC} = \frac{1}{2} b \cdot c \sin A$$

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad \text{Avec } p = \frac{a+b+c}{2}$$

b- La relation de Pythagore généralisé :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cos C$$

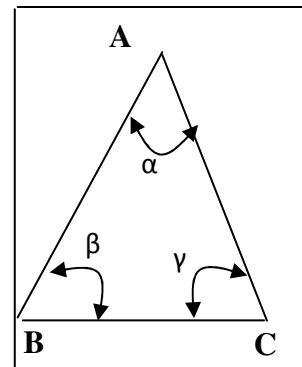


Figure 2-I

IV-1 Compensation des angles :

On connaît que la somme des angles d'un triangle est égale à 200 gr. (figure 2-I)

$$\sum \text{angles thé} = \alpha + \beta + \gamma = 200 \text{ gr}$$

On vérifie que la somme des angles mesurés est environ égale à 200 gr.

Donc il faut compenser ces angles.

Compenser les angles c'est les corriger uniformément.

Soit C_T la compensation totale et C_i la compensation par angle.

$$C_T = \sum \text{angles thé} - \sum \text{angles mes.} = 200 - \sum \text{angles mes.} \quad C_i = C_T / 3$$

Soit α_c l'angle horizontal compensé et α_m l'angle mesuré. $\alpha_c = \alpha_m + C_i$

V. Les unités de mesures utilisées en topographie :

V-1 : Mesure de longueur :

L'unité de mesure pour les longueurs est le (m)

Les sous multiples :

- Le décimètre (dm) = 0.1 m
- Le centimètre (cm) = 0.01m
- Le millimètre (mm) = 0.001 m

Les multiples

- Le décamètre (dam) = 10 m
- L'hectomètre (hm) = 100m
- Le kilomètre (km) = 1000m

V-2- Mesure de superficies ou surfaces :

L'unité de mesure de surface est le (m^2) ou centiare

Sous –multiples :

- Le décimètre carré (dm^2)
- Le centimètre carré (cm^2)

Multiples :

- Le décamètre carré : Are (a) = 100 m^2
- L'hectomètre carré : Hectare (ha) = 10 000 m^2 = 100 ares
- Le kilomètre carré : (peu utilisé) = 100 ha

V-3- Mesure d'angles :

L'unité d'angle employée en topographie est le grade :(gr)

Sous –multiples de grade:

- Le décigrade (dgr) = 0.1 gr
- Le milligrade (mg) = 0.001 gr

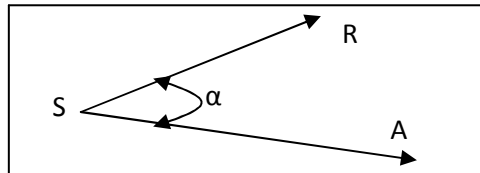
Le centigrade (cgr) = 0.01 gr

Le déci milligrade (dmgr) = 0.0001 gr

Sous –multiples de degré: $1^\circ = 60'$ et $1' = 60''$

Les conversions de degré en grade ou en radions et vice versa doivent être maîtrisées pour éviter les erreurs inutiles lors de l'utilisation des instruments de calcul.

Degré (°)	Grade (gr)	Rad	
360	400	$6.28 = 2\pi$	Circonférence 
180	200	$3.14 = \pi$	
90	100	$1.57 = \pi/2$	
57.3	63.66	1	Angle plat 
1	1.111	0.017	
0.9	1	0.0157	Angle droit 

CHAPITRE II**MESURE DES ANGLES****I. Mesure des angles horizontaux :****1. Définition : (figure II-1)****Figure II-1**

L'angle horizontal « α » est l'écartement entre deux droites (S_R et S_A)

Il est caractériser par :

• Direction d'origine ou de départ SR ou R est un point de référence connus en x et y, stable, visible et assez éloigner (les pylônes, les minarets des mosquées.)

$$\alpha = L_A - L_R$$

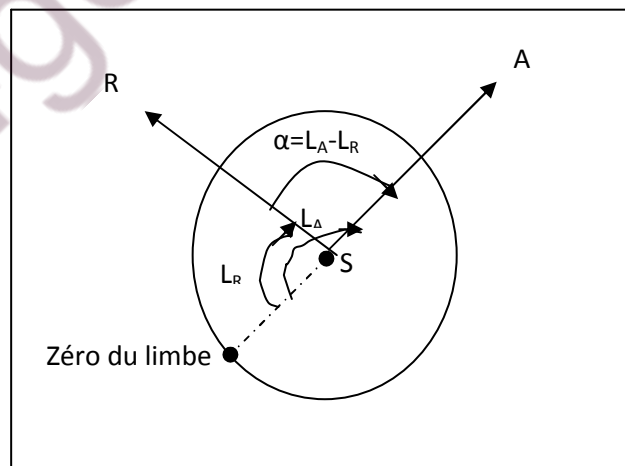
2. Principe de mesure :(figure 2-II)

On veut mesurer l'angle définit par son sommet S et les points R et A

- On place l'appareil (théodolite ou station totale) en station S
- On vise le point R en amenant la lunette dans la direction SR et on note la lecture L_R
- On répète la même opération avec le point A et on note la lecture L_A

L'angle cherché est égale à la différence entre les deux lectures effectuées sur R et A

$\alpha = \angle RSA = L_A - L_R$: c'est l'angle dièdre des deux plans verticaux passant par SR et SA.

**Figure 2-II****3. Orientation d'une direction :****a. Définition :(figure3-II)**

L'orientation Θ_{AB} d'une direction AB est l'angle entre le Nord géographique (axe des x) et cette direction comptée dans le sens opposé des aiguilles d'une montre.

Cette direction peut être positionnée aussi par son gisement qui est l'angle entre le Nord géographique et la direction AB comptée dans le sens des aiguilles d'une montre

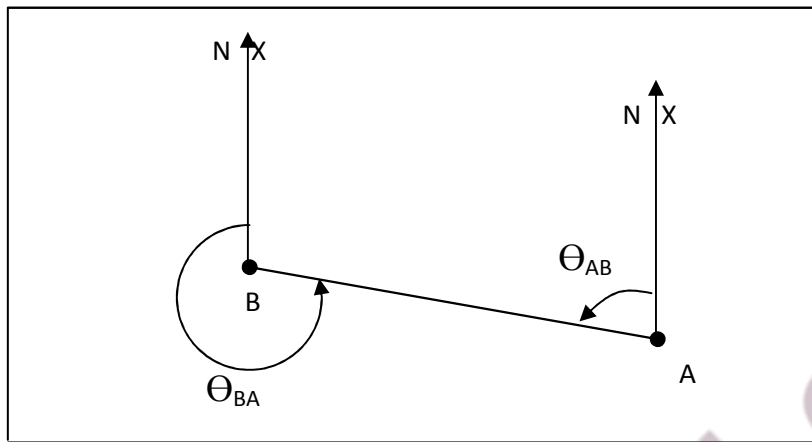


Figure 3-II

Θ_{AB} : Orientation de la direction AB

Θ_{BA} : Orientation de la direction BA

$\Theta_{BA} = \Theta_{AB} \pm 200\text{gr}$

a. Coordonnées d'un point :(figure4-II)

Les coordonnées rectangulaires (x ; y) d'un point M sont calculées à partir de ses coordonnées polaires (D ; Θ) de la manière suivante :

Soit A un point de coordonnées connu (x_A ; y_A)

M : un point à déterminer ?

D : distance AM connu

Θ_{AM} : Orientation de AM

$\Delta x = D \cos \Theta_{AM}$

$\Delta y = D \sin \Theta_{AM}$

$x_M = x_A + \Delta x$

$x_M = x_A + D \cos \Theta_{AM}$

$y_M = y_A + \Delta y$

$y_M = y_A + D \sin \Theta_{AM}$

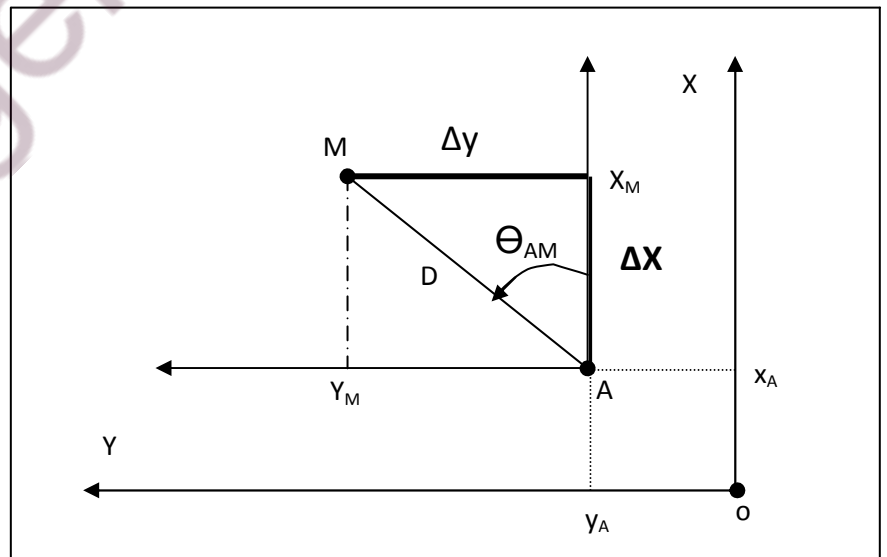


Figure 4-II

b. Calcul de l'orientation d'une direction :(figure5-II)

Soient A et B deux points de coordonnées connues tel que A (x_A ; y_A) et B (x_B ; y_B).

Le calcul de l'orientation Θ_{AB} de la direction AB se fait de la manière suivante :

On calcule $\Delta x = x_B - x_A$ et $\Delta y = y_B - y_A$

On calcule l'angle Θ' à partir de la formule suivante $\Theta' = \text{tg}^{-1} \frac{|\Delta y|}{|\Delta x|}$

On détermine Θ_{AB} à partir de Θ' selon le cadran où se trouve la direction de AB c'est à dire selon les signes de Δx_{AB} et Δy_{AB}

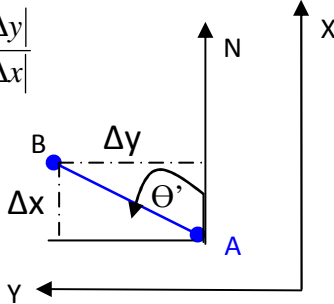
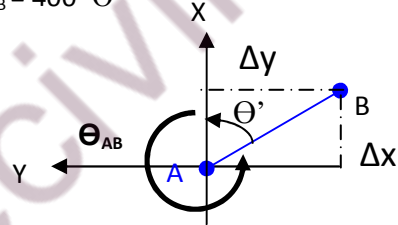
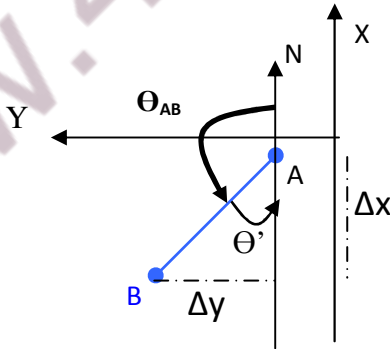
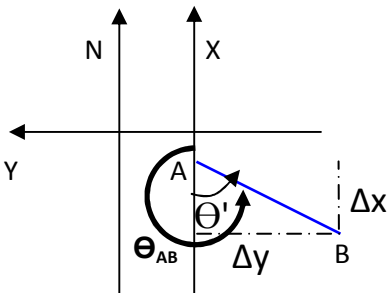
Quadrant (1) 1^{er} cas : $\Delta x > 0$ et $\Delta y > 0$ $\Theta_{AB} = \Theta' = \text{tg}^{-1} \frac{ \Delta y }{ \Delta x }$ 	* Quadrant (4) 4^{er} cas : $\Delta x > 0$ et $\Delta y < 0$ $\Theta' = \text{tg}^{-1} \frac{ \Delta y }{ \Delta x }$ $\Theta_{AB} = 400 - \Theta'$ 
* Quadrant (2) 2^{er} cas : $\Delta x < 0$ et $\Delta y > 0$ $\Theta' = \text{tg}^{-1} \frac{ \Delta y }{ \Delta x }$ $\Theta_{AB} = 200 - \Theta'$ 	* Quadrant (3) 2^{er} cas : $\Delta x < 0$ et $\Delta y < 0$ $\Theta' = \text{tg}^{-1} \frac{ \Delta y }{ \Delta x }$ $\Theta_{AB} = 200 + \Theta'$ 

Figure 5-II

c. Détermination de l'orientation d'une direction :

(figure6-II)

On prend comme référence une direction connue SR.

Le point A est inconnu, sa direction SA est inconnue mais l'angle RSA est connu . On mesure avec l'instrument de mesure l'angle RSA .

L'orientation Θ_{SR} est connu, on détermine Θ_{SA} ?

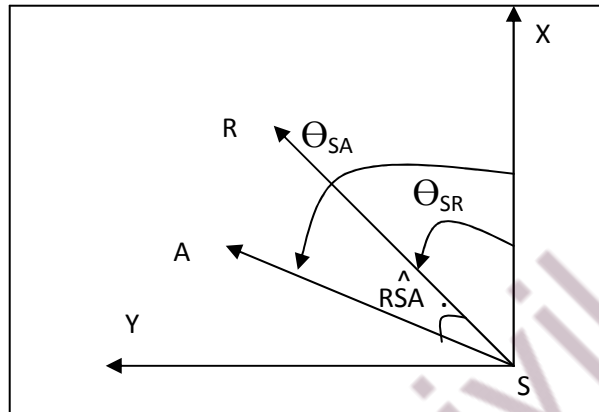


Figure 6-II

$$\Theta_{SA} = \Theta_{SR} + \hat{RSA}$$

Exemples :

Déterminer l'orientation Θ_{BC} , dans chaque cas ?

Exemple -1-

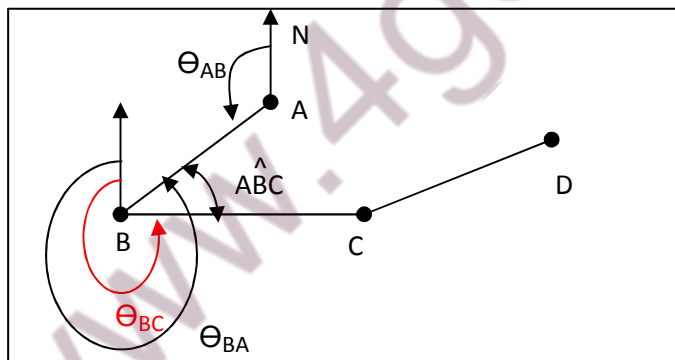


Figure 7-II

$$\begin{aligned}\Theta_{BC} &= \Theta_{BA} - \alpha \quad \text{Avec } \alpha = \text{l'angle entre AB et BC} \\ \Theta_{BC} &= \Theta_{AB} + 200 - \alpha \quad \text{Avec} \\ \alpha &= \text{l'angle entre AB et BC}\end{aligned}$$

Exemple -2

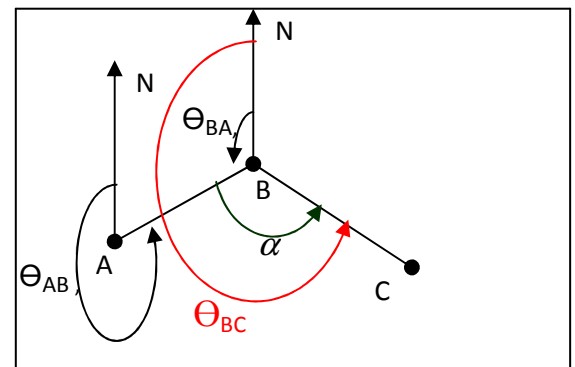


Figure 8-II

$$\begin{aligned}\Theta_{BC} &= \Theta_{BA} + \alpha \\ \Theta_{BC} &= \Theta_{AB} - 200 + \alpha \quad \text{Avec} \\ \alpha &= \text{l'angle entre AB et BC}\end{aligned}$$

d. Orientation du zéro du limbe Θ_o ($\Theta_o^{\text{Station}}$) :

Problème : déterminer l'orientation du zéro du limbe d'une station **S** ?

Déterminer l'orientation du zéro du limbe d'une station **S** c'est à dire donner une lecture entre le Nord géographique et le zéro du limbe pour cette station

Solution : viser un point **R** dans une direction connue et faire la lecture horizontale L_R

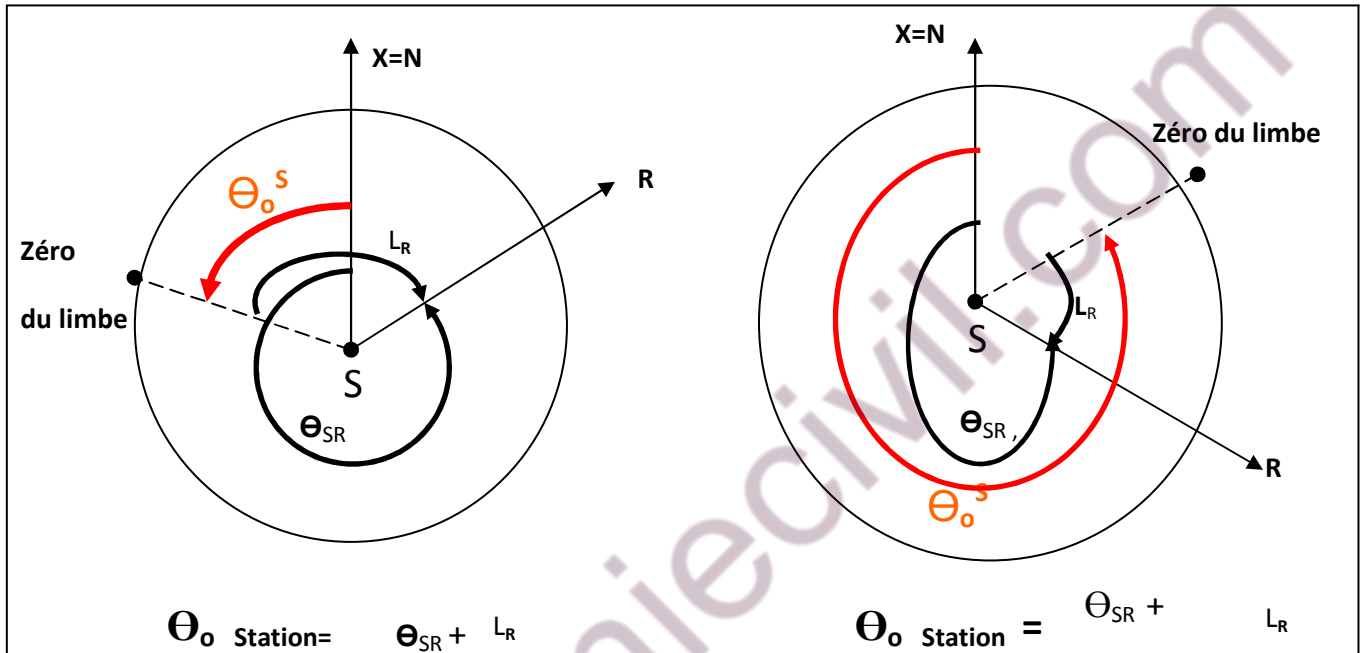


Figure 9-II

En suite, pour déterminer une direction quelconque **M**, on doit déterminer l'orientation Θ_{SM} à partir de la relation suivante : $\Theta_{SM} = \Theta_o^{\text{Station}} - L_M$

e. Θ_o moyen de station ; (Θ_o moyen) :

Dans le sous paragraphe –e- on a déjà déterminé le Θ_o de Station de chaque direction, mais cet orientation n'est pas contrôlé.

Pour avoir le bon contrôle, et pour éliminer les sources d'erreurs on doit réaliser au moins trois Θ_o de station à partir de trois directions.

Le Θ_o moyen de station sera la moyenne des trois valeurs déjà calculées.

f. Source d'erreurs dans la mesure des angles horizontaux :

* La formule adoptée pour le calcul de la moyenne de l'angle horizontal est la suivante :

$$L^H_M = \frac{LCG + LCD \pm 200}{2} \text{ et ceci en prenant la lecture en cercle gauche comme lecture de base}$$

II. MESURE DES ANGLES VERTICAUX :

1. Définition (figure 12-II)

Suivant les appareils topographiques nous pouvons mesurer soit l'angle zénithal soit l'angle de site.

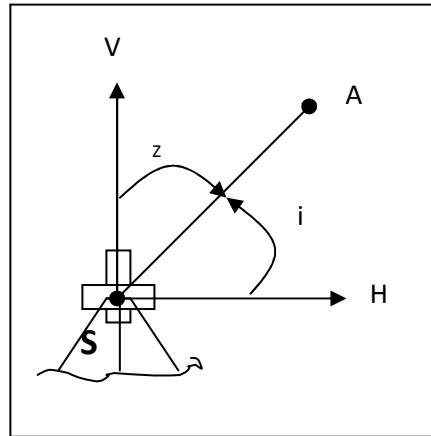


Figure 12-II

z : angle zénithal entre la verticale ascendante et la visée

i : angle de site entre la direction de la visée et le plan horizontal

SA : direction observée= ligne de visée

V : direction de la verticale

H : direction de l'horizontale

Suivant les appareils nous pouvons mesurer soit l'angle zénithal soit l'angle de site.

Les appareils actuels permettent généralement de mesurer les angles zénithaux

2. Erreurs de mesures des angles verticaux :

a. Collimation verticale (figure13-II)

Les théodolites qui sont à collimation verticaux manuelle ou automatique ne collent pas en générale le zéro au zénith.

La ligne du limbe fait avec la verticale un petit angle z_0 appelé défaut de collimation verticale

On élimine ce défaut par double retournement de l'alidade (CG ; CD)

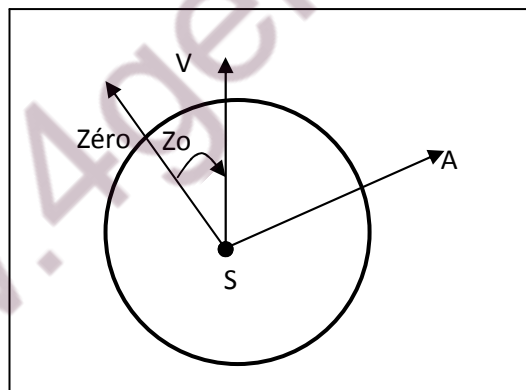


Figure 13-II

$z = (L_{CG} - L_{CD} + 400) / 2$: formule de calcul de la moyenne de l'angle zénithale

III. Exercices d'applications

1. Application N°1-II:

Soient S,A,B,C quatre points de triangulation ayant pour coordonnées dans le système STT si dessous mentionné :

Station	Point visé	Lecture horizontale (Gr)
S	C	42.191
	B	268.884
	A	330.138

Avec une station totale graduée dans le sens des aiguilles d'une montre, on a effectué les mesures suivantes :

Points	S	A	B
X	1211.690	1245.958	1195.280
Y	-225.698	-182.562	-170.872

- 1) Rappeler la définition de l'orientation d'une direction AB, faite un croquis d'explication ?
- 2) Déterminer le Θ_o moyen de la station S ?
- 3) Déterminer l'orientation de la direction SC ?

Solution :

1-Voir cours

$$2- \Theta_o^{\text{moyen de}}_{(s)} = (\Theta_o^A + \Theta_o^B) / 2 \quad \text{Avec :} \quad \Theta_o^A = \Theta_{SA} + L_A^H \quad \text{et} \quad \Theta_o^B = \Theta_{SB} + L_B^H$$

Direction	ΔX	ΔY	$\Theta' = \text{tg}^{-1} \frac{ \Delta y }{ \Delta x }$	N°quadrant	Θ_{Si} (gr)	L_H (grade)	Θ_o^i (gr)
SA	34.268	43.136	57.262	I	57.262	330.138	387.400
SB	-16.41	54.826	81.486	II	118.516	268.884	387.400

$$\Theta_o^{\text{moyen de}}_{(s)} = 387.400\text{gr}$$

3-L'orientation Θ_{SC} :

$$\Theta_{SC} = \Theta_o^{\text{moyen de}}_{(s)} - L_C^H$$

$$\Theta_{SC} = 387.400 - 42.191 = 345.209 \text{ gr}$$

2. Application N°2 -II:

Soient S,A,B,C quatre points de triangulation ayant pour coordonnées dans le système STT si dessous mentionné :

Points	A	B	C	S
X	1267.64	1864.78	1882.51	1200.68
Y	-4257.58	-3014.66	-2163.24	-2964.92

Avec une station totale graduée dans le sens des aiguilles d'une montre et afin de déterminer les orientations des deux directions SM1 et SM2 on a effectué les mesures suivantes :

Station	Point visé	Lecture horizontale (Gr)
S	A	151.843
	B	60.042
	C	0.008
	M1	30.271
	M2	41.588

- 1) Calculer les orientations des trois directions SA, SB et SC
- 2) Rappeler la définition du Θ_o de station
- 3) Déterminer le Θ_o moyen de la station S
- 4) Calculer les orientations des deux directions SM1 et SM2

Solution :

1-

Direction	ΔX	ΔY	$\Theta' = \text{tg}^{-1} \frac{ \Delta y }{ \Delta x }$	N°quadrant	Θ_{Si} (gr)
SA	66.96	-1292.66	96.705	IV	303.295
SB	644.1	-49.74	4.906	IV	395.094
SC	681.83	801.68	55.132	I	55.132

2-Voir cours topographie

3- $\Theta_o^{\text{moyen de}}_{(s)} = (\Theta_o^A + \Theta_o^B + \Theta_o^C) / 3$ Avec : $\Theta_o^A = \Theta_{SA} + L_A^H$; $\Theta_o^B = \Theta_{SB} + L_B^H$ et $\Theta_o^C = \Theta_{SC} + L_C^H$

Direction	ΔX	ΔY	$\Theta' = \text{tg}^{-1} \frac{ \Delta y }{ \Delta x }$	N°cadron	Θ_{Si} (gr)	L_H (grade)	Θ_o^i (gr)
SA	66.96	-1292.66	96.705	IV	303.295	151.843	55.138
SB	644.1	-49.74	4.906	IV	395.094	60.042	55.136
SC	681.83	801.68	55.132	I	55.132	0.008	55.140

$$\Theta_o^{\text{moyen de}}_{(s)} = 55.138\text{gr}$$

4 -

$$\begin{aligned} \Theta_{SM1} &= \Theta_o^{\text{moyen de}}_{(s)} - L_{M1}^H \\ \Theta_{SM1} &= 55.138 - 30.271 = 24.867 \text{ gr} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Theta_{SM2} &= \Theta_o^{\text{moyen de}}_{(s)} - L_{M2}^H \\ \Theta_{SM2} &= 55.138 - 41.588 = 13.550 \text{ gr} \end{aligned}$$

3. Application N°3-II :

Soient S,A,B,C quatre points de triangulation ayant pour coordonnées dans le système STT si dessous mentionné :

Points	S	A	B	C
X	1000.90	875.396	1000.928	1150.910
Y	1000.50	1000.934	1090.555	1000.50

Avec une station totale graduée dans le sens des aiguilles d'une montre, on a effectué les mesures suivantes :

Station	Point visé	Lecture horizontale (Gr)	Lecture verticale (Gr)	Distance selon la pente (m)	Hauteur du réflecteur (m)
S ha=1.551m	A	100.225	*****	*****	
	B	200.025	*****	*****	
	C	300.005	*****	*****	
	P1	350.001	99.990	180.020	1.55
P1	S	0.000	*****	*****	

ha=1.451m	P2	150.005	99.997	220.010	1.45
P2	P1	0.000	*****	*****	
ha=1.651m	P3	250.101	95.952	351.559	1.65

- 1) Rappeler la définition de l'orientation ?
- 2) Déterminer le Θ_o moyen de la station S et en déduire Θ_{SP1}
- 3) Calculer les orientations des directions P1P2 et P2P3 ?
- 4) Calculer les distances horizontales des directions SP1, P1P2 et P2P3 ?
- 5) Calculer les altitudes des points P1, P2 et P3 sachant que $H_s = 56.455$ m ?

Solution :

1-Voir cours topographie

2- $\Theta_o^{\text{moyen de (s)}} = (\Theta_o^A + \Theta_o^B + \Theta_o^C) / 3$ Avec :

$\Theta_o^A = \Theta_{SA} + L_{SA}^H$; $\Theta_o^B = \Theta_{SB} + L_{SB}^H$ et $\Theta_o^C = \Theta_{SC} + L_{SC}^H$

Direction	ΔX	ΔY	$\Theta' = \text{tg}^{-1} \frac{ \Delta y }{ \Delta x }$	N°cadron	Θ_{Si} (gr)	L_H (grade)	Θ_o^i (gr)
SA	-125.504	0.434	0.220	II	199.780	100.225	300.005
SB	0.028	90.055	99.980	I	99.980	200.025	300.005
SC	150.010	0.000	0.000	I	0.000	300.005	300.005

$\Theta_o^{\text{moyen de (s)}} = 300.005 \text{ gr}$

$\Theta_{SP1} = \Theta_o^{\text{moyen de (s)}} - L_{P1}^H$
 $\Theta_{SP1} = 300.005 - 350.001 = 350.004 \text{ gr}$

3- Les orientations des directions P1P2 et P2P3

*** $\Theta_{P1P2} = ?$**

$\Theta_{SP1} = 350.004 \text{ gr}$

$\Theta_{P1S} = \Theta_{SP1} - 200 = 150.004 \text{ gr}$

$\Theta_{P1P2} = \Theta_{P1S} + \beta$

$\beta = 400 - \alpha$

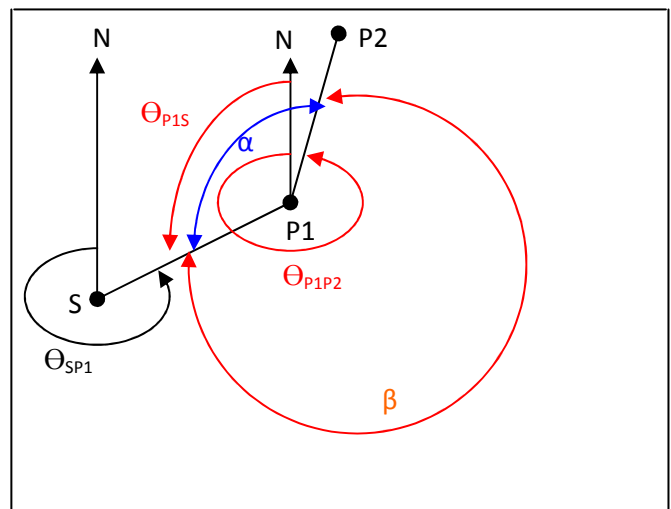
$\alpha = (L_{P2}^H - L_S^H) \text{ st}_{P1}$

$\alpha = 150.005 \text{ gr}$

$\beta = 400 - 150.005 = 249.995 \text{ gr}$

$\Theta_{P1P2} = \Theta_{P1S} + \beta$ $\Theta_{P1P2} = 150.004 + 249.995 = 399.999 \text{ gr}$

*** $\Theta_{P2P3} = ?$**



CHAPITRE III MESURES DES DISTANCES

I. Introduction :

La mesure des distances est conditionnée par le degré de précision cherché qui lui-même varie selon la nature des travaux à réaliser. On distingue ainsi deux méthodes :

- Mesures directes des distances
- Mesures indirectes des distances

II. Réduction des distances (figure 1-III)

Les mesures directes et indirectes des distances nous donnent généralement la distance selon la pente du terrain ($D_p = S$ distance). Mais lorsqu'on reporte cette distance en projection il y a lieu de connaître les trois réductions suivantes.

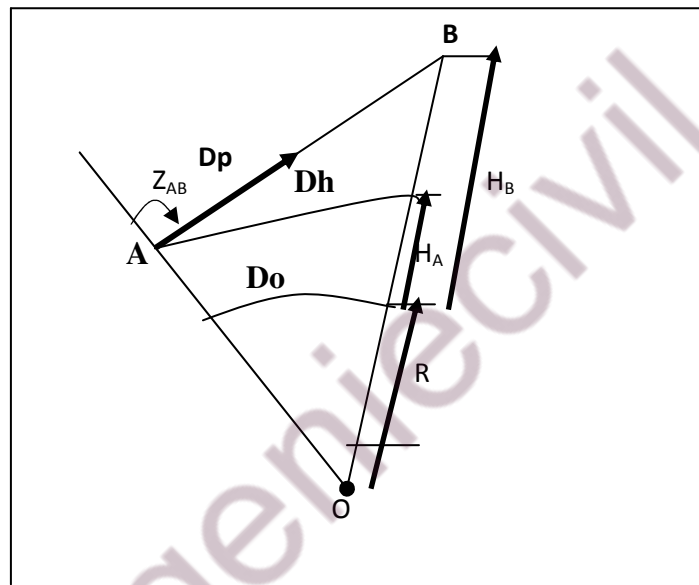


Figure 1-III

- Réduction à l'horizontale :

D_p = distance AB mesurée selon la pente

Z_{AB} : angle vertical de la visée AB

D_h : distance réduite à l'horizon (projection de AB sur le plan horizontal passant par A)

$$D_h = D_p \sin Z_{AB}$$

- Réduction à la surface de référence :

D_o : distance réduite à la surface de référence

Théorème de Thalès

R : rayon de la terre

$$\frac{D_o}{R} = \frac{D_h}{R + H} \quad \Rightarrow \quad D_o = \frac{D_h}{R + H} \times R$$

***Réduction à la surface de projection :**

C'est l'opération qui permet de passer d'une longueur sur l'ellipsoïde à la longueur en projection qui entraîne une altération linéaire :

$$D_r = D_o (1 + \varepsilon) \quad \text{Avec } \varepsilon : \text{altération linéaire donnée.}$$

III. Mesures directes des distances :**1. Mesure d'une distance par chaînage ou ruban d'acier :**

a. Définition : C'est une opération qui consiste à mesurer une distance directement à l'aide d'un ruban. La longueur d'un ruban est donnée à une température ambiante (20° c) et pour une tension donnée. Cela nécessite une correction de la valeur lue à une température donnée.

b. Les instruments et les accessoires de mesure :

***Jalons :** ce sont des battons en bois ou en acier de longueur variable de 2 à 3 m , servent à assurer l'alignement ou le jalonnement.

***Fiches :** Ce sont des tiges métalliques de 30 à 50 Cm servent de définir l'extrémité totale d'un ruban.

***Fil à plomb :** C'est un fil à l'extrémité duquel on trouve une masse du plomb de forme Conique ou cylindrique sert à donner la verticalité des points.

***Ruban en acier :** Longueur varie de 10 à 50 m , il est caractérisé par son coefficient de dilatation :

$$K = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}$$

Les précisions sont : de 2cm /100 m pour un terrain plat et de 10 cm / 100m pour un terrain accidenté

Exemple :

Si on mesure une longueur de 90 m à l'aide d'un ruban d'acier. Qu'elle sera la dilatation si les températures du terrain est de 40 °C ?

$$\text{Dilatation} = D \times K (t - t_0) = 90 \times 12 \cdot 10^{-6} \times (40-20) = 0.0216 \text{ m}$$

c. Les étapes du chaînage**c-1-alignement /jalonnement****c-2-1^{er} cas : B visible de A (cas d'un terrain plat)**

Si le terrain est régulier et en faible pente (<2%) il est possible de poser le ruban sur le sol, et de considérer que la distance horizontale.

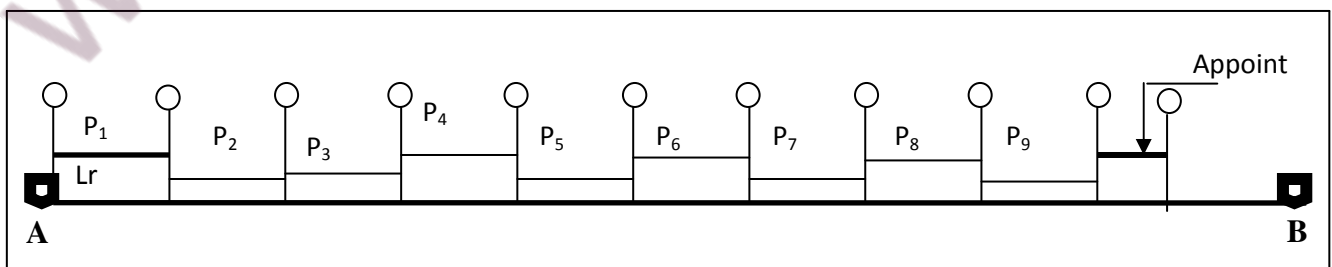
■ Mode opératoire pour chaînage : (figure 2-III)

*L'alignement est reconnu à l'avance par des jalons

*Il est nécessaire d'utiliser 11 fiches qui servent à marquer une série

*La précision dépend de l'habilité de l'opérateur de diriger son aide

*A chaque mesure, l'aide muni au départ de 11 fiches et enfonce une au point de départ puis il passe à la suivante pour sceller la deuxième fiche en respectant la longueur du ruban, l'opérateur retirera la première fiche et il passe à la phase suivante(mesure suivante) .Lorsque la longueur de la distance correspondra à un nombre de phase épuisant les 11 fiches, on dit qu'on a une série et l'opérateur remettront à son aide, les 10 fiches et la onzième restant planter au sol à l'endroit où s'est arrêté : c'est qu'on appelle l'échange des fiches.

**Figure 2-III**

Lr : longueur du ruban **Pi** : porté n° i **Appoint** : distance inférieure au longueur du ruban

$$Dh^{mes} = (Lr \times Np + Appoint) \quad \text{Avec } Np : \text{nombre des portés}$$

c-3-2^{ème} cas (B est visible de A mais en forte pente) Mesure en terrain irrégulier :

- Le principe de mesure est identique à la méthode précédente lorsqu'on maintient le ruban horizontalement à l'aide d'un fil à plomb.

Ce procédé de mesure est de faible précision vu que l'horizontalité du ruban est difficile à réaliser.

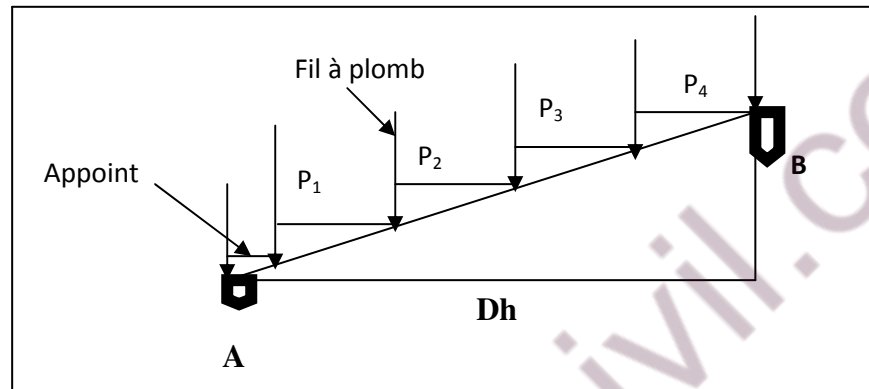


Figure 3-III

$$Dh^{mes} = (Lr \times Np + Appoint)$$

- Le principe est différent lorsqu'on mesure la distance directe selon la pente en référant l'alignement avec un certain nombre des jalons ou des trépieds.

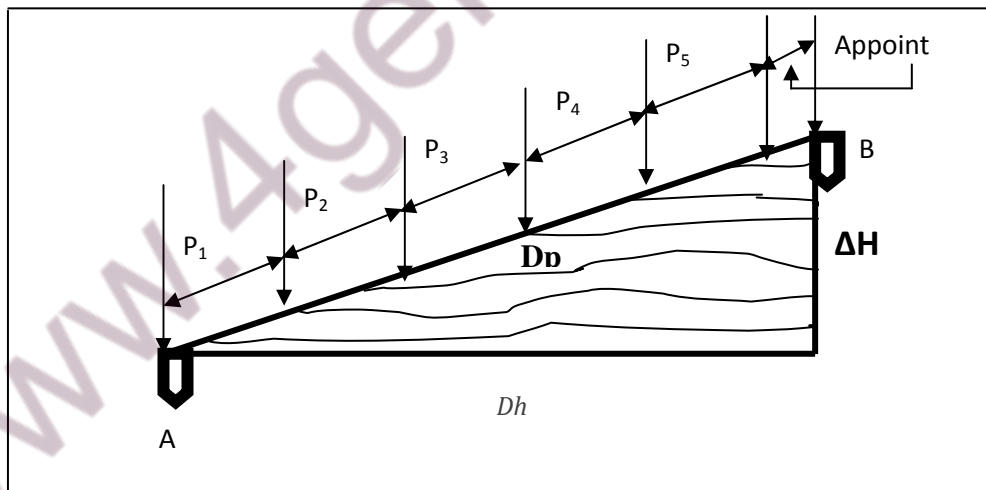


Figure 4-III

$$Dp^{mes} = (Lr \times Np + Appoint)$$

$$Dh^{mes} = \sqrt{(Dp^{mes})^2 - \Delta H^2}$$

d. Les Fautes et les erreurs :

Les fautes :

Ce sont des erreurs grossières qui sont dus à l'oubli ou mal adresse :

- *Fautes dans le pointage des tiges
- *Fautes de lectures sur le ruban
- *Mauvaise identification de l'origine
- *Mauvaise transposition des chiffres
- *Mauvaise interprétation des virgules

Les erreurs :

■ Les erreurs systématiques :

■ Etalonnage du ruban

$$Dp^{\text{corrigée}} = Dp^{\text{mes}} \times \frac{Lr^{\text{étalonnée}}}{Lr^{\text{commerciale}}}$$

- Dilatation du ruban :

$$Cd = D_m \times K (t - t_0)$$

cd : correction de dilatation

K : coefficient de dilatation

t : température au cours des travaux

t₀ : température d'étalonnage

■ Les erreurs accidentelles :

- Erreurs de la verticalité et la stabilité de la fiche
- Erreurs d'alignement des portées
- Erreurs de mise bout à bout de l'extrémité

2. Mesure électronique des distances :

a. Principe des mesures :

Le principe de mesure est souvent réaliser par un distancemètre (c'est appareil qui permet de mesurer électroniquement la distance selon la pente ($Dp=S$ distance) la distance horizontale ($Dh=H$ distance) et aussi la différence d'altitudes ($Dn=V$)).

Le distancemètre peut être :

* soit indépendant et dans ce cas il doit être monté sur un théodolite pour former une station modulaire.

* Soit intégré dans la lunette de la visée pour le cas d'une station totale.

b. Mode de mesure (figure6-III)

Pour mesurer une distance entre deux points A et B avec une station totale on doit respecter l'ordre suivant :

* Mise en station de la station totale au point A

* Mise en station du réflecteur au point B

* Mise sous tension l'appareil

**On tourne la lunette et l'alidade de l'appareil*

**On vise le réflecteur*

*Aller en mode distance (EDM) et choisir la distance désirée :

- D_p (S distance)
- D_h (H distance)
- D_n (v distance)

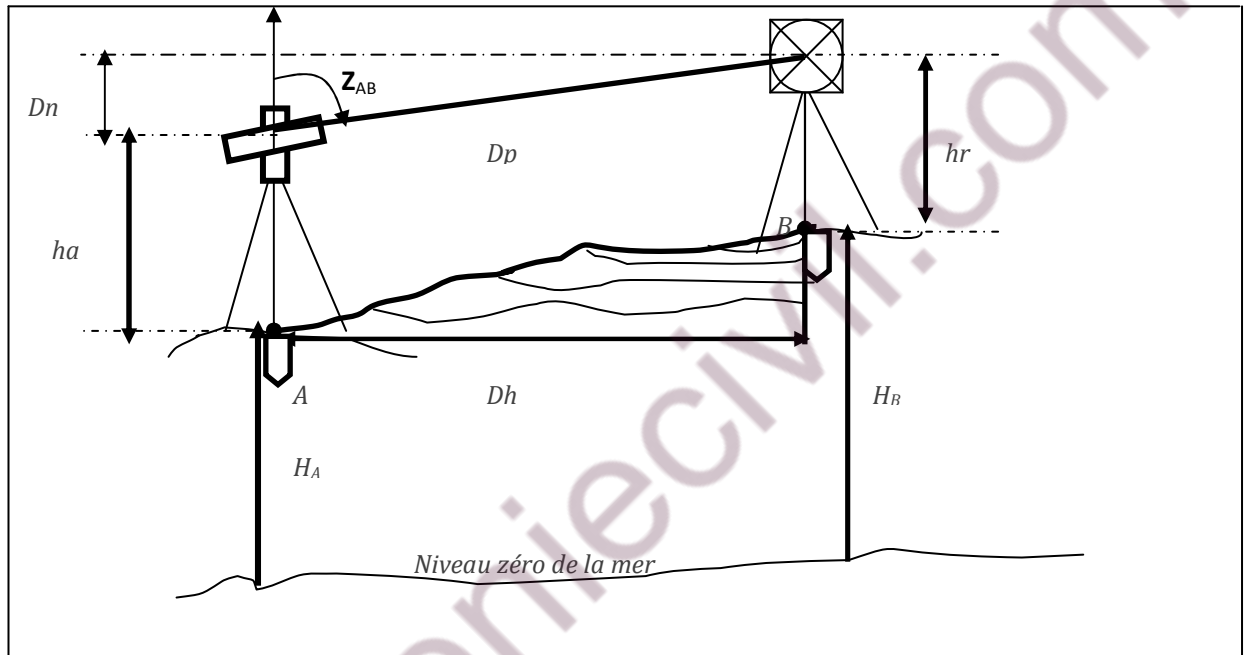


Figure 6-III

H_A = altitude du point A par rapport au niveau zéro de la mer

H_B = altitude du point B par rapport au niveau zéro de la mer

h_a : hauteur de l'appareil

h_r : hauteur du réflecteur

Z_{AB} : l'angle zénithal de la direction AB

$D_h = D_p \sin Z_{AB}$

$D_n = D_p \cos Z_{AB}$

Les relations entre ses paramètres nous donnent :

$H_B + h_r = H_A + h_a + D_n$

$H_B - H_A = h_a + D_n - h_r$

$H_B - H_A = h_a + D_p \cos Z_{AB} - h_r$

$\Delta H_{(A,B)} = h_a + D_p \cos Z_{AB} - h_r$

Remarque :

La station totale donne directement les distances (D_p et D_h et D_n)

La station modulaire donne directement la distance D_p , mais pour mesurer les autres distances D_h et D_n il faut introduire l'angle zénithal (qui figure à l'écran du théodolite) au distancemètre pour calculer leurs valeurs.

IV. MESURES INDIRECTES DES DISTANCES :

1. Méthode stadimétrique (figure 7-III)

Cette méthode consiste à mesurer indirectement une distance horizontale AB en lisant la longueur sur une mire par lecture des trois fils stadimétriques :

(Fil stadimétrique supérieur, fil axial (niveleur) et fil stadimétrique inférieur).et ceci en utilisant un théodolite ou un niveau.

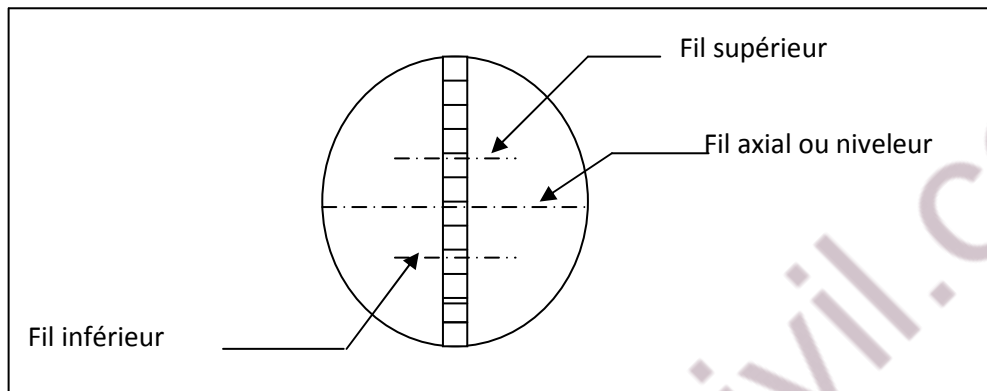


Figure 7-III

Principe :

☐ Cas d'un terrain plat :
(figure 8-III)

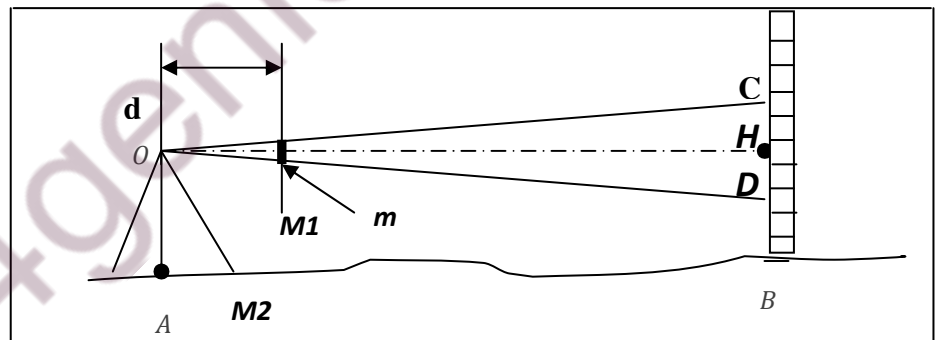


Figure 8-III

m et d sont des constantes par construction

Les triangles OCD et Omd sont semblables :

$$\frac{m}{d} = \frac{CD}{OH} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} CD \text{ base } b \\ OH = AB = Dh \end{cases}$$

$$\frac{m}{d} = \frac{b}{Dh} \quad \Rightarrow \quad Dh = \frac{d \cdot b}{m} = \frac{d}{m} \times b$$

Dh = k x b avec ($k = \frac{d}{m}$: constante stadimétrique)

$$Dh = 100 \times b = 100 \times ((F_S - F_N) + (F_N - F_I))$$

$$Dh = 100 \times (FS - FI)$$

■ Cas d'un terrain accidenté :(figure9-III)

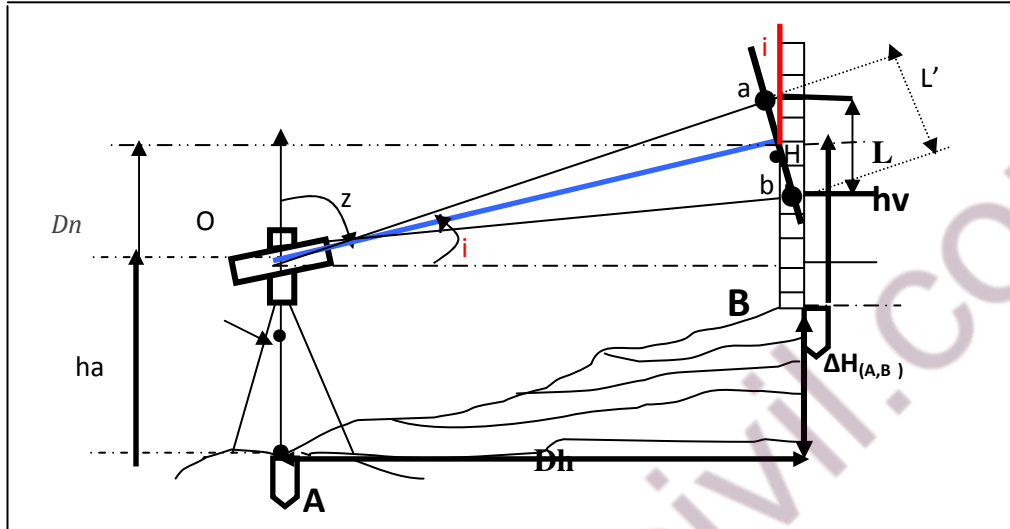


Figure 9-3

Exprimer Dh en fonction de (i, F_S , F_I , F_N) ?

($i = 100 - z$) et ($L = L_S - L_I$)

$$OH = D' = a \times b \times 100 \quad D' = 100 \times L' \quad L' = L \cos i$$

$$Dh = D' \cos i = 100 L \cos^2 i \quad Dh = 100 \times (L_S - L_N) + (L_N - L_I) \sin^2 z$$

$$\Delta H_{(A,B)} = Dn + ha - hv \text{ avec } Dn = D' \sin i \quad \Delta H_{(A,B)} = 100 \times (L_S - L_N) + (L_N - L_I) \sin z \cos z + ha - hv$$

V. Mesures d'une distance pour un point inaccessible

1. Mesure d'une distance(figure 10-III)

Soit à mesurer la distance entre un point A stationnable et un point M inaccessible (antenne, pylône, minaret d'une mosquée....)

Pour y arriver on utilise une station auxiliaire B telle que les deux points M et A sont visible et la distance AB réduite à l'horizon A_0B_0 puisse être mesurée avec précision

On mesure également les angles horizontaux en A ($\alpha = B_0 A_0 M_0$) et en B

($\beta = A_0 B_0 M_0$)

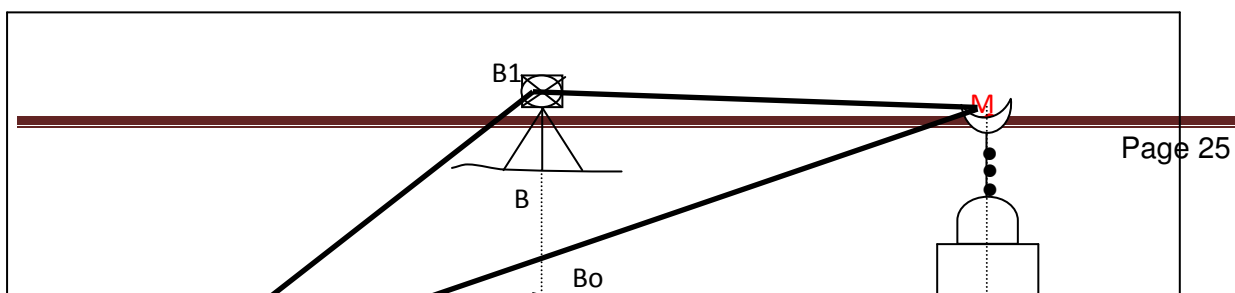


Figure 10-III

Pour calculer la distance horizontale $Dh = A_0M_0$,

on applique la relation des sinus pour le triangle $A_0B_0M_0$ et on aboutit aux expressions suivantes :

$$\frac{A_0M_0}{\sin \beta} = \frac{B_0M_0}{\sin \alpha} = \frac{A_0B_0}{\sin(\Pi - (\alpha + \beta))}$$

$$Dh = A_0M_0 = \frac{A_0B_0 \cdot \sin \beta}{\sin(\Pi - (\alpha + \beta))} = \frac{A_0B_0 \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

2. -Mesure d'une hauteur H pour un point inaccessible :

***Méthode de calcul :(figure11-III)**

Pour mesurer la hauteur d'une tour (ou d'un pylône) dont la base est accessible on suit les étapes suivantes :

On installe l'instrument de mesure théodolite en un point P telle que son plan horizontal soit plus haut que la base B de la tour.

On mesure la distance horizontale Dh avec un ruban où avec la méthode stadimétrique

On mesure l'angle vertical Z entre le plan horizontal de l'instrument et le sommet de la tour

On mesure l'angle vertical Z_1 entre le plan horizontal de l'instrument et le pied de la tour

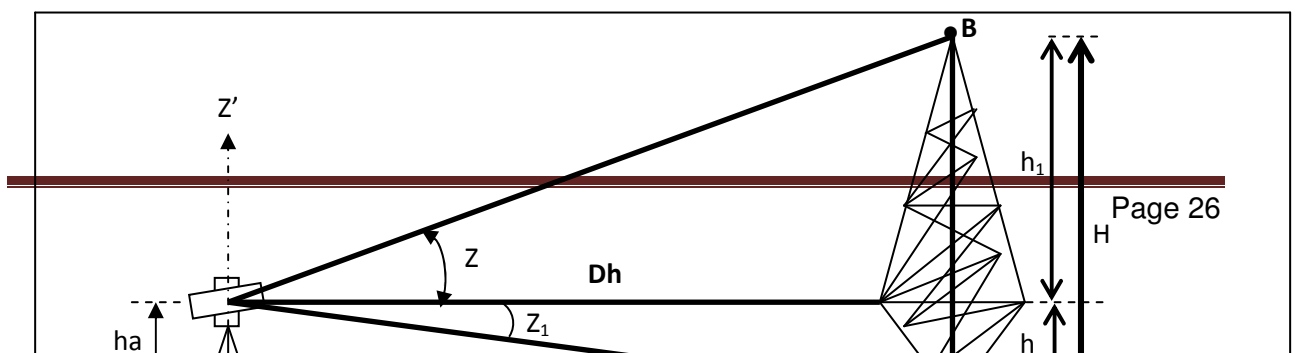


Figure 11-3

$$H = h + h_1 \quad H = h + Dh \operatorname{tg} Z \quad H = Dh (\operatorname{tg} Z_1 + \operatorname{tg} Z_2)$$

***Méthode électronique :(-figure 12-III)**

Pour mesurer la hauteur d'une tour (ou d'un pylône) dont la base est accessible on suit les étapes suivantes :

- On installe l'instrument de mesure (station totale) en un point P telle que son plan horizontal soit plus haut que la base B de la tour .
- On installe un réflecteur dans la base de la tour
 - On vise le réflecteur
 - On mesure sa hauteur (hr)
 - On introduit hr avec la fonction (S-O)
 - On introduit la distance Dh (entre le point p et le point p') avec la fonction EDM
 - On vise le point B le plus haut
 - On clique sur la fonction REM la station totale affiche la hauteur H de la tour

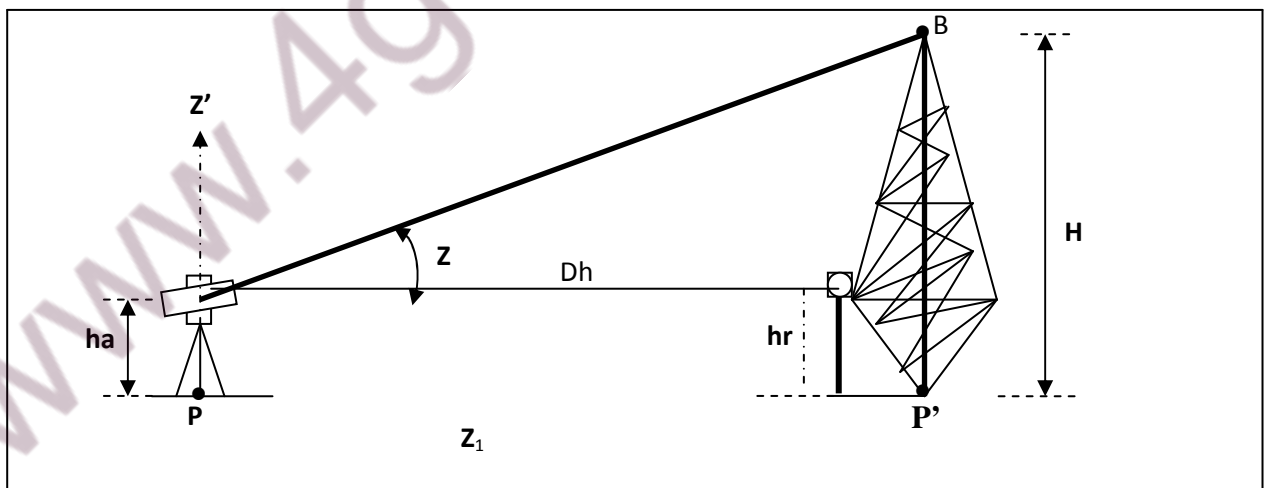
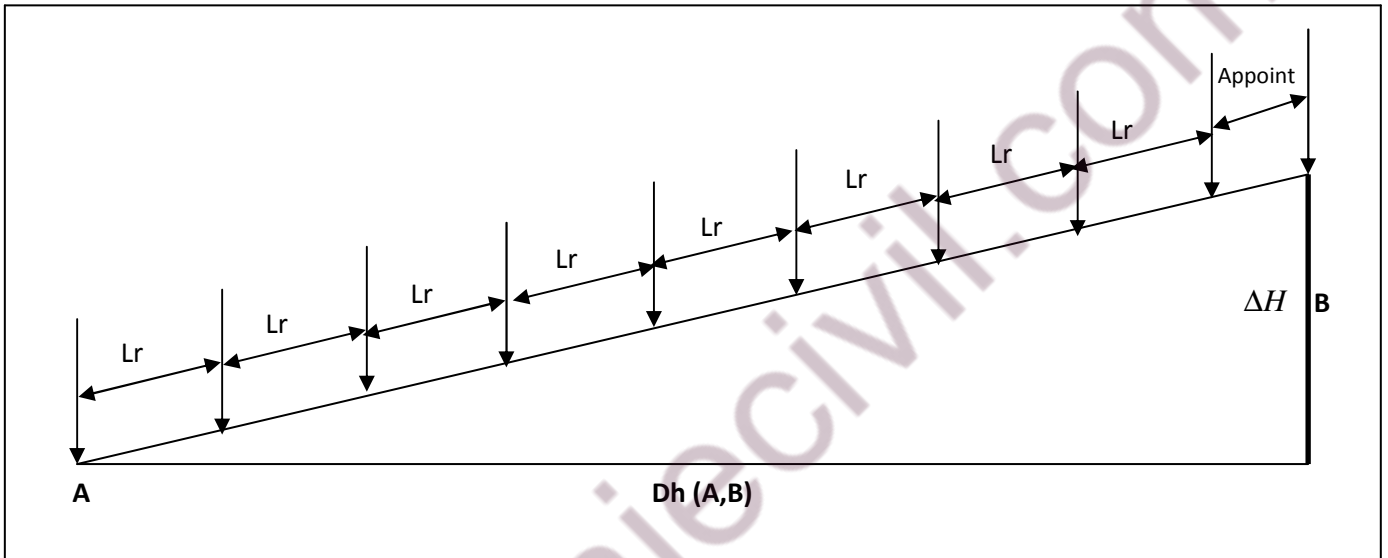


Figure 12-III

VI. Exercices d'applications

1. Application N°1-III:

Avec un ruban de 20 m , dont la longueur réelle à été étalonné à 19.998 m on a mesuré la distance selon la pente entre les deux points A et B comme le montre le schéma suivante :



Calculer la distance horizontale Dh (A,B) après applications corrections sachant que :

$$\Delta H(AB) = 3.54 \text{ m}$$

$$\text{Appoint} = 7.42 \text{ m}$$

Solution :

$$Dp_{(A,B)}^{\text{mes}} = 8 \times Lr + \text{Appoint}$$

$$Dp_{(A,B)}^{\text{mes}} = 8 \times 20 + 7.42 = 167.42 \text{ m}$$

$$Dp_{(A,B)}^{\text{Corr}} = \frac{Dp_{\text{mes}} \times Lr(\text{étalonné})}{Lr(\text{commercialisé})}$$

$$Dp_{(A,B)}^{\text{Corr}} = \frac{167.42 \times 19.998}{20} = 167.403 \text{ m}$$

$$Dh_{(A,B)}^{\text{Corr}} = \sqrt{((Dp_{(A,B)}^{\text{Corr}})^2 - (\Delta H(AB))^2)}$$

$$Dh_{(A,B)}^{\text{Corr}} = \sqrt{((167.403)^2 - (3.54)^2)} = \mathbf{167.366 \text{ m}}$$

2. Application N°2-III:

Avec un ruban de 20m , dont la longueur réelle a été étalonné à 19.998m on a mesuré les distances selon la pente $Dp(R1, R2)$ et $Dp(R2, R3)$. Les deux mesures de $Dp(R1, R2)$ ont été 165.580m puis 165.590m et celle de $Dp(R2, R3)$ ont été 190.454m puis 190.464m.

En outre en stationnant les points R1, R2 et R3 avec un théodolite graduée dans le sens des aiguilles d'une montre on a enregistré les mesures suivantes :

Station R1		Station R2		Station R3	
Point visé	Lecture	Point visé	Lecture	Point visé	Lecture
R2	10.008	R3	10.013	R1	10.022
R3	70.074	M	57.404	R2	59.731
M	137.351	R1	100.238	M	344.590

On donne $\Delta H_{(R1, R2)} = 4.215 \text{ m}$

$\Delta H_{(R2, R3)} = -4.949 \text{ m}$

- 1- Calculer les distances horizontales $Dh(R1, R2)$ et $Dh(R2, R3)$ après applications des corrections
- 2- Calculer la valeur moyenne de $Dh(R2, M)$ à partir des bases $R1R2$ et $R2R3$

SOLUTION :

1-

$$Dp_{(R1, R2)}^{\text{mes}} = 165.585 \text{ m}$$

$$Dp_{(R2, R3)}^{\text{mes}} = 190.459 \text{ m}$$

$$Dp_{(R1, R2)}^{\text{corr}} = \frac{Lr(\text{étal})}{Lr(\text{commer})} Dp_{(R1, R2)}^{\text{mes}} \quad Dp_{(R1, R2)}^{\text{corr}} = 165.585 \times \frac{19.998}{20} = 165.568 \text{ m}$$

$$Dp_{(R2, R3)}^{\text{corr}} = 190.459 \times \frac{19.998}{20} = 190.440 \text{ m} \quad Dh_{(R1, R2)} = \sqrt{(Dp_{(R1, R2)}^{\text{corr}})^2 - (\Delta H_{(R1, R2)})^2}$$

$$Dh_{(R1, R2)} = \sqrt{(165.568)^2 - (4.215)^2} \quad Dh_{(R1, R2)} = 165.514 \text{ m}$$

$$Dh_{(R2, R3)} = \sqrt{(Dp_{(R2, R3)}^{\text{corr}})^2 - (\Delta H_{(R2, R3)})^2}$$

$$Dh_{(R2, R3)} = \sqrt{(190.440)^2 - (4.949)^2}$$

$$Dh_{(R2, R3)} = 190.376 \text{ m}$$

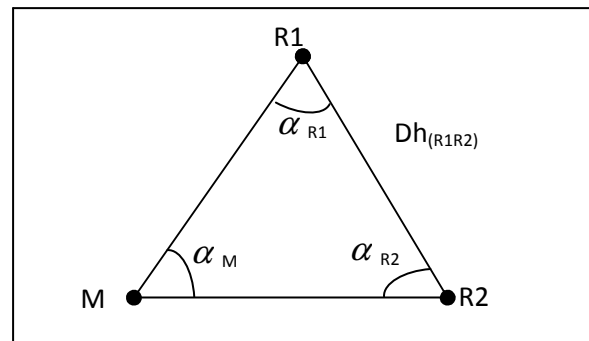
2-

$$* Dh_{(R2, M)}^1 = ?$$

Données :

Dans le triangle R1R2M on a :

$$Dh_{(R1, R2)} ; \alpha_{R1} ; \alpha_{R2}$$



$$\begin{aligned}\alpha_M &= 200 - (\alpha_{R1} + \alpha_{R2}) & Dh_{(R1,R2)} &= 165.514 \text{ m} \\ \alpha_{R1} &= L_M - L_{R2} & \alpha_{R1} &= 127.343 \text{ gr} \\ \alpha_{R2} &= L_{R1} - L_M & \alpha_{R2} &= 42.834 \text{ gr} \\ \alpha_M &= 29.823 \text{ gr}\end{aligned}$$

Relations des sinus dans le triangle R1R2M :

$$Dh_{(R2,M)} = \frac{165.514 \times \sin 127.343}{\sin 29.823}$$

$$Dh^1_{(R2,M)} = 333.282 \text{ m}$$

$$**Dh^2_{(R2,M)} = ?$$

Données :

Dans le triangle R2R3M on a :

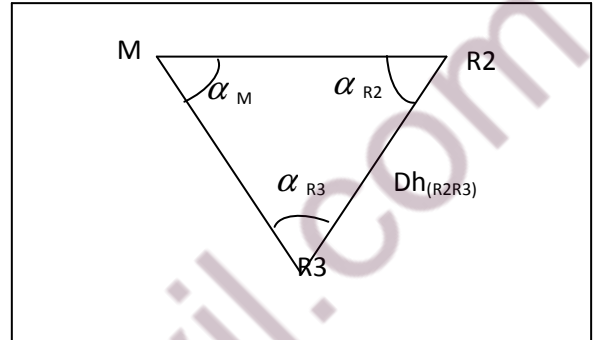
$$Dh_{(R2,R3)}; \alpha_{R2}; \alpha_{R3} \quad \alpha_M = 200 - (\alpha_{R2} + \alpha_{R3})$$

$$Dh_{(R2,R3)} = 190.376 \text{ m}$$

$$\alpha_{R2} = L_M - L_{R3} \quad \alpha_{R2} = 47.391 \text{ gr}$$

$$\alpha_{R3} = L_{R2} - L_M \quad \alpha_{R3} = 115.141 \text{ gr}$$

$$\alpha_M = 37.468 \text{ gr}$$



Relations des sinus dans le triangle R2R3M :

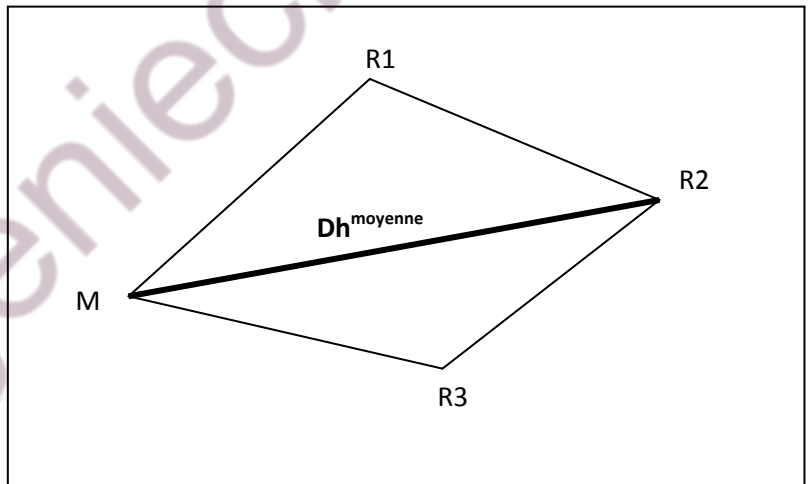
$$Dh^2_{(R2,M)} = \frac{190.376 \sin 115.141}{\sin 37.468}$$

$$Dh^2_{(R2,M)} = 333.273 \text{ m}$$

$$Dh^{\text{moyenne}}_{(R2,M)} = \frac{Dh1 + Dh2}{2}$$

$$Dh^{\text{moyenne}}_{(R2,M)} = \frac{333.282 + 333.272}{2}$$

$$Dh^{\text{moyenne}}_{(R2,M)} = 333.277 \text{ m}$$



3. Application N°3-III:

Pour déterminer la distance entre un point M inaccessible et un autre point A accessible, pour y arriver nous allons choisir un autre point auxiliaire accessible B. À l'aide d'une station totale dont le limbe est gradué dans le sens des aiguilles d'une montre on a enregistré dans le carnet de note les mesures suivantes

Station	Points visés	Lectures Horizontales (gr)	Lectures Verticales (gr)	Distances selon la pente (m)	Hauteur du réflecteur (m)
A ha =1.551	B	40.3121	98.7870	154.499	1.565
	M	103.8121	95.9899	*****	*****
B ha=1.453	M	0.0000	99.9870		
	A	82.5500	99.7990	154.472	1.498

1-Déterminer la distance horizontale Dh (A,B) ?

2-Calculer les distances horizontales Dh (A,M) Dh (B,M) ?

3-Calculer Dr (A ,B) et Dr (A ,M) et Dr (B ,M)

On donne le rayon de la terre est : R = 6371 Km

L'altitude moyenne des points est : H moyenne = 238 m.

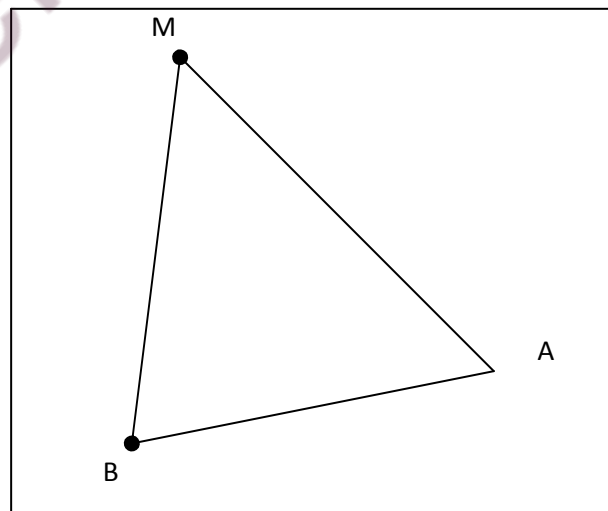
L'altération linéaire est : $\varepsilon = -15\text{Cm} / \text{Km}$

Solution :

$$\alpha_A = 63.5\text{gr}$$

$$\alpha_B = 82.550\text{gr}$$

$$\alpha_M = 53.95\text{gr}$$



1-

$$Dh(A.B) = \frac{Dp(AB)\sin ZAB + Dp(BA)\sin ZBA}{2}$$

$$Dh(A.B) = \frac{154.499\sin(98.7870) + 154.472\sin(99.799)}{2}$$

$$Dh(A.B) = 154.471\text{m}$$

2-Relation des sinus

$$* Dh (A . M) = \frac{Dh(AB)}{\sin \alpha_M} . \sin \alpha_B \quad Dh (A . M) = 198.380 \text{ m}$$

$$* Dh (B . M) = \frac{Dh(AB)}{\sin \alpha_M} . \sin \alpha_A \quad Dh (B . M) = 173.121 \text{ m}$$

3-

$$* Dr (A . B) = Do . (1 + \epsilon) \quad Dr (A . B) = \frac{R.Dh}{R+H_{moy}} . (1 + \epsilon)$$

$$Dr (A . B) = \frac{154.471 \times 6371.1000}{6371.1000 + 238} (1 + (-15.10^{-5})) \quad * Dr (A . B) = 154.442 \text{ m}$$

$$* Dr (A . M) = 198.343 \text{ m} \quad * Dr (B . M) = 173.089 \text{ m}$$

4. Application N°4-III:

Afin de déterminer la distance horizontale entre deux points A et B, On a mesuré les distances selon la pente, cette pente est régulière de A à C et de C à B.

Avec un ruban de 20m, dont la longueur réelle a été étalonné à 19.997m on a mesuré les distances selon la pente $D_p(A, C)$ et $D_p(C, B)$. Les deux mesures de $D_p(A, C)$ ont été 372.850m puis 372.870m et celle de $D_p(C, B)$ ont été 429.18m puis 429.16m.

Les altitudes des points sont :

$$H_A = 255.92 \text{ m} \quad H_B = 317.09 \text{ m} \quad H_C = 281.26 \text{ m}$$

En outre en stationnant le point A avec une Station totale dont le limbe est graduée dans le sens des aiguilles d'une montre et on a visé le réflecteur au point B on a enregistré les mesures suivantes : La première mesure étant 802.091m et la deuxième mesure est de 802.081m. L'angle zénithale relative aux deux mesures est de 95.14 gr

-Déterminer la distance horizontale $D_h(A, B)$

- a- a partir de la méthode de chaînage
- b- a partir de la méthode électronique

SOLUTION :

a-

$$Dp (A,C)^{mes} = \frac{372.85+372.870}{2} \quad Dp (A,C)^{mes} = 372.860 \text{ m}$$

$$Dp (A,C)^{corr} = \frac{372.860 \times 19.997}{20} \quad Dp (A,C)^{corr} = 372.804 \text{ m}$$

$$Dh_{(A,C)}^{Corr} = \sqrt{((Dp_{(A,C)}^{Corr})^2 - (\Delta H(A,C))^2)}$$

$$Dh_{(A,C)}^{Corr} = \sqrt{((372.804)^2 - (25.34)^2)} = \mathbf{371.942 \text{ m}}$$

$$Dp (C,B)^{mes} = \frac{429.18+429.16}{2} \quad Dp (C,B)^{mes} = 429.17 \text{ m}$$

$$Dp (C,B)^{corr} = \frac{429.17 \times 19.997}{20} \quad Dp (C,B)^{corr} = 429.106 \text{ m}$$

$$Dh_{(C,B)}^{Corr} = \sqrt{((Dp_{(C,B)}^{Corr})^2 - (\Delta H(C,B))^2)}$$

$$Dh_{(C,B)}^{Corr} = \sqrt{((429.106)^2 - (35.83)^2)} = \mathbf{427.607 \text{ m}}$$

$$Dh_{(A,B)}^{Corr} = Dh_{(A,C)}^{Corr} + Dh_{(C,B)}^{Corr} \quad Dh_{(A,B)}^{Corr} = 371.942 + 429.607$$

$$\mathbf{Dh_{(A,B)}^{Corr} = 799.549 \text{ m}}$$

b-

$$\mathbf{Dh (A,B) = Dp (A,B) \sin Z(A,B)}$$

$$\mathbf{Dh (A,B) = \frac{802.091 \times \sin 94.90 + 802.081 \times \sin 94.9}{2}}$$

$$\mathbf{Dh (A,B) = 799.514 \text{ m}}$$

Application N°5-III:

Afin de déterminer la distance horizontale entre un point M et un minaret d'une mosquée R un topographe a réalisé l'opération suivante avec un théodolite gradué dans le sens des aiguilles d'une montre est un distancemètre pour y arriver il a utilisé un autre point auxiliaire M2 les mesures sont données dans le tableau suivant :

Station	Point visé	Lecture horizontale	Lecture verticale	Distance selon la pente
M	R	2.080	96.428	-----
	M1	119.229	98.224	645.156
M1	M	2.060	105.80	645.152
	R	35.042	101.918	-----

1- Calculer la distance horizontale entre les points M et M1

2- Calculer les distances horizontales Dh (M,R) et Dh (M1,R)

3- Calculer la distance réduite au niveau zéro Do (M,R) et la distance réduite à la projection Dr (M,R) sachant que :

Le rayon de la terre est : $R = 6371 \text{ Km}$

L'altération linéaire est : $\epsilon = 15 \text{ cm/Km}$

L'altitude du point M est $H_M = 90\text{m}$ et $H_R = 110\text{m}$

SOLUTION :

$$a- Dh (M,M1) = \frac{Dp(M,M1)\sin Z(M,M1) + Dp(M1,M)\sin(M1,M)}{2}$$

$$Dh (M,M1) = \frac{645.156 \times \sin 98.224 + 645.152 \times \sin 105.80}{2}$$

$$Dh (M,M1) = 643.691\text{m}$$

$$b- \alpha_M = 117.149 \text{ gr}$$

$$\alpha_{M1} = 32.982 \text{ gr}$$

$$\alpha_R = 49.869 \text{ gr}$$

$$\text{Relation des sinus} \quad * Dh (M,R) = \frac{Dh(M,M1)}{\sin \alpha_R} \cdot \sin \alpha_{M1} \quad Dh (M,R) = 451.731\text{m}$$

$$* Dh (M1,R) = \frac{Dh(M,M1)}{\sin \alpha_R} \cdot \sin \alpha_M$$

$$Dh (M1,R) = 879.299\text{m}$$

$$3- Do (M,R) = \frac{R \cdot Dh}{R + H_{moy}}$$

$$H(\text{moyenne}) = (H_M + H_R) / 2 = 100\text{m}$$

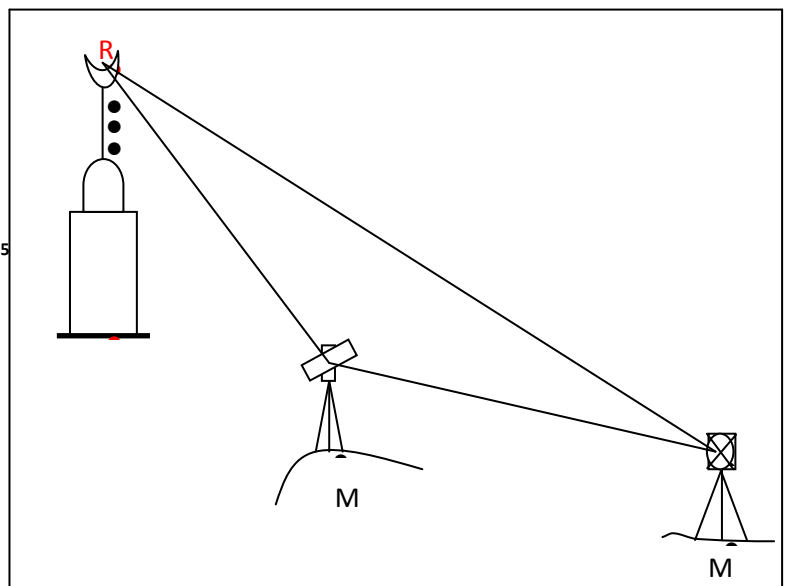
$$Do (M,R) = \frac{451.731 \times 6371 \times 10^5}{6371 \times 1000000 + 100}$$

$$Do (M,R) = 451.731\text{m}$$

$$Dr (M,R) = Do (M,R) \times (1 + \epsilon)$$

$$Dr (M,R) = 451.731 \times (1 + 15 \cdot 10^{-5})$$

$$Dr (M,R) = 451.799 \text{ m}$$



CHAPITRE IV : NIVELLEMENT

I. Généralités :

1. Nivellement :

Le nivellement est l'ensemble des opérations qui consiste à déterminer l'altitude et les dénivelées (la différence d'altitude entre les points.). Le nivellement est en général l'altimétrie.

Les travaux de nivellement permettent de :

* compléter la mise en plan des détails

** planifier la construction des routes, du chemin de fer, des canaux, des bâtiments et des ouvrages d'arts...

*** calculer le volume d'excavation ou le cubature des terrassements

2. Nivellement général de la Tunisie (N.G.T)

Toutes les altitudes du réseau tunisien sont rapportées au niveau moyen de la mer à la goulette La cote repère est située à la porte de France à Tunis à une altitude de +6.9 m et elle est désignée par une rondelle maçonnée a la porte de France.

Les repères employés pour la constitution matérielle du réseau sont des consoles, rivets, tube et des fiches signalétiques (descriptifs).

L'office Topographique et Cartographique (O.T.C) nous fournit tous les repères pour tous les gouverneras de la Tunisie.

II. Terminologie :

1. Altitude d'un point :

a- Nivellement direct ou géométrique :

***principe :**(figure 1-IV)

Le principe de nivellement direct consiste à déterminer la dénivelée entre deux points A et B ce ci en stationnant à l'aide d'un niveau au point S est d'effectuer une lecture arrière sur la mire au point A et une lecture avant au point B . La dénivellation entre les deux points A et B est la valeur de la différence $\Delta H_{(A,B)}$ de deux lectures : lecture arrière (L_{AR}) en A et lecture avant (L_{AV}) en B

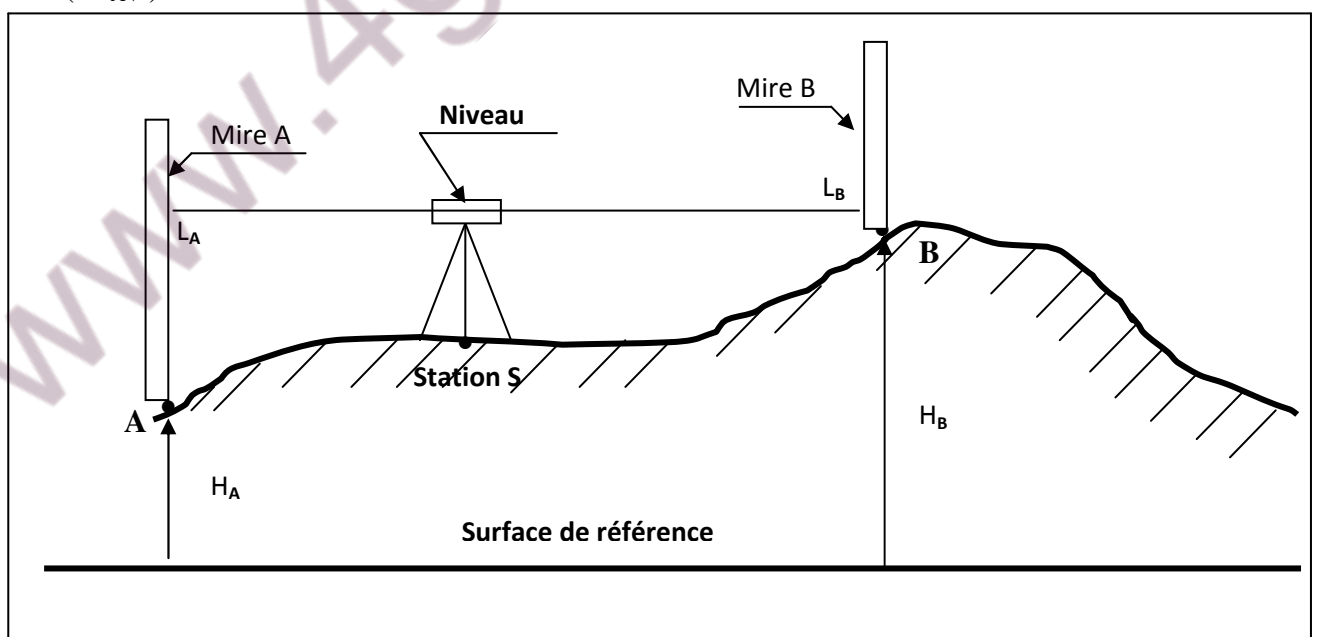


Figure1-VI

L_A : lecture sur la mire A ou lecture arrière sur A

L_B : lecture sur la mire B ou lecture avant sur B

H_A : altitude du point A

H_B : altitude du point B

S : la station (mise en station du niveau)

$$\Delta H_{(A,B)} = L_{\text{arrière}} - L_{\text{avant}}$$

$$L_A + H_A = L_B + H_B$$

$$\Delta H_{(A,B)} = L_A - L_B = H_B - H_A$$

***exemples :**

***Exemple 1 :**

$$L_A = 3.706 \text{ m}$$

$$L_B = 1.804 \text{ m}$$

$$H_A = 35.611 \text{ m}$$

$$H_B = ?$$

$$\Delta H_{(A,B)} = L_A - L_B = H_B - H_A$$

$$L_A - L_B = H_B - H_A$$

$$\Delta H_{(A,B)} = L_A - L_B = H_B - H_A$$

$$H_B = H_A + L_A - L_B$$

$$H_B = 3.706 - 1.804 + 35.611$$

$$H_B = 37.513 \text{ m}$$

Exemple 2 :

$$L_A = 0.804 \text{ m}$$

$$L_B = 1.604 \text{ m}$$

$$H_A = 11.10 \text{ m}$$

$$H_B = ?$$

$$H_B = H_A + L_A - L_B$$

$$H_B = 11.10 + 0.804 - 1.604$$

$$= 10.3 \text{ m}$$

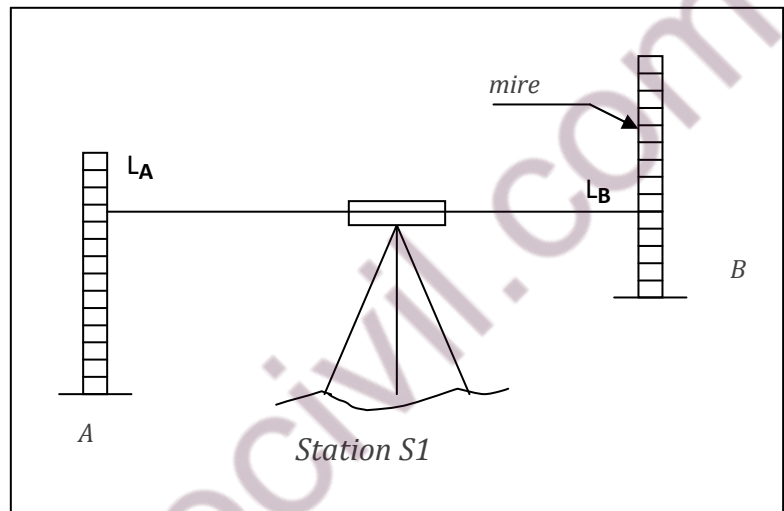


Figure 2-VI

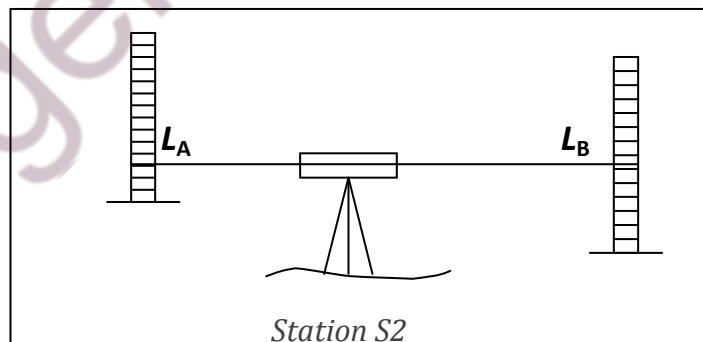


Figure 3-VI

b-Les différents Type de nivellement direct :

b1- Nivellement par rayonnement :

b1-1 – Principe :

C'est un nivellement, à partir d'une même station et dans les limites d'emploi de l'appareil, on doit déterminer les altitudes de plusieurs points qui sont de part et d'autre de station et qui sont en relation avec un repère d'altitude connue.

b1-2 Méthode (figure 4-VI)

- *Stationner Le niveau au point S
- *Viser en lecture arrière un point R d'altitude connue (ou un point d'un cheminement principal par exemple)
- *Viser et noter les lectures successivement, des points 1, 2, 3,4 ,5.....
- *Pour la vérification changer la station et noter de nouveaux les différentes lectures

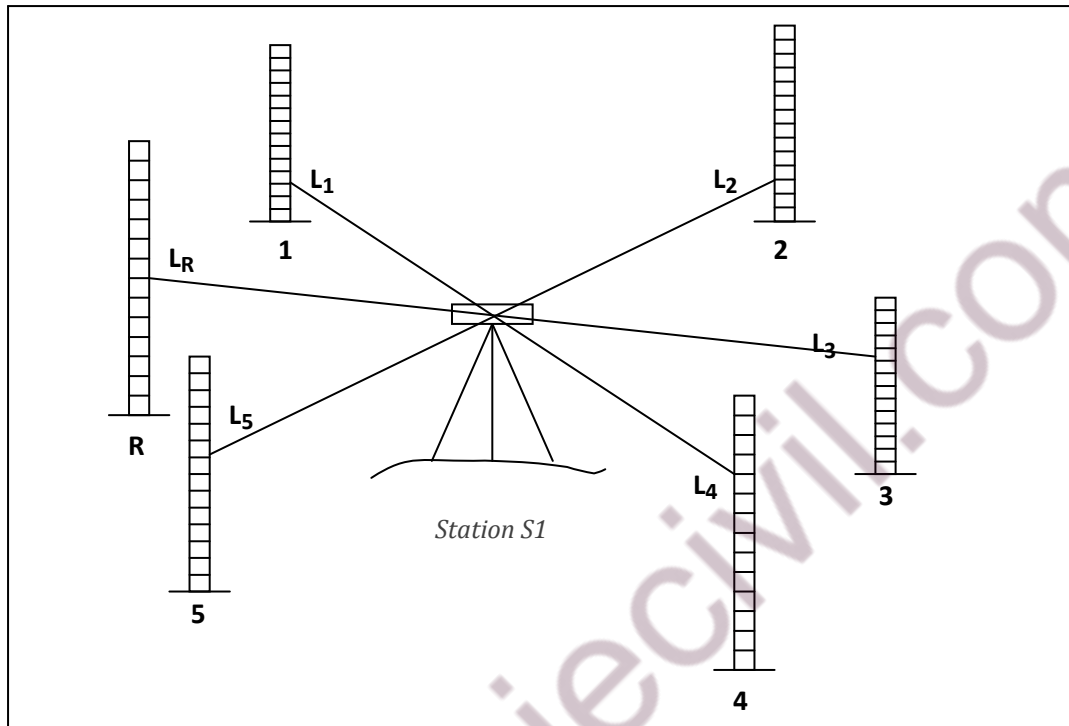


Figure 4-VI

b1-3-Démarche de calcul d'un nivellement par rayonnement :

Les mesures et les calculs sont regroupés dans le tableau modèle suivant :

Station	Point visé	L point de référence (m)	L (P _i) (m)	H _{PV} (m)	Altitudes des points (H _i) en m
S1	R				
	1				
	2				
	.				
S2	R				
	1				
	2				
Contrôle :					

Tableau 1-4

b1-4 –Les étapes de calculs :

1-Altitude d'un plan de visée : $H_{pv} = H_R + L_R$

2-Altitudes des différents points : $H_i = H_{pv} - L_i$

3-Vérification du calcul : $n H_{pv} = \sum \text{Altitude} + \sum \text{Lectures}$ Avec n : le nombre des points

b2- Nivellement par cheminements :

b2-1- Principe :

Le nivellement direct par cheminement est une suite alternative de station et points de passage, on stationne sur les stations i et on effectue une lecture arrière (L^{AR}) sur la mire au point $(i-1)$ et une lecture avant (L^{AV}) sur la mire au point $(i+1)$.

b2-2- différents cas d'application :

La méthode de nivellement par cheminement est appliquée dans trois cas :

1^{er} cas : Lorsque la différence de niveau entre le point origine et le point extrémité est trop grand (différence de niveau est supérieure a la hauteur de la mire)

2^{ème} cas : Lorsque le point origine est très éloigné du point extrémité

3^{ème} cas : Lorsque le point extrémité est masquer par un obstacle (une construction)

c-Cheminement rattaché aux deux extrémités :

On part d'un point A d'altitude (H_A) connue, on passe par un certain nombre de points de passages ou intermédiaire d'altitude qu'on doit le déterminer et on ferme sur un point B d'altitude (H_B) connue. De même on peut avoir un cheminement encadré qu'on part d'un point R d'altitude connue et on ferme sur le même point R

b2-3-schéma de principe (figure 5-VI)

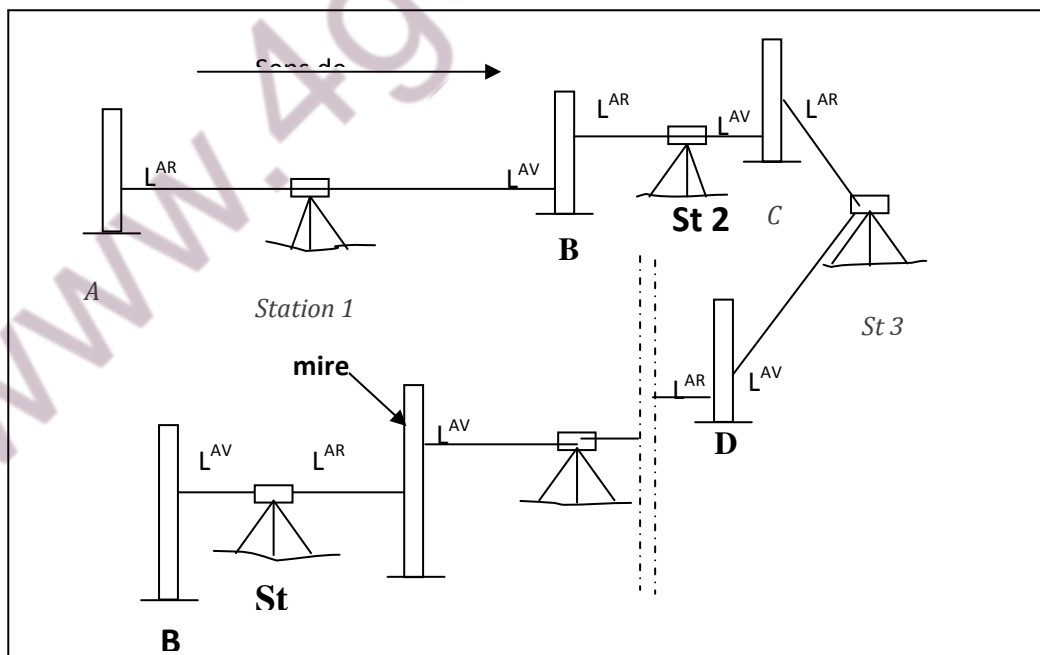


Figure 5-VI

b2-4-Démarche de calcul d'un nivellement par cheminement :

Les mesures et les calculs sont regroupés dans le tableau modèle suivant :

Point visé	Lectures		ΔH_i^{mes}		C	ΔH_i^{comp}		Altitude (m)
	LAR	LAV	+	-	Signe	+	-	
A								
1								
.								
.								
.								
.								
B								
Contrôle								

Tableau 3-VI

b2-5-Les étapes de calcul:

- 1- Calculs des dénivelées mesurées ΔH_i^{mes} : $\Delta H_i^{mes} = L_{AR} - L_{AV}$
 - 2- Contrôle du calcul de l'étape 1 : $\sum \Delta H_i^{mes} = \sum L_{AR} - \sum L_{AV}$
 - 3- Calcul de la fermeture f du cheminement : $f = (\Delta H^{mes} - \Delta H^{donnée})$
- Avec : $\Delta H^{mes} = \sum \Delta H_i^{mes}$ et $\Delta H^{donnée} = H_B - H_A$ (A : Origine et B : extrémité)

4- Contrôle et compensation des erreurs de cheminement :

Dans chaque cheminement, il faut comparer l'altitude de la fin de cheminement obtenu par calcul à la valeur connue pour ce point .

Si l'écart de fermeture dépasse une valeur maximale dite de tolérance, on doit vérifier les mesures ou bien on refait le travail.

Si l'écart de fermeture est inférieure a la valeur de la tolérance on procède à une répartition de cet écart sur les différentes dénivellations mesurées.

Suivant le cas la compensation des erreurs peut être comme suit :

☐ **Uniforme** : même valeur pour toutes les dénivellations (cas courant puisque les conditions de mesures varient peut d'une portée à une autre)

☐ **Selon le nombre de dénivelées** : $C_i = \frac{-f}{n}$ ou n est le nombre de dénivelées

☐ **Selon la valeur de dénivelées** : $C_i = \frac{-f |\Delta H_{mes}|}{\sum |\Delta H_{mes}|}$

▣ **Selon la longueur des portées** : $C_i = \frac{-fd_i}{\sum d_i}$; ou d_i est longueur horizontale de la portée i

5-Calcul des dénivelées compensées ΔH_i^{comp} : $\Delta H_i^{\text{comp}} = \Delta H_i^{\text{mes}} + C_i$

6- Calcul des altitudes des différents points : $H_i = H_{i-1} + \Delta H_i^{\text{Comp}}$

b2-6-Cheminement rattaché aux deux extrémités avec point intermédiaire :

C'est un procédé utilisant simultanément le nivellement par rayonnement et celui par cheminement.

Il permet de déterminer en même temps les altitudes des points par cheminements et les altitudes des points par rayonnement (points intermédiaires).

Les étapes de calcul seront effectuées dans l'ordre suivant :

▣ On calcule les altitudes des points par cheminement en appliquant la méthode de calcul du cheminement rattaché aux deux extrémités.

▣ On calcule les altitudes des points intermédiaires en appliquant la méthode de calcul du nivellement par rayonnement.

b2-7-Tolérance de fermeture :

La tolérance est l'erreur maximale admissible on démontre que $f = 2.7 \sigma_{\Delta H} \sqrt{n}$ avec n : nombre de stations ou de dénivelés

$\sigma_{\Delta H}$: écart type sur chaque lecture sur mire.

$$\sigma_{\Delta H} = \sqrt{2} \sigma_p$$

b2-8- Fautes et Erreurs du nivellement géométrique :

▣ Fautes :

1-Faute de lecture sur la mire

2-Faute des fils stadimétriques

3-Faute de manipulation de l'appareil

4-Faute dans la tenue du carnet

5-Faute de verticalité de la mire

▣ Erreurs :

▣ Erreurs systématiques :

Erreurs de collimation horizontale : c'est le défaut d'horizontalité de l'axe optique quand la bulle est calée.

L'erreur de collimation est éliminée par l'égalité des portées ou les visées réciproques.

♦ Erreurs accidentelles :

▣ Erreurs de pointé $\sigma_p = \frac{100}{G}$ ou G est le grossissement de la lunette

▣ Erreurs de calage de la bulle :

$\sigma_c = \frac{0.2Rad}{R}$ ou R est le rayon de la nivelle

b2-9-Précision et fermetures :

La précision de nivellement dépend de trois erreurs accidentelles : $\sigma_{\Delta H} = \sqrt{2} \sigma_p$

$$\sigma_p = \sqrt{e1+e2+e3}$$

e1 :Erreur de calage de la bulle

e2 :Erreur de lecture sur la mire

e3 :Erreur de pointe (stabilité de la mire)

Erreurs de lecture :

$\sigma_l = 0.5$ mm sans micromètre

$\sigma_l = 0.05$ mm avec micromètre

L-Remarque :

*1- La fermeture du cheminement dépend de la précision du niveau utilisé et de sa longueur totale.

*2- la somme des compensations Ci après arrondissements doit être égale à la fermeture f en valeur algébrique

$$\sum Ci = -f; \text{ si non ajuster}$$

*2-1 Quand la fermeture est très petite on fait la compensation et si la remarque 2 n'est pas satisfaite c'est à dire la somme des Ci est inférieure a -f on doit ajuster (attribuer des valeurs aux grandes dénivellations) de manière à obtenir la somme est égale à f

*2-2 Quand la somme des Ci est supérieur à -f on doit ajuster les Ci de manière à obtenir la somme est égale à -f

2. Nivellement indirect par cheminement:

a- Principe

Le nivellement indirect trigonométrique permet de déterminer la dénivelée ΔH entre la station et le point visé, ce ci est réalisé par la mesure de la distance selon la pente et de l'angle zénithal z

Lorsque la dénivellation est connue et en connaissant l'altitude de l'un des deux points on peut déterminer l'altitude de l'autre point et ce ci quelque soit l'emplacement de l'appareil , c'est à dire l'appareil est stationnée sur le point d'altitude connue ou non .

b-Détermination de l'altitude d'un point (figure 6-VI)

b1-Visée directe : on dit qu'on a une visée directe lorsque l'appareil de mesure (la station) est sur le point d'altitude connue, et le réflecteur (point visé) est sur le point d'altitude inconnue.

On peut voir deux cas :

b1-1-Visée ascendante : l'angle zénith $z < 100$ gr

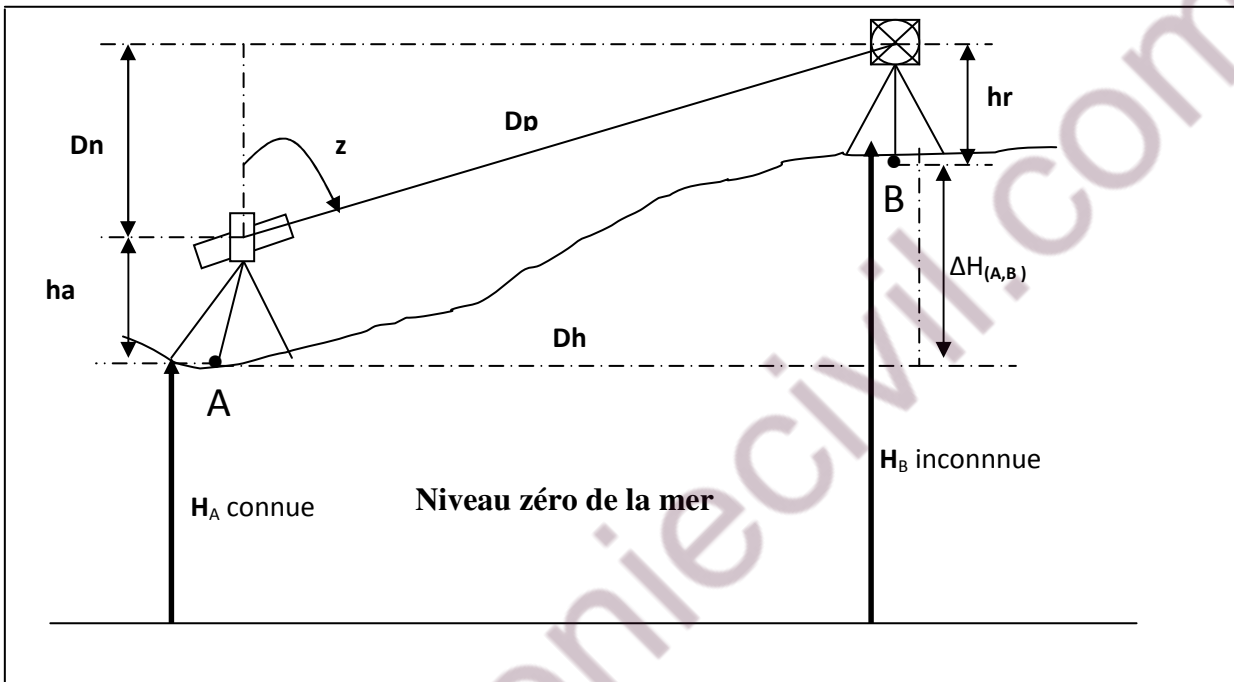


Tableau 6-VI

ha : hauteur de l'appareil ; **hr** : hauteur du réflecteur

$Dn = Dp \cos z$

$H_A + ha + Dn = H_B + hr$; $\Delta H_{(A,B)} = H_B - H_A = ha + Dn - hr$

b1-2-Visée descendante : l'angle zénith $z > 100$ gr

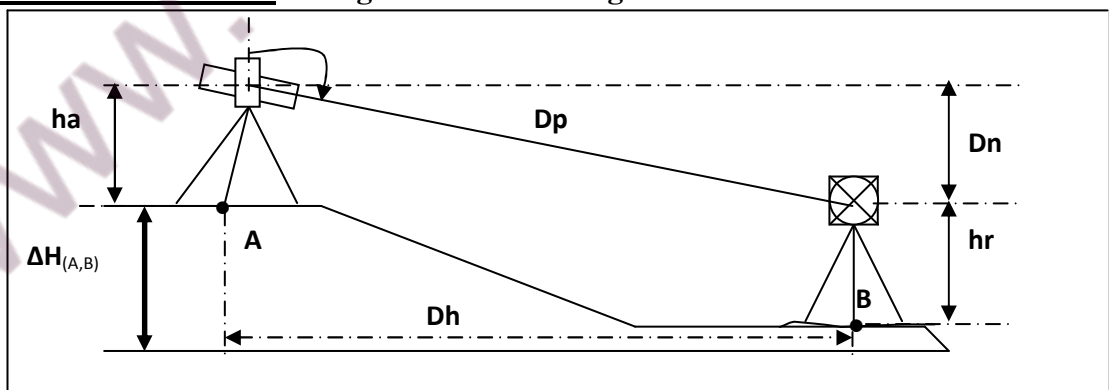


Figure 7-VI

On a $Dn = Dp \cos z$;

$H_A + ha = Dn + H_B + hr$

$\Delta H_{(A,B)} = H_B - H_A = ha + Dn - hr$; or $\Delta H_{(A,B)} < 0$ et $Dn < 0$ (puisque $Z > 100$ gr)

$$\Delta H_{(A,B)} = D_p \cos Z + ha + hr$$

c-Visée inverse : on dit qu'on a une visée inverse lorsque l'appareil de mesure (la station) est sur le point d'altitude inconnue et le réflecteur (point visé) est sur le point d'altitude connue.

d-Visée ascendante : l'angle zénith $z < 100$ gr

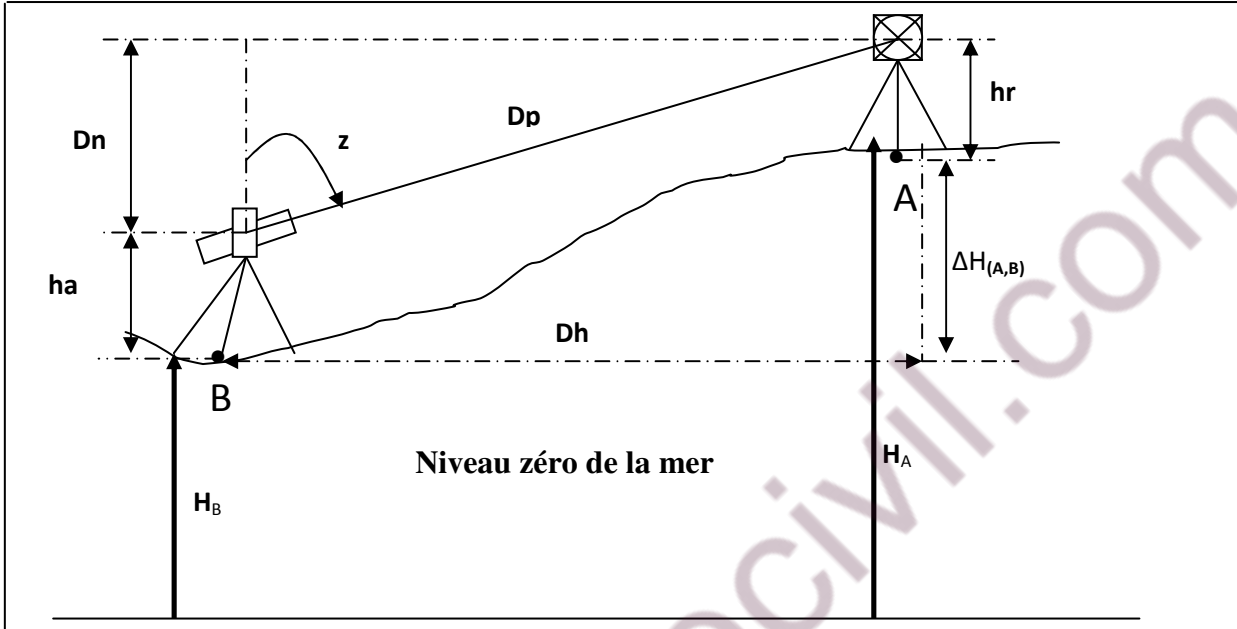


Figure 8-VI

On a $Dn = Dp \cos z$

$$H_B + ha + Dn = H_A + hr ; \quad \Delta H_{(A,B)} = H_B - H_A = hr - Dn + ha$$

$$\text{or } \Delta H_{(A,B)} < 0 ; \quad \Delta H_{(A,B)} = - (Dp \cos Z + ha - hr)$$

$$H_B = H_A + \Delta H_{(A,B)}$$

e- Visée descendante : l'angle zénith $z > 100$ grade

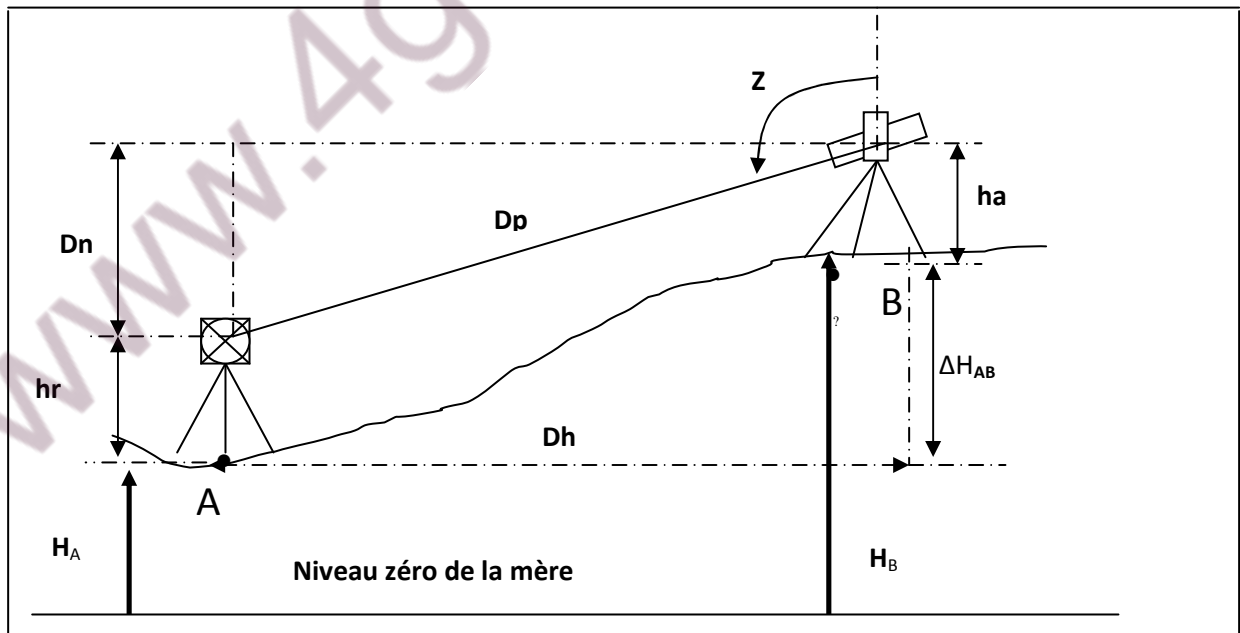


Figure 9-VI

On a $D_n = D_p \cos z$
 $H_B + h_a = D_n + H_A + h_r$
 $\Delta H_{(A,B)} = H_B - H_A = h_r - D_n - h_a$
 or $\Delta H_{(A,B)} > 0$ et $D_n < 0$ (puisque $Z > 100$ grades)
 $\Delta H_{(A,B)} = -(D_p \cos Z + h_a - h_r)$
 $H_B = H_A + \Delta H_{(A,B)}$

3. Nivellement géodésique par cheminement :

a- Principe : On se propose de déterminer l'altitude d'un certain nombre de points situés entre un point d'origine (A) d'altitude connue et un point d'extrémité (F) d'altitude connue.

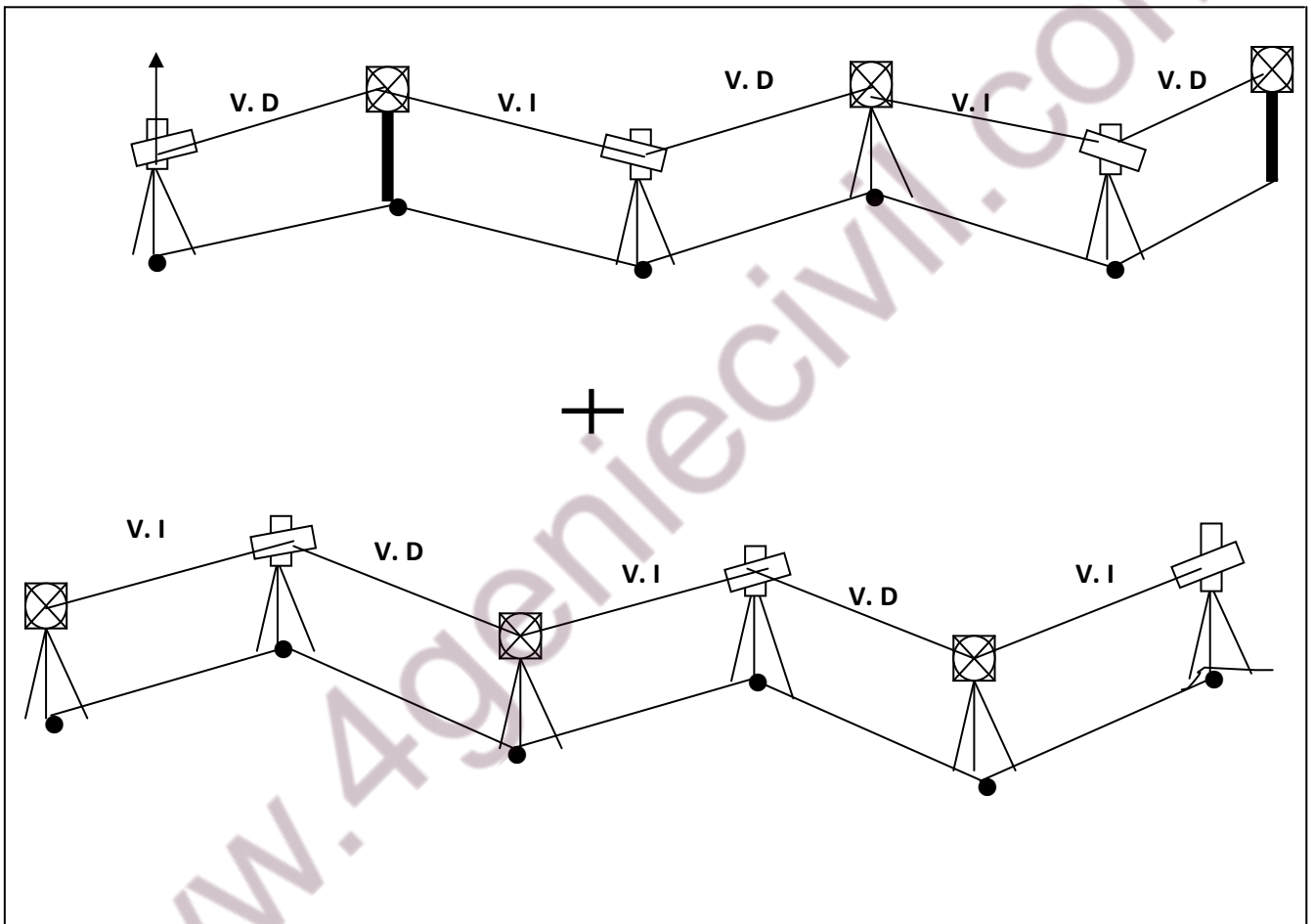


Figure 10-VI

- On stationne sur A repère de départ et on vise le point B (visé directe) pour déterminer l'angle vertical Z , la distance $D_{p(A,B)}$ et sans oublier de mesurer h_r et h_a .
 - On stationne sur B on vise le point A (visé inverse) pour déterminer les mêmes paramètres Z ; D_p ; h_r ; h_a
- On procède ainsi de proche en proche jusqu'à la fermeture de repère F.

b-modes opératoires possibles :

***Cheminement principal** : on stationne tous les sommets et toutes les visées sont réciproques (directes et inverse) du point A jusqu'à point F (figure précédente)

***Cheminement secondaire** : un sommet sur deux est stationné toutes les visées sont directes ou inverses

c- Etapes de calculs :

Les calculs sont les mêmes que celle pour un cheminement géométrique sauf qu'on aura une légère modification pour le calculs des dénivelés qui sera :

ΔH^{mes} elle est déterminée en fonction des visées directe et inverse

$$Dh = Dp \sin Z$$

$$\Delta H_{(A,B)}^{mes} = Dn + ha - hr$$

-Calcul de la fermeture f du cheminement : $f = (\Delta H^{mes} - \Delta H^{donnée})$

Avec : $\Delta H^{mes} = \sum \Delta H_i^{mes}$ et $\Delta H^{donnée} = H_B - H_A$ (A : origine et B : extrémité)

■ Selon le nombre de dénivelées : $C_i = -f / n$ ou n est le nombre de dénivelées

■ Selon la valeur de dénivelées : $C_i = -f \cdot \frac{|\Delta H_i^{mes}|}{\sum |\Delta H_i^{mes}|}$

■ Selon la longueur des portées : $C_i = -f \cdot \frac{d_i}{\sum d_i}$ avec d_i est longueur horizontale de la portée i

5-Calcul des dénivelées compensées ΔH_i^{comp} : $\Delta H_i^{comp} = \Delta H_i^{mes} + C_i$

6- Calcul des altitudes des différents points : $H_i = H_{i-1} + \Delta H_i^{comp}$

IV - EXERCICES D'APPLICATIONS

1. Application N°1-IV

Soit R un point de référence d'altitude $H_R = 3.506$ m on vous demande de déterminer les altitudes des autres points.

N° point	L ^R (m)	L (Mi) (m)
R	2.705	
1		0.914
2		3.080
3		2.614
4		1.618
5		2.903
6		3.040
7		3.405
8		0.905
9		1.814

Solution d'application N°1-IV

N° point	L ^R (m)	L (Mi) (m)	H _{PV} (m)	Altitudes des points (H _i en m)
R	2.705		6.211	3.506
1		0.914		5.297
2		3.080		3.131
3		2.614		3.597
4		1.618		4.593
5		2.903		3.308
6		3.040		3.171
7		3.405		2.806
8		0.905		5.306
9		1.814		4.397

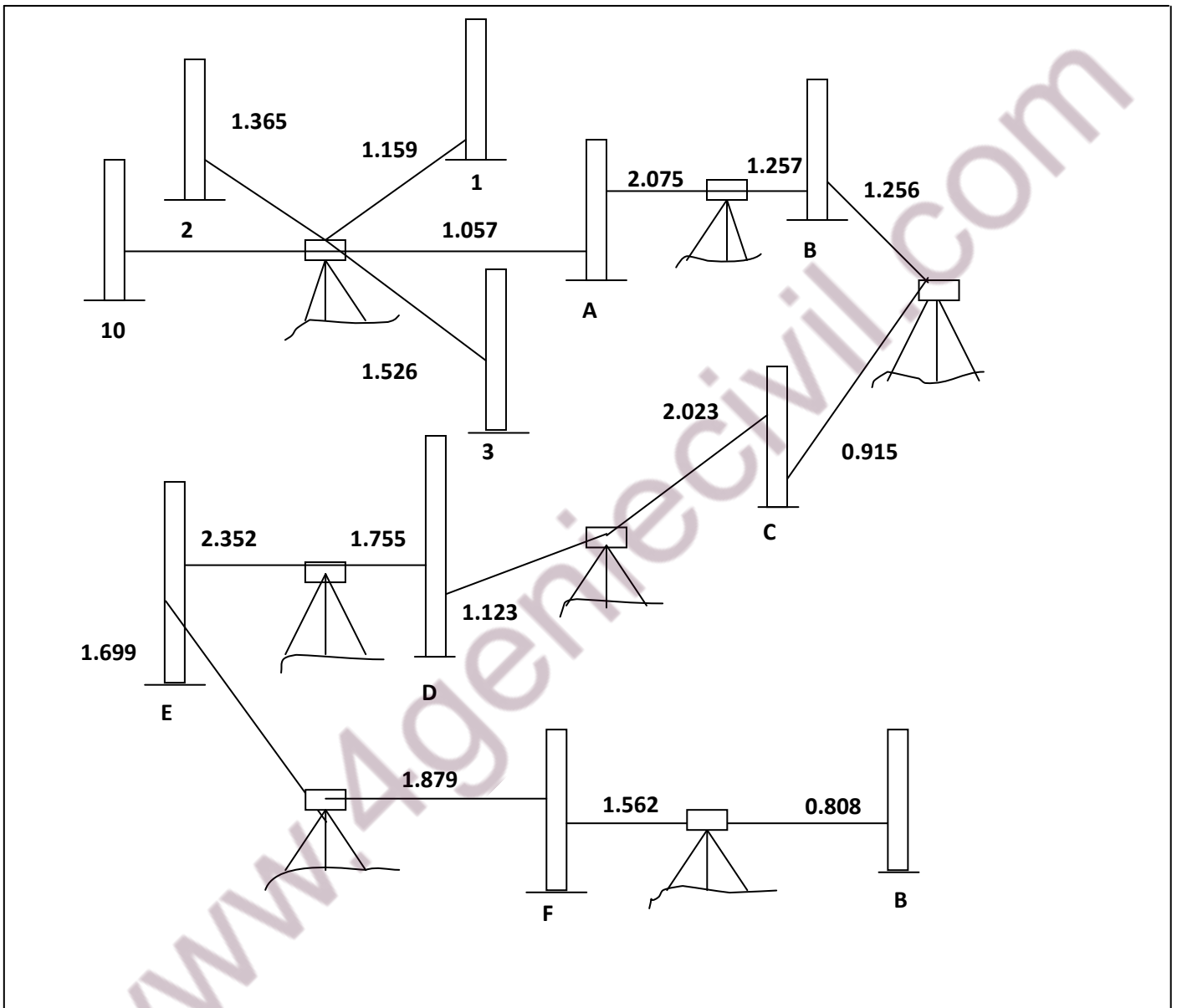
Contrôle : $n H_{PV} = \sum H_i + \sum L_i$

$$n H_{PV} = 9 \times 6.211 = 55.899 \text{ m}$$

$$\sum H_i + \sum L_i = 35.606 + 20.293 = 55.899 \text{ m}$$

2. Application N°2-IV

Un topographe à réalisé les mesures de nivellement entre deux points 10 et 20 d'altitudes respectives $H_{10} = 75.648$ m et $H_{20} = 78.042$ m.



1. Rédiger sur l'imprimé de nivellement les lectures relatives au circuit si dessus tout en respectant l'ordre des opérations des mesures.

Calculer les altitudes de tous les points après compensations du cheminement selon la valeur de dénivelée et sachant que la valeur maximale de la fermeture est de **15 mm**

SOLUTION APPLICATION N° 2-IV

Point visé	Lectures			ΔH_i^{mes} $L_{AR} - L_{AV}$		C	ΔH_i^{comp}		Altitude (m)
	L_{AR}	L_{AV}	L_{INTER}	+	-		+	-	
10	1.424								75.648
1			1.159				0.265		75.913
2			1.365				0.059		75.707
3			1.526					0.102	75.546
				0.367		1	0.366		
A	2.075	1.057							76.014
				0.818		2	0.816		
B	1.256	1.257							76.83
				0.341		1	0.340		
C	2.023	0.915							77.17
				0.9		2	0.898		
D	1.755	1.123							78.068
					0.597	1		0.898	
E	1.699	2.352							77.47
					0.18	0		0.18	
F	1.562	1.879							77.29
				0.754		2	0.752		
B		0.808							78.042
Contrôle	11.794	9.391		3.18	0.777	9			
	$\Delta H_i^{mes} = 2.403$			$ \sum \Delta H_{mes} =$					
	$\Delta H_i^{données} = 2.394$			3.957					
	$f = 0.009$								
	$C_i = \frac{-f \Delta H_{mes} }{\sum \Delta H_{mes} }$								

Application N°3-IV (dans le cas ou $\sum C_i < -f$;)

Un topographe à été chargé du nivellement d'un projet de canalisation entre deux points R1 et R2 d'altitudes respectives $H_{R1} = 15.615$ et $H_{R2} = 17.305$.

Il a rédigé le carnet de cheminement (de R1 vers R2)

Calculer les altitudes de tous les points après compensation selon la valeur de dénivelée, sachant que la valeur maximale de fermeture est de 20 mm

Point visé	Lectures	
	LAR	LAV
R1	1.895	
1	2.213	1.701
2	1.953	2.012
3	1.652	1.743
4	2.105	2.051
5	2.365	2.326
6	2.015	1.969
7	1.952	1.798
8	1.561	1.465
9	1.406	1.365
10	1.202	1.214
R2		0.988

SOLUTION APPLICATION N°3-IV

Point visé	Lectures		ΔH_i^{mes}		C (mm)	ΔH_i^{comp}		Altitude (m)
	LAR	LAV	+	-	Signe +	+	-	
R1	1.895							15.615
1	2.213	1.701	0.194		0.19=0	0.194		15.809
2	1.953	2.012	0.201		0.206=0	0.201		16.01
3	1.652	1.743	0.21		0.215=0	0.21		16.22
4	2.105	2.051		-0.399	0.408=1		0.398	15.822
5	2.365	2.326		-0.221	0.226=0		0.221	15.601
6	2.015	1.969	0.396		0.405=1	0.397		15.998
7	1.952	1.798	0.217		0.222=0	0.217		16.215
8	1.561	1.465	0.487		0.499=1	0.488		16.703
9	1.406	1.365	0.196		0.200=0	0.196		16.899
10	1.202	1.214	0.192		0.197=0	0.192		17.091
R2		0.988	0.214		0.219=0	0.214		17.305
Contrôle	20.319	18.632						
	1.687		1.687		3			

étapes de calcul:

- Calculs des dénivelées mesurées $\Delta H_i^{mes} := L_{AR} - L_{AV}$

☐ Contrôle du calcul de l'étape 1 : $\sum \Delta H_i^{\text{mes}} = \sum L_{AR} - \sum L_{AV} = 1.687 \text{ m}$

☐ Calcul de la fermeture f du cheminement : $f = (\Delta H^{\text{mes}} - \Delta H^{\text{donnée}})$

Avec : $\Delta H^{\text{mes}} = \sum \Delta H_i^{\text{mes}} = 1.687 \text{ m}$

et $\Delta H^{\text{donnée}} = H_{R2} - H_{R1} = 17.305 - 15.615 = 1.69 \text{ m}$

$f = 1.687 - 1.69 = -0.003 \text{ m} = -3 \text{ mm} < 20 \text{ mm}$ Vérifier

calcul de la compensation Selon la valeur de dénivelées : $C_i = -f \frac{\Delta H_i^{\text{mes}}}{\sum |\Delta H_i^{\text{mes}}|}$

$\sum |\Delta H_i^{\text{mes}}| = 2.927 \text{ m}$

$C_i = -(-0.003 \frac{\Delta H_i^{\text{mes}}}{2.927})$

Application N°4-IV: (dans le cas ou $\sum C_i > -f$;)

Un topographe à été chargé du nivellement d'un projet de canalisation entre deux points R1 et R2 d'altitudes respectives $H_{R1} = 15.615$ et $H_{R2} = 17.315$.

Il a rédigé le carnet de cheminement (de R1 vers R2)

Calculer les altitudes de tous les points après compensation selon la valeur de dénivelée, sachant que la valeur maximale de fermeture est de 20 mm

Point visé	Lectures	
	LAR	LAV
R1	1.895	
1	2.213	1.701
2	1.953	2.012
3	1.652	1.743
4	2.105	2.051
5	2.365	2.326
6	2.015	1.969
7	1.952	1.798
8	1.561	1.465
9	1.406	1.365
10	1.202	1.214
R2		0.988

SOLUTION APPLICATION N°4-IV

Point visé	Lectures		ΔH_i^{mes}		C (mm)	ΔH_i^{comp}		Altitude (m)
	LAR	LAV	+	-	Signe +	+	-	
R1	1.895							15.615
1	2.213	1.701	0.194		0.861=1	0.195		15.81
2	1.953	2.012	0.201		0.892=1	0.202		16.012

3	1.652	1.743	0.21		0.932=1	0.211		16.223
4	2.105	2.051		-0.399	1.772=2		0.397	15.825
5	2.365	2.326		-0.221	0.982=1		0.220	15.606
6	2.015	1.969	0.396		1.759=(1)	0.397		16.003
7	1.952	1.798	0.217		0.964=1	0.218		16.221
8	1.561	1.465	0.487		2.16=2	0.489		16.710
9	1.406	1.365	0.196		0.870=1	0.197		16.907
10	1.202	1.214	0.192		0.852=1	0.193		17.100
R2		0.988	0.214		0.950=1	0.215		17.315
Contrôle	20.319	18.632						
	1.687		1.687		13			

étapes de calcul:

☐ Calculs des dénivelées mesurées $\Delta H_i^{mes} := L_{AR} - L_{AV}$

☐ Contrôle du calcul de l'étape 1 : $\sum \Delta H_i^{mes} = \sum L_{AR} - \sum L_{AV} = 1.687 \text{ m}$

☐ Calcul de la fermeture f du cheminement : $f = (\Delta H^{mes} - \Delta H^{donnée})$

Avec : $\Delta H^{mes} = \sum \Delta H_i^{mes} = 1.687 \text{ m}$

et $\Delta H^{donnée} = H_{R2} - H_{R1} = 17.315 - 15.615 = 1.7 \text{ m}$

$f = 1.687 - 1.7 = -0.013 \text{ m} = -13 \text{ mm} < 20 \text{ mm}$ Vérifier

☐ calcul de la compensation Selon la valeur de dénivelées : $C_i = -f \frac{|\Delta H_i^{mes}|}{\sum |\Delta H_i^{mes}|}$

$\sum |\Delta H_i^{mes}| = 2.927 \text{ m}$

$C_i = -(-0.013 \frac{|\Delta H_i^{mes}|}{2.927})$

Application N°5-IV : (pour le nivellement géodésique)

On a réalisé les mesures suivantes avec une station totale dont le cercle horizontal est gradué dans le sens des aiguilles d'une montre :

Station	Points visés	Lectures horizontales en (Gr)	Lectures verticales en (Gr)	Distances selon la pente (m)	Hauteur du réflecteur (m)
A ha=1.365	R1	0.000	*	*	*
	1	202.770	98.524	196.714	1.450
1 ha=1.575	A	0.000	*	*	*
	2	155.585	101.568	106.995	1.565
2 ha=1.630	1	0.000	*	*	*
	3	1.99.605	100.847	177.544	1.615
	M	256.214	99.075	80.310	1.630
3 ha=1.535	2	0.000	*	*	*
	B	166.165	101.025	101.857	1.540
B ha=1.580	3	0.000	*	*	*
	R2	282.670	*	*	*

-Calculer les altitudes des points 1, 2 et 3 , en faisant la compensation altimétrique selon la valeur des dénivelées tout en sachant que :

-La tolérance de fermeture altimétrique est de 30 mm

-Les points A et B ont pour altitudes $H_A = 5.156$ m et $H_B = 2.996$ m

SOLUTION APPLICATION N°5-IV

■-Détermination des altitudes des points 1,2 et 3

La remarque qu'on peut le citer c'est que tous les visées sont des visées directes

N°cotés	LV	Dp	Dn	ha	hr	ΔH^{mes}	Ci -(m)	ΔH^{comp}	Hi (m)
A									5.156
A-1	98.524	196.714	4.560	1.365	1.450	4.475	7	4.468	9.624
1-2	101.568	106.995	-2.635	1.575	1.565	-2.625	4	-2.629	6.995
2-3	100.847	177.544	-2.362	1.63	1.615	-2.347	4	-2.351	4.644
3-B	101.025	101.857	-1.640	1.535	1.540	-1.645	3	-1.648	
B									2.996
Contrôle						-2.142			

$$D_h = D_p \sin Z$$

$$D_n = D_p \cos z$$

$$\Delta H_{ij}^{mes} = D_n + h_a - h_r$$

$$f = (\Delta H^{mes} - \Delta H^{donnée})$$

$$\text{Avec : } \Delta H^{mes} = \sum \Delta H_i^{mes} \text{ et } \Delta H^{donnée} = H_B - H_A \text{ (A : origine et B : extrémité)}$$

$$f = -2.142 - (2.996 - 5.156) = 0.018 = 18 \text{ mm} < T_f = 30 \text{ mm vérifier}$$

Calcul de la compensation Selon la valeur de dénivelées :

$$C_i = - f \quad |\Delta H_{imes}| / \sum |\Delta H_{imes}|$$

$$C_i = - 0.018 \quad |\Delta H_{imes}| / 11.092$$

Chapitre v

LES METHODES DE LEVE

I. Rappel mathématique :

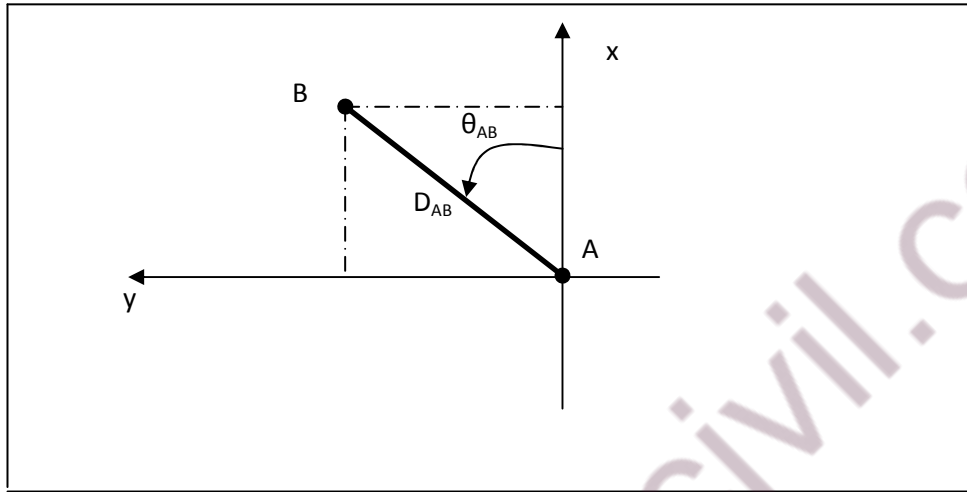


Figure 1-V

Soient A et B deux points de coordonnées respectivement : (x_A, y_A) et (x_B, y_B)

On veut déterminer x_B et y_B en fonction de $(x_A, y_A, \theta_{AB}$ et $D_{AB})$

On a :

$$D_{AB} = \sqrt{(\Delta x_{AB})^2 + (\Delta y_{AB})^2} \quad \text{Avec } \Delta x_{AB} = D_{AB} \cos \theta_{AB} \text{ et } \Delta y_{AB} = D_{AB} \sin \theta_{AB}$$

$$\Rightarrow x_B = x_A + \Delta x_{AB} \quad y_B = y_A + \Delta y_{AB}$$

$$\Rightarrow x_B = x_A + D_{AB} \cos \theta_{AB} \quad y_B = y_A + D_{AB} \sin \theta_{AB}$$

II. Canevas géodésique :

1. Définition : Le canevas a pour objectif de déterminer un certain nombre de points géodésiques, tout en évitant une forte accumulation des erreurs.

Sa conception dépend de la forme et de l'importance de la zone à lever.

Dans le cas d'un territoire de grande étendue et dans le but de ne pas trop accumuler les erreurs le canevas géodésique est subdivisé en plusieurs groupes par ordre dégressif de précision.

2. Canevas géodésique de premier ordre :

Il est constitué par certain nombre de point répartis régulièrement et reliés par une chaîne de triangles. Ces derniers étant de cote de 30 à 50 Km. Le réseau doit être homogène et sa précision est de l'ordre de 10 Cm

3. Réseau de deuxième ordre : Il permet d'augmenter la densité des points du canevas, la distance moyenne entre les points est de 15 Km

4. Réseau de troisième ordre : Pour ces réseaux la distance moyenne est de 6 Km

5. Réseau de quatrième ordre : La distance moyenne est de 2.5 Km

6. Réseau de cinquième ordre :

Si la densité de quatrième ordre est insuffisante pour réaliser le levé topographique il est alors nécessaire d'appliquer une série complémentaire de cinquième ordre.

Chaque opérateur détermine les points complémentaires en plus on densifie encore les points de canevas par polygonaion. Cette dernière consiste à réaliser un levé topographique qui vont servir comme appui pour toutes opérations de levé.

III. LES PROCÉDES DE DETERMINATION PLANIMÉTRIQUE D'UN POINT :

En planimétrie un point est connu quand il a été situé sur le plan soit graphiquement, soit par ces coordonnées.

Déterminer un point c'est relever ce point à des points connu au moyen de mesure soit angulaire, soit linéaire soit la combinaison de deux.

D'où on peut classer les procédés de détermination planimétrique en trois catégories :

A / Procédés utilisant que les procédés linéaires

B / procédés utilisant que les mesures angulaires

C / Procédés combiner les deux

1. Les procédés planimétriques n'utilisant que les mesures linéaires :

a. Méthode de levé du triangle chaîné :

* Sur terrain :

Soit M un point de terrain à déterminer leurs coordonnées (x ,y)

Les points A ($x_A ; y_A$), B ($x_B ; y_B$) et C ($x_C ; y_C$) sont connus

On mesure sur terrain les distances d (A ,M), d (B ,M) et d (C ,M)

*Au laboratoire ou au bureau :

Je reporte A , B et C par leurs coordonnées cartésiennes

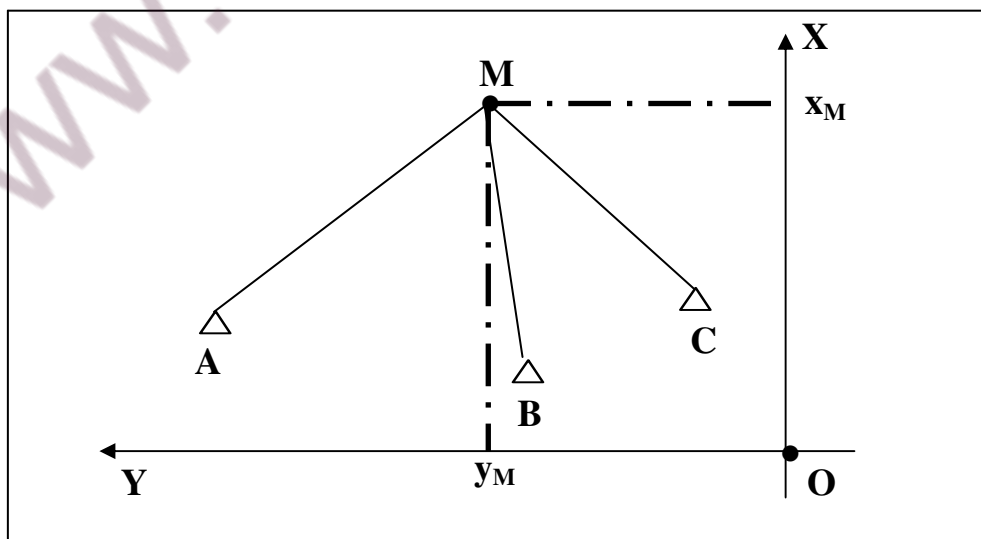


Figure 2-V

Nous commutons la position sur le plan les points A et B, en mesurant la longueur AM et BM sur le terrain nous pouvons connaître la position du point M sur le plan à partir de l'intersection des arcs de cercles qui sont définies par A et B comme centre, AM et BM comme rayon. Pour le contrôle on aura besoin de la connaissance de troisième point C et de la mesure de la longueur CM pour pouvoir vérifier la position de M sur le plan en traçant le cercle de centre C et de rayon CM.

b-Méthode des abscisses et des ordonnées :

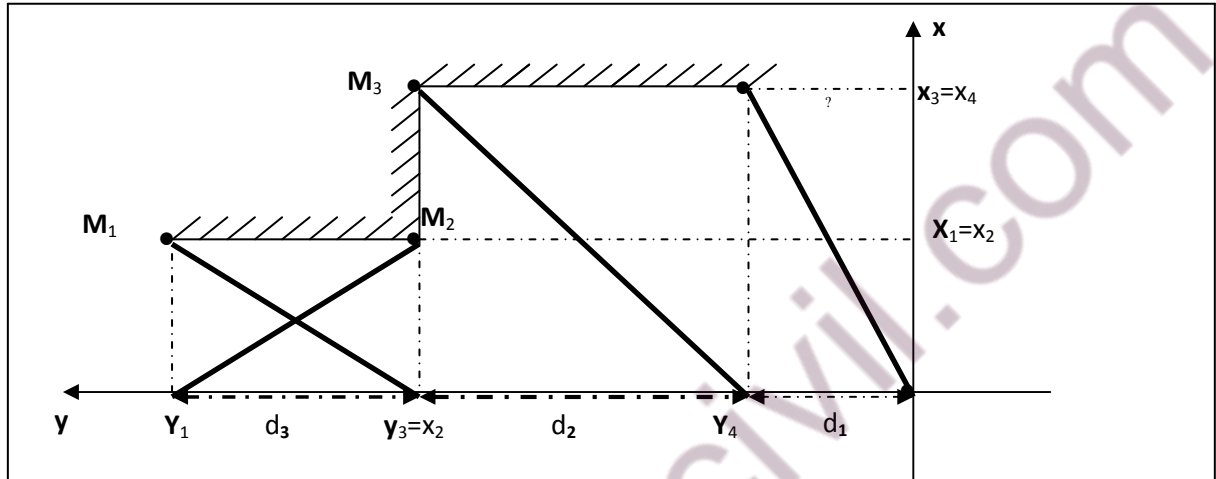


Figure 3-V

Les procédés consistent à déterminer la position de divers points de détails en mesurant leurs coordonnées rectangulaires par rapport à un élément connu.

Le principe consiste à décomposer des figures élémentaires triangles ou trapèzes, puis on mesure les distances au ruban.

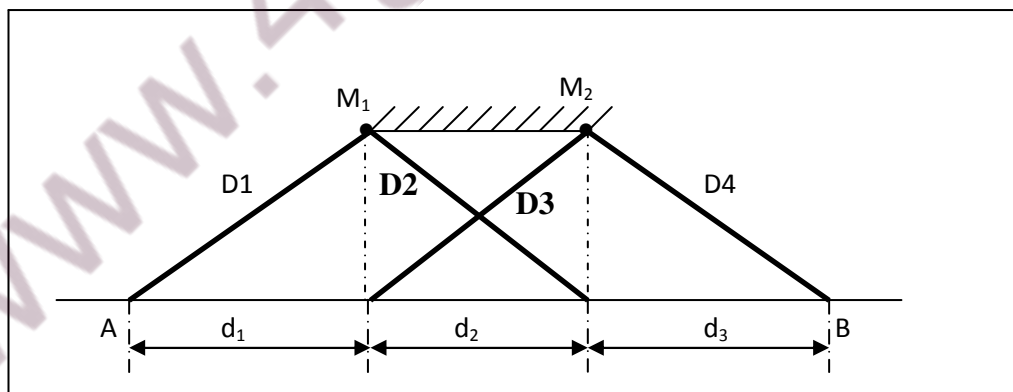


Figure 4-V

Soit les cotés A et B utilisé comme base d'opération (A et B sont connus)

On demande de reporter M1 et M2 sur le plan

1-Sur terrains on projette M_1 et M_2 sur la base AB (à l'aide de l'équerre optique : la méthode de 3/4 /5)et on mesure les distances d_1 et d_2 , h_1 et h_2 et même les diagonales D_1 , D_2 , D_3 et D_4 .

2. Sur le plan on reporte les points connus A et B

c- Trilatération

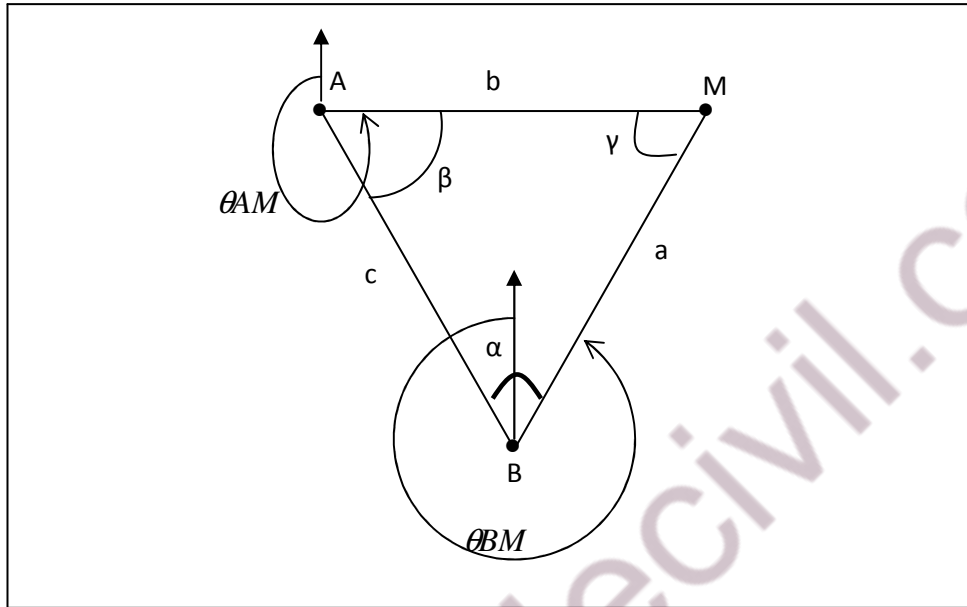


Figure 5-V

C'est un procédé de détermination planimétrique d'un point M par mesures de distances entre M et au moins trois points connus. Le lieu du point M est l'intersection des trois arcs de cercle de rayon égal aux distances mesurées AM, BM et CM

La méthode de calcul se base sur la relation des sinus et de la relation de Pythagore généralisée.

- On calcule θ_{AB}

- On détermine les angles, α , β et γ par la relation de Pythagore

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \beta$

- $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \alpha$

- $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$

$$\beta = \cos^{-1} \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc}$$

De la même manière on détermine α et γ

- On détermine θ_{AM} et θ_{BM}

$$\theta_{AM} = \theta_{AB} + \beta$$

$$\theta_{BM} = \theta_{BA} + 400 - \alpha$$

- Les coordonnées du point M

$$M_{(A)} = \begin{cases} x_M = x_A + AM \cos \Theta_{AM} \\ y_M = y_A + AM \sin \Theta_{AM} \end{cases} \quad M_{(B)} = \begin{cases} x_M = x_B + BM \cos \Theta_{BM} \\ y_M = y_B + BM \sin \Theta_{BM} \end{cases}$$

2. LES PROCEDES PLANIMETRIQUES N'UTILISANT QUE DES MESURES ANGULAIRES :

a- Intersection :

- Principe :

M (x , y) à déterminer ?

A (x_A, y_A) ; B (x_B, y_B) ; C (x_C, y_C)

A, B et C sont des points d'appuis

- Sur terrain :

1^{ère} étape : on stationne sur A pour mesurer α

2^{ème} étape : on stationne sur B pour mesurer β et γ

1^{ère} étape : on stationne sur A pour mesurer α

3^{ème} étape : on stationne sur C pour mesurer δ

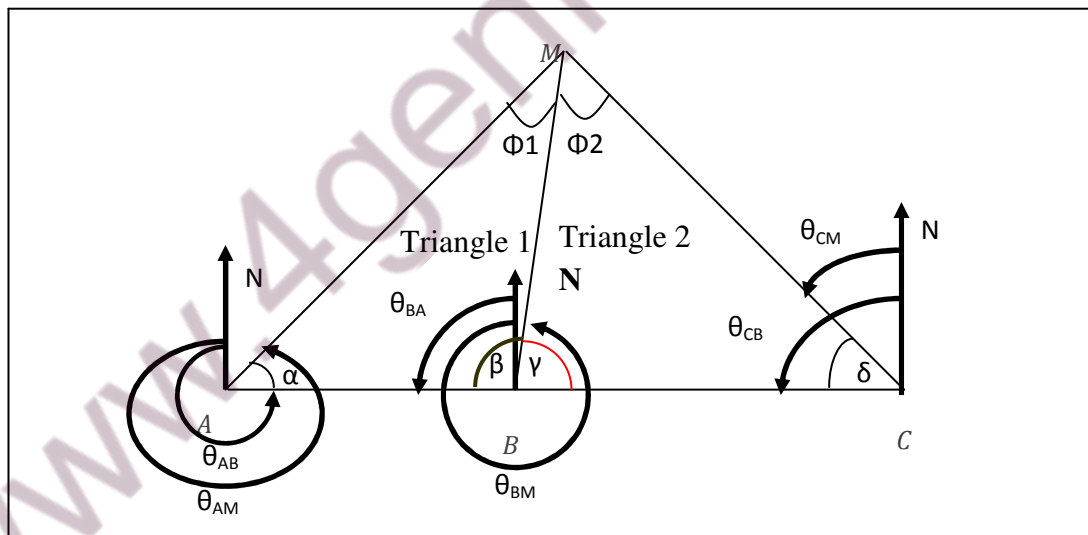


Figure 6-V

- Calcul des coordonnées du point M

A (x_A, y_A) ; B (x_B, y_B) ; C (x_C, y_C) ; A, B et C sont connues

On calcule la distance AB et l'orientation θ_{AB} et la distance BC et θ_{BC} en fonction des coordonnées (x , y)

Dans le triangle 1

$$\Phi 1 = 200 - (\alpha + \beta) \text{ Relation des Sinus}$$

On détermine les distances AM et BM

L'orientation $\theta_{AM} = \theta_{AB} + \alpha$

$$400 = \theta_{BM} + \beta - \theta_{BA}$$

$$\theta_{BM} = \theta_{BA} - \beta$$

$$M(A) \begin{cases} x_M = x_A + AM \cos(\theta_{AM}) \\ y_M = y_A + AM \sin(\theta_{AM}) \end{cases}$$

$$M(B) \begin{cases} x_M = x_B + BM \cos(\theta_{BM}) \\ y_M = y_B + BM \sin(\theta_{BM}) \end{cases}$$

Dans le triangle 2

$$\Phi 2 = 200 - (\gamma + \delta) \text{ Relation des Sinus dans le triangle 2}$$

On détermine les distances BM et CM

L'orientation $\theta_{BM} = \theta_{BC} + \gamma$

$$\theta_{CM} = \theta_{CB} - \delta$$

$$M(B) \begin{cases} x_M = x_B + BM \cos(\theta_{BM}) \\ y_M = y_B + BM \sin(\theta_{BM}) \end{cases}$$

$$M(C) \begin{cases} x_M = x_C + CM \cos(\theta_{CM}) \\ y_M = y_C + CM \sin(\theta_{CM}) \end{cases}$$

b-Recoupement :

- Principe :

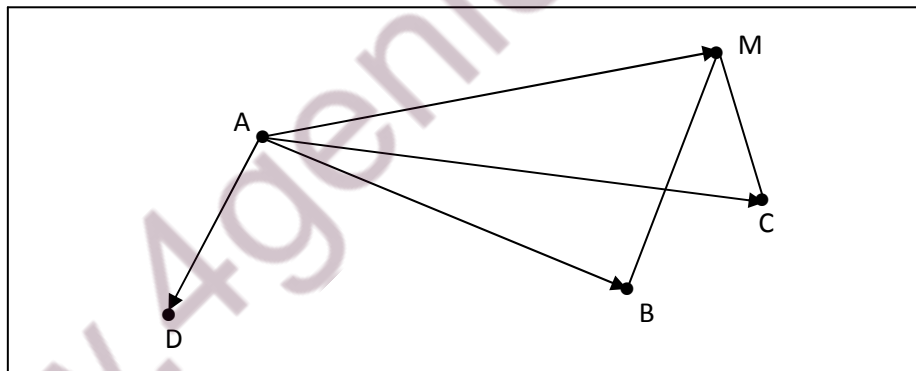


Figure 7-V

On veut déterminer les coordonnées (x_M, y_M) d'un point M à partir de quatre points connus A, B, C et D dont A est le seul point stationnable et le point D est un point de contrôle.

- Mode opératoire :

On effectue un tour d'horizon au point A sur les points B, C, D et M

On note les lectures horizontales en utilisant un goniomètre (L_B, L_C, L_D et L_M)

- Etape de calcul :

On détermine le Θ_0 de la station, tel que l'orientation du zéro du limbe

Θ_0 de station est l'angle formé entre la direction de Nord Lambert avec la direction du zéro du limbe horizontale

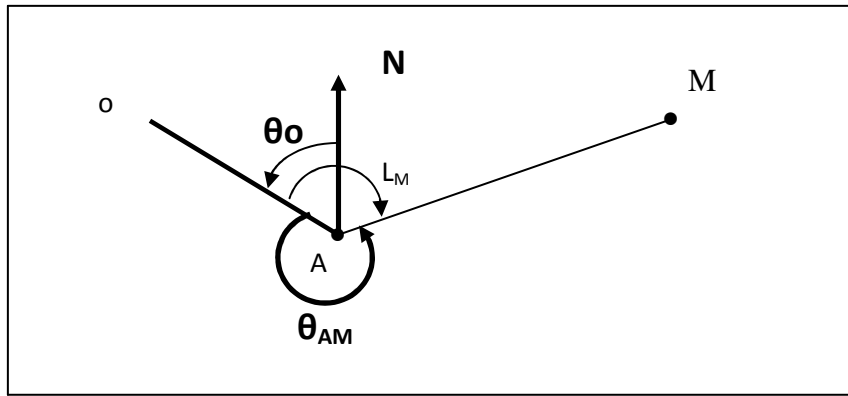


Figure 8-V

$$\theta_o^B = \theta_{AB} + L_B$$

$$\theta_o^C = \theta_{AC} + L_C$$

$$\theta_o^D = \theta_{AD} + L_D$$

$$\theta_{o \text{ moyenne}} = (\theta_o^B + \theta_o^C + \theta_o^D) / 3$$

$$\theta_{AM} = \theta_{o \text{ moyenne}} - L_M$$

On stationne ensuite en M et on détermine les angles α, β et γ

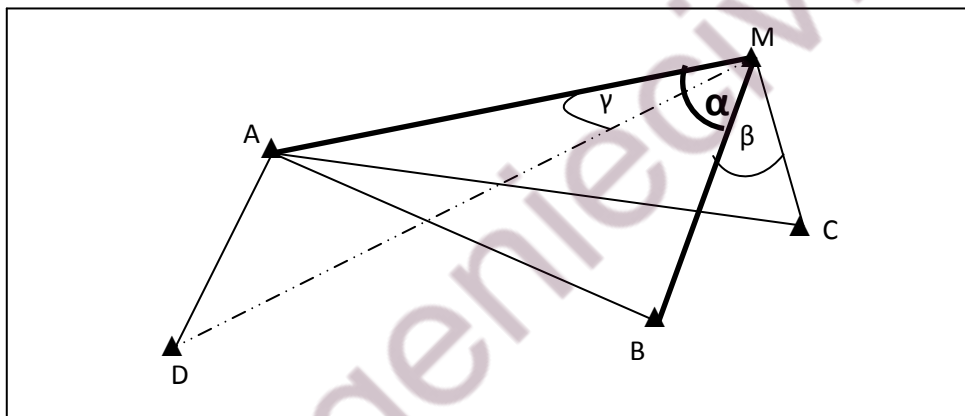


Figure 9-V

On détermine par la suite les orientations θ_{MB} , θ_{MC} et θ_{MD} afin de déterminer les coordonnées du point M par intersection à partir de A, B, C et D

$$\theta_{MB} = \theta_{MA} + \alpha$$

$$\theta_{MC} = \theta_{MA} + \alpha + \beta$$

$$\theta_{MD} = \theta_{MA} + \gamma$$

M (B)

$$\begin{cases} x_M = x_B + D_{(B,M)} \cos(\theta_{MB}) \\ y_M = y_B + D_{(B,M)} \sin(\theta_{MB}) \end{cases}$$

3. Les procédés planimétriques linéaires et angulaires composés: (La polygonation)

a. Cheminement :

- Principe :

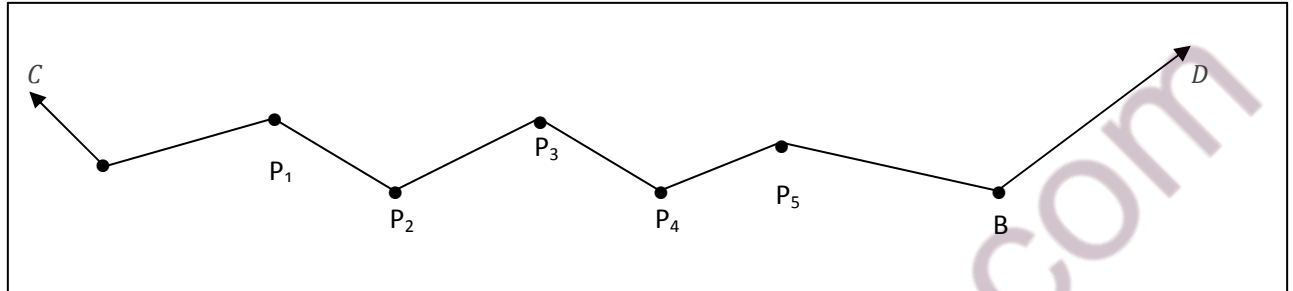


Figure 10-V

Le cheminement est constitué par une succession de ligne droite joignant les sommets à levé, on mesure les longueurs de ces lignes et on observe les angles qu'elles forment entre elles à chaque sommet. *

L'objectif de ces mesures de cheminement (polygonation) est la détermination des coordonnées et des altitudes des différents points de la polygonale P_1 , P_2 , P_3 , P_4 et P_5 . Dans la pratique le levé par cheminement est le plus utilisé.

- Les différents types de cheminement :

***Cheminement ouvert** : Lorsque le sommet A est différent du sommet B

***Cheminement tendu** : Lorsque les cotés de la polygonale sont sensiblement alignée et les angles entre ces derniers s'approchent de 200grade

***Cheminement fermé** : Lorsque le cheminement revient à son point de départ, c'est à dire A et B sont confondues

b. Calcul de la polygonale :

- principe :

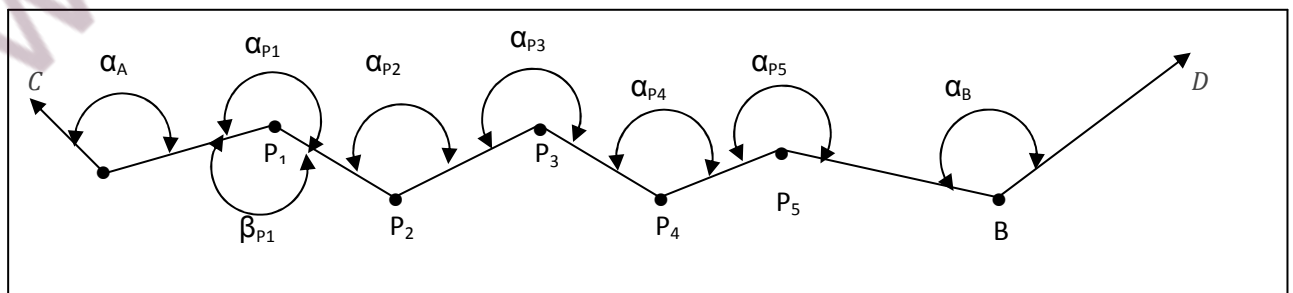


Figure 11-V

Avant de commencer le calcul, nous rappelons que les données de départ sont les coordonnées des points A,B,C et D et les altitudes des points A et B

b-Caractéristiques de la polygonale :

Point origine de la polygonale :point A

Point extrémité de la polygonale :point B

Points de la polygonale P_1, P_2, P_3, P_4 et P_5

Cotés de la polygonale : $AP_1, P_1P_2, P_2P_3, P_3P_4, P_4P_5$ et P_5B

Visée d'orientation de la polygonale :Visée AC, d'orientation θ_{AC}

Visée de fermeture de la polygonale :Visée BD, d'orientation θ_{BD}

Angles intérieurs de la polygonale : α_i

Angles extérieurs de la polygonale : $\beta_i = 400 - \alpha_i$

Le calcul de polygonation sera établi en deux parties

VI- Calcul planimétrique (x ,y)

a. Orientements compensés des cotés de la polygonale :

- Calcul de l'orientation mesuré de la visée de fermeture θ_{BD}

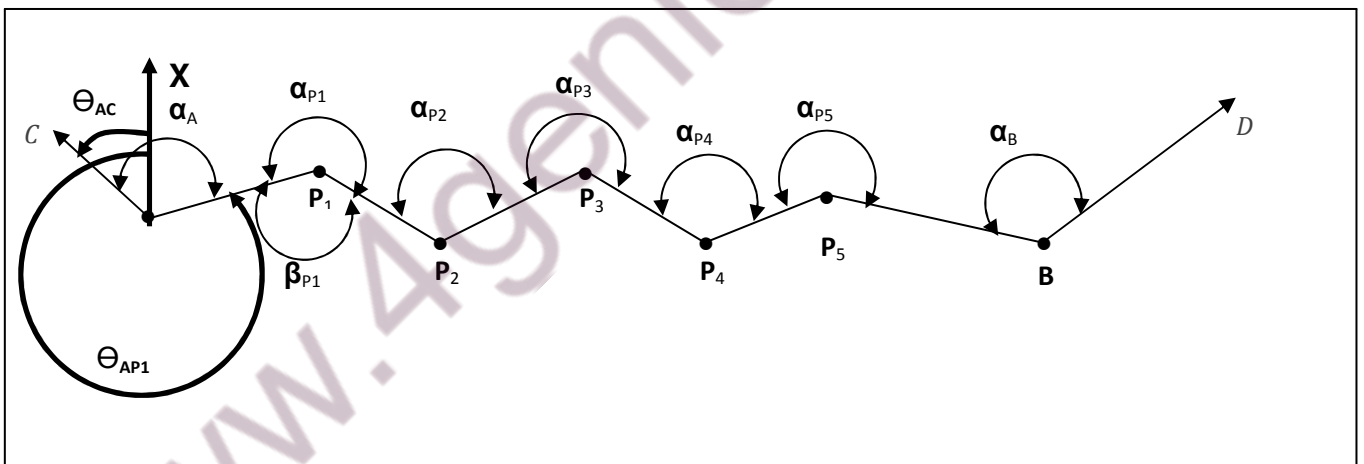


Figure 12-V

Soient α_{pi} les angles horizontaux intérieurs du cheminement :

$$\alpha_A = L_{P1} - L_C$$

$$\alpha_{P1} = L_{P2} - L_A$$

$$\alpha_{P2} = L_{P3} - L_{P1}$$

On peut alors écrire que pour un sommet P_i du cheminement : $\alpha_{Pi} = L_{P(i+1)} - L_{P(i-1)}$

Soient β_i les angles extérieurs du cheminement $\beta_{Pi} = 400 - \alpha_{Pi} = 400 - (L_{P(i+1)} - L_{P(i-1)})$

- Transmission des orientations :

$$\Theta_{AP1}^{mes} = \Theta_{AC} + \beta_A \text{ (coté N° 1)}$$

$$\Theta_{P1P2}^{mes} = \Theta_{P1A}^{mes} + \beta_{P1} = \Theta_{AP1}^{mes} + \beta_{P1} - 200 = \Theta_{AC} + \beta_A + \beta_{P1} - 200 \text{ (coté N°2)}$$

$$\Theta_{P2P3}^{mes} = \Theta_{AC} + \beta_A + \beta_{P1} + \beta_{P2} - (3-1) \times 200 \text{ (coté N°3)}$$

$$\Theta_K^{mes} = \Theta_{AC} + \sum_{i=1}^k \beta_i - (K-1) \times 200 \text{ (avec k : N° du côté)}$$

Dans le cas de notre cheminement on a : $\Theta_{BD}^{mes} = \Theta_{AC} + \sum_{i=1}^7 \beta_i - (7-1) \times 200$

- Calcul de l'écart de fermeture angulaire (fa) :

C'est la différence entre l'orientation observé ou mesuré et l'orientation calculé à l'arrivée

$$fa = \Theta_{BD}^{mes} - \Theta_{BD}^{calculé} \quad fa = (\Theta_{AC} + \sum_{i=1}^k \beta_i - (K-1) \times 200) - \Theta_{BD}^{calculé}$$

- Tolérance sur l'écart de fermeture angulaire Tfa :

$$Tfa = 2.7 \sqrt{n} \times \delta \alpha \text{ (avec n : nombre d'angle)}$$

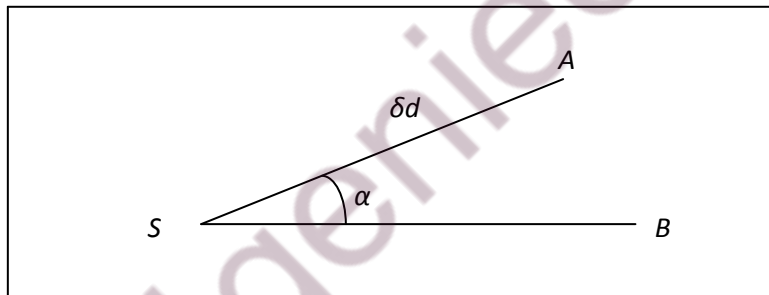


Figure 13-V

$$\overline{T} = 2.7 \times \overline{\delta \alpha} \quad T = 2.7 \cdot \sqrt{n} \cdot \sqrt{2} \cdot \delta d \quad \alpha = \left(\sum \alpha_i \right) / i \quad Vi = \alpha_i - \alpha$$

$$\delta = \pm \sqrt{\left(\sum Vi^2 / n - 1 \right)} \quad T = 2.7 \cdot \sqrt{n} \cdot \sqrt{2} \cdot \delta d$$

- Exemple : Soit le cheminement suivant :

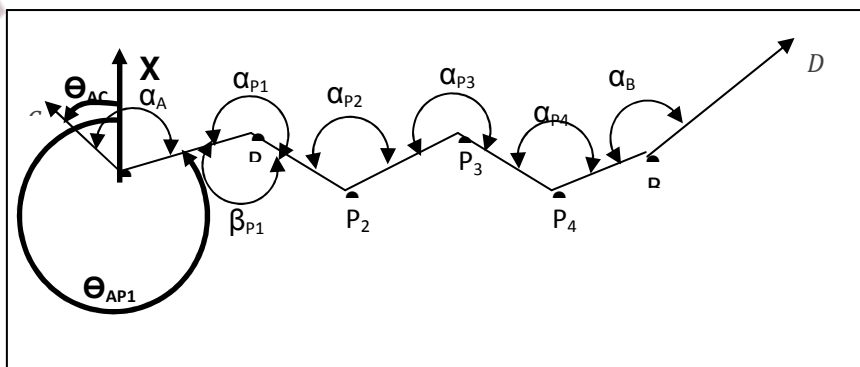


Figure 14-V

Calculer Tfa si $\delta\alpha = 0.002$ gr

$$\Theta_{BD}^{mes} = 255.366 \text{ gr}$$

$$\Theta_{BD}^{calculé} = 255.360 \text{ gr}$$

$$fa = \Theta_{BD}^{mes} - \Theta_{BD}^{calculé}$$

$$fa = 255.366 - 255.360 = 0.006 \text{ gr}$$

$$Tfa = 2.7 \sqrt{6} \cdot \delta\alpha$$

$$Tfa = 2.7 \times \sqrt{6} \times 0.002$$

$$Tfa = 0.013 \text{ gr}$$

f-Compensation de l'écart de fermeture (fa) :

***Si $fa \geq T$ rejet des observations et reprise des mesures angulaires**

***Si $fa \leq T$: fa est réparti également sur tous les angles mesurés**

**pour un cheminement de N côtés chaque angle est corrigé de la quantité $ca = -\frac{fa}{n+1}$*

$$\beta_i^{comp} = \beta_i^{mes} + ca$$

**Calcul des orientations compensés des différents côtés de la polygonale*

$$\Theta_{AP1}^{comp} = \Theta_{AC} + \beta_A^{comp} \text{ (côté N° 1)}$$

$$\Theta_{P1P2}^{comp} = \Theta_{P1A}^{comp} + \beta_{P1}^{comp} = \Theta_{AP1}^{comp} + \beta_{P1}^{comp} - 200 = \Theta_{AC} + \beta_A^{comp} + \beta_{P1}^{comp} - 200 \text{ (côté N° 2)}$$

$$\Theta_{P2P3}^{comp} = \Theta_{AC} + \beta_A^{comp} + \beta_{P1}^{comp} + \beta_{P2}^{comp} - (3-1) \times 200 \text{ (côté N° 3)}$$

$$\Theta_K^{comp} = \Theta_{AC} + \sum_{i=1}^k \beta_i^{comp} - (K-1) \times 200 \text{ (avec k : N° du côté)}$$

Dans le cas de notre cheminement on a :

$$\Theta_{BD}^{comp} = \Theta_{AC} + \sum_{i=1}^7 \beta_i^{comp} - (7-1) \times 200$$

b-Calcul des distances réduites à la projection (Dr) des différents côtés de la polygonale :

La longueur des différents côtés du cheminement peut être mesurée par un procédé quelconque : Chaînage, mesure stadimétrique ou au distance mètre .

De même il est nécessaire de faire les trois réduction suivantes :

-Réduction à l'horizon : $Dh = Dp \sin z$

-Réduction au niveau zéro de la mer : $Do = (R Dh) / (R + H)$

-Réduction à la projection (sur plan) : $Dr = Do (1 + \varepsilon)$

c-Calcul de Δx^{mes} et Δy^{mes} pour chaque côté de la polygonale :

$$\Delta x_1^{mes} = D_r^1 \cos \Theta_1^{comp}$$

$$\Delta y_1^{mes} = D_r^1 \sin \Theta_1^{comp}$$

d'où alors on aura pour tout côté i :

$$\Delta x_i^{mes} = D_r^i \cos \Theta_i^{comp}$$

$$\Delta y_i^{mes} = D_r^i \sin \Theta_i^{comp}$$

c- Calcul de l'écart planimétrique (fs) :

- Ecart planimétrique en x (fx):

$$fx = [\Delta x^{\text{mes}}]_B^A - [\Delta x^{\text{calculé}}]_B^A \quad fx = x'_B - x_B = x_A + \sum_{i=1}^k \Delta x_i - x_B$$

Avec k est le nombre des côtés du cheminement

- Ecart planimétrique en y (fy):

$$fy = [\Delta y^{\text{mes}}]_B^A - [\Delta y^{\text{calculé}}]_B^A \quad fy = y'_B - y_B = y_A + \sum_{i=1}^k \Delta y_i - y_B$$

Avec k est le nombre des côtés du cheminement

- Ecart planimétrique (fs) : $fs = \sqrt{(fx^2 + fy^2)}$

- Tolérance sur l'écart planimétrique :

**Dans les zones de campagnes :* $T_C = \pm \sum Di / 1000 + 0.10 \text{ m}$

**Dans les zones urbaines :* $T_u = \pm \sum Di / 2000 + 0.10 \text{ m}$

Remarque :

Si $fs \leq T$ on fait la compensation

Si $fs \geq T$ rejet des observations et pas de compensation

d- Ellipse de tolérance :

Pour un cheminement tendu de n cotés de longueur L

• **la tolérance longitudinale TL** : somme géométrique des erreurs maximums dues aux mesures des distances $TL = 2.7 \cdot \delta\alpha \cdot \sqrt{n}$

Avec $\delta\alpha$ est l'erreur moyenne quadratique de mesure d'angle n : nombre de sommets

• **la tolérance transversale Tt** : somme géométrique des erreurs maximums dues aux mesures des angles $Tt = 2.7 \cdot L \cdot \delta\alpha \cdot \sqrt{n/3}$

Ecart de tolérance : $T = \sqrt{(TL^2 + Tt^2)}$

Remarque : la TL et la Tt dépendent de la précision de l'instrument utilisé et des caractéristiques géométriques du cheminement (nombre d'angles mesurés et longueur totale du cheminement).

Compensation planimétrique : corrections C_x et C_y :

• Compensation parallèle simple :(selon le nombre de coté)

On répartit également les composantes f_x et f_y sur les coordonnées partielles de tous

les côtés $C_x = -\frac{f_x}{n}$ $C_y = -\frac{f_y}{n}$ avec n est le nombre de côté de la polygonale

• Compensation parallèle proportionnelle

La répartition est faite proportionnellement à la longueur de chaque côté.

$$C_x = -f_x \frac{l_i}{\sum l_i} \quad C_y = -f_y \frac{l_i}{\sum l_i}$$

e-Calcul des Δx^{comp} et Δy^{comp} pour chaque côté de la polygonale :

Dans les deux cas on calcule les quantités de la manière suivante :

$$\Delta x_i^{comp} = \Delta x_i^{mes} + C_x^i \quad \Delta y_i^{comp} = \Delta y_i^{mes} + C_y^i$$

f-Calcul des coordonnées des différents points de la polygonale :

On calcule à partir des coordonnées de l'origine de la polygonale et des Δx^{comp} et Δy^{comp} déjà déterminés les coordonnées des différents points de la polygonale.

$$\text{Point } p_1 \quad \begin{cases} x_{p1} = x_A + \Delta x_1^{comp} \\ y_{p1} = y_A + \Delta y_1^{comp} \end{cases} \quad \text{Point } p_2 \quad \begin{cases} x_{p2} = x_{p1} + \Delta x_2^{comp} \\ y_{p2} = y_{p1} + \Delta y_2^{comp} \end{cases}$$

$$\text{Point } p_3 \quad \begin{cases} x_{p3} = x_{p2} + \Delta x_3^{comp} \\ y_{p3} = y_{p2} + \Delta y_3^{comp} \end{cases} \quad \text{Point } B \quad \begin{cases} x_B = x_{p5} + \Delta x_6^{comp} \\ y_B = y_{p5} + \Delta y_6^{comp} \end{cases}$$

VII- Calcul altimétrique (H) :

1. Principe de calcul :

*Calcul des dénivelées par nivellement géodésique :

-calcul des ΔH_{i+1}^{mes}

•visée directe $\Delta H_i^{mes} = D p_i \cos z_i + h_a - h_r$

•visée inverse $\Delta H_i^{mes} = - (D p_i \cos z_i + h_a - h_r)$

• ΔH_i^{mes} = la moyenne des résultats des deux visées

* Calcul de fermeture : $f = \Delta H_{AB}^{mes} - \Delta H_{AB}^{calculé}$ Ou $\Delta H_{AB}^{mes} = \sum \Delta H_i^{mes}$

* Calcul des compensations C_i des dénivelées : $C_i = -f * |\Delta H_i^{mes}| / \sum |\Delta H_i^{mes}|$

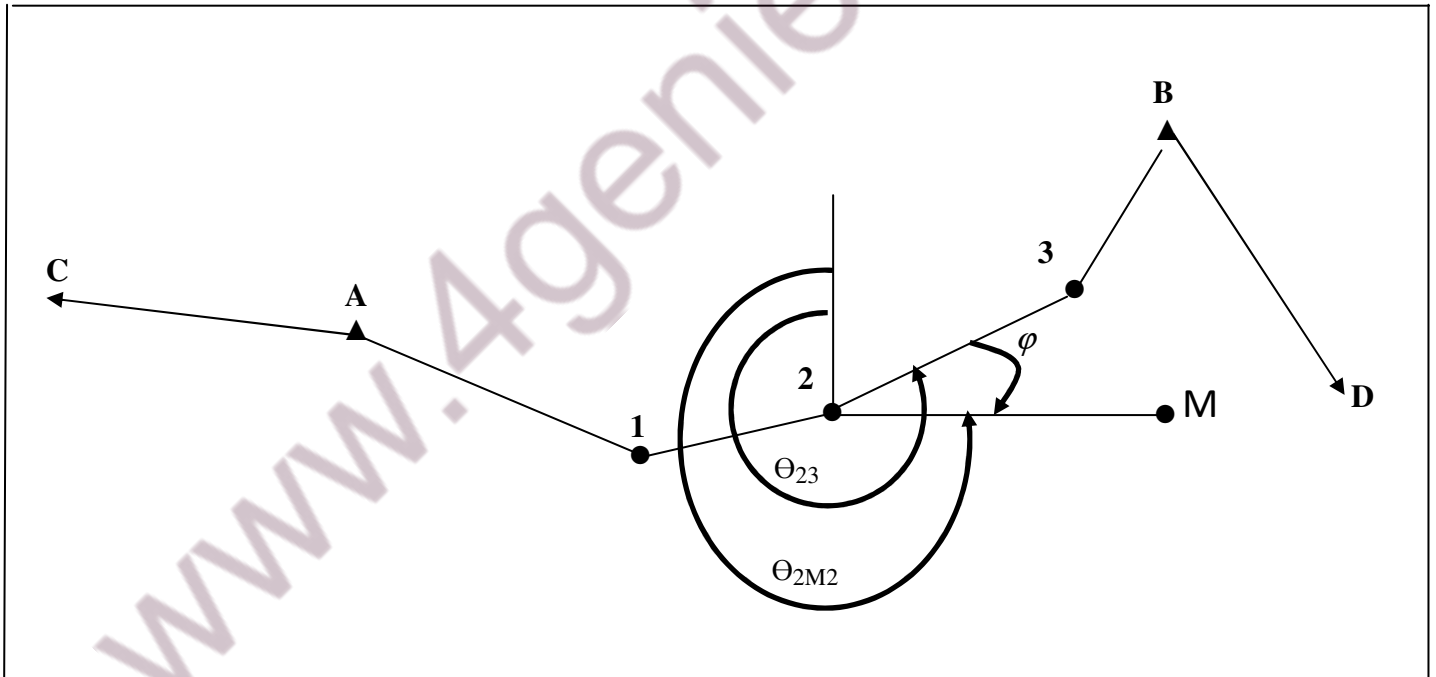
* Calcul des dénivelées compensées : $\Delta H_i^{comp} = \Delta H_i^{mes} + C_i$

* Calcul des altitudes H_i : $H_{i+1} = H_i + \Delta H_{i+1}^{comp}$

2. Détermination des coordonnées et de l'altitude d'un point M de détail :

Pour déterminer les coordonnées et l'altitude d'un point M n'appartenant pas au polygonal (point de détail) il faut se référer à un point existant sur la polygonal qui est déjà déterminé au préalable dans le calcul polygonal.

Pour atteindre l'objectif on suit les tâches suivantes en commençant par la détermination de la distance selon la pente et l'angle φ existant entre la direction du point M et la coté du polygonal contenant le point de référence.



$$X_{M2} = X_2 + D \cos \theta_{2M}$$

$$Y_{M2} = Y_2 + D \sin \theta_{2M}$$

$$\text{Avec : } \theta_{2M} = \theta_{23} - \varphi$$

Figure 15-V

Ainsi on peut déterminer de cette façon les coordonnées et l'altitude des différents points de détail dans n'importe quelle position du canevas

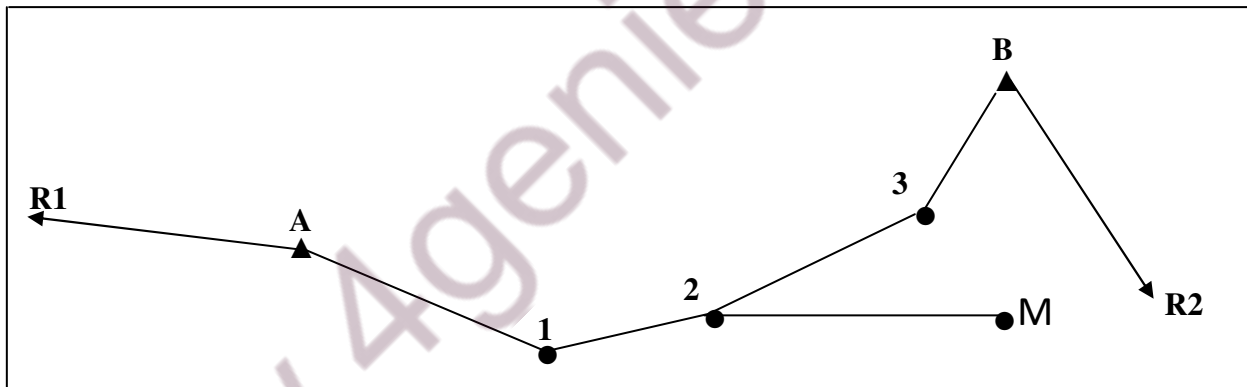
$$H_M = H_2 + D_p \cos z + h_a - h_r$$

VIII-EXERCICE D' APPLICATIONS :

1. Application N° 1-V :

On a réalisé les mesures suivantes avec une station totale dont le cercle horizontal est gradué dans le sens des aiguilles d'une montre :

Station	Points visés	Lectures horizontales en (Gr)	Lectures verticales en (Gr)	Distances selon la pente (m)	Hauteur du réflecteur (m)
A ha=1.365	R1	0.000	*	*	*
	1	202.770	98.524	196.714	1.450
1 ha=1.575	A	0.000	*	*	*
	2	155.585	101.568	106.995	1.565
2 ha=1.630	1	0.000	*	*	*
	3	199.605	100.847	177.544	1.615
	M	256.214	99.075	80.310	1.630
3 ha=1.535	2	0.000	*	*	*
	B	166.165	101.025	101.857	1.540
B ha=1.580	3	0.000	*	*	*
	R2	282.670	*	*	*



1-Calculer les coordonnées(X,Y) des points 1,2 et 3, en faisant la compensation planimétrique selon les longueurs tout en sachant que :

-Dh =Do -L'altération linéaire $\varepsilon = 35\text{Cm/Km}$

-La tolérance de fermeture angulaire $T_{fa} = 2.7 \sigma_a \sqrt{n+1}$ Avec n : le nombre de cotés de la polygonale $\sigma_a = 3\text{mgr}$ (l'écart type sur chaque angle α_i mesuré)

-La tolérance sur le module de la fermeture

planimétrique est e 50 mm

-Les points R1,A,B et R2 ont pour coordonnées dans le système STT :

Points	A	B	R1	R2
X	3257.67	3480.52	3495.40	2924.86
Y	4244.31	3765.69	7234.88	817.60

2-Calculer les altitudes des points 1, 2 et 3 , en faisant la compensation altimétrique selon la valeur des dénivelées tout en sachant que :

-La tolérance de fermeture altimétrique est de 30 mm

-Les points A et B ont pour altitudes $H_A = 5.156$ m et $H_B = 2.996$ m

4. Calculer les coordonnées (X ,Y) et l'altitude du point M

Solution :

1- Détermination des coordonnées des points 1,2 et 3

N° points	β_i^{mes}	β_i^{comp}	Θ^{comp}	Dr (m)	ΔX^{mes}	ΔY^{mes}	CX - (mm)	Cy - (mm)	ΔX^{comp}	ΔY^{comp}	X	Y
R1												
			94.950									
A	197.23	197.227									3257.67	4244.31
			292.177	196.730	- 24.114	-195.247	6	5	-24.120	-195.252		
1	244.415	244.412									3233.55	4049.058
			336.589	107.00	58.167	-89.809	3	3	58.164	-89.812		
2	200.395	200.392									3291.714	3959.246
			336.981	177.59	97.457	-148.460	6	4	97.451	-148.464		
3	233.835	233.832									3389.165	3810.782
			370.813	101.879	91.358	-45.089	3	3	91.355	-45.092		
B	117.33	117.327									3480.52	3765.69
			288.140									
R2												
Contrôle	993.205			583.199	222.868	-478.605	18	15				

2-Détermination des altitudes des points 1,2 et 3

N°cotés	LV	Dp	Dn	ha	hr	ΔH^{mes}	Ci (m)	ΔH^{comp}	Hi (m)
A									5.156
A-1	98.524	196.714	4.560	1.365	1.450	4.475	7	4.468	9.624
1-2	101.568	106.995	-2.635	1.575	1.565	-2.625	4	-2.629	6.995
2-3	100.847	177.544	-2.362	1.63	1.615	-2.347	4	-2.351	4.644
3-B	101.025	101.857	-1.640	1.535	1.540	-1.645	3	-1.648	
B									2.996
Contrôle						-2.142			

$$Dh = Dp \sin z \quad Dn = Dp \cos z \quad \Delta H_{ij}^{mes} = Dn + ha - hr \quad f = (\Delta H^{mes} - \Delta H^{donnée})$$

$$\text{Avec : } \Delta H^{mes} = \sum \Delta H_i^{mes} \text{ et } \Delta H^{donnée} = H_B - H_A \text{ (A : origine et B : extrémité)}$$

$$f = -2.142 - (2.996 - 5.156) = 0.018 = 18 \text{ mm} < Tf = 30 \text{ mm vérifier}$$

Calcul de la compensation Selon la valeur de dénivelées :

$$C_i = -f \quad |\Delta H_{imes}| / \sum |\Delta H_{imes}| \quad C_i = -0.018 \quad |\Delta H_{imes}| / 11.092$$

3-

$$X_M = X_2 + Dr \cos \Theta_{2M} \quad Y_M = Y_2 + Dr \sin \Theta_{2M} \quad \text{Avec : } \Theta_{2M} = \Theta_{23} - \varphi$$

$$X_M = 3291.714 + 80.330 \cos (336.981 - (256.214 - 199.605))$$

$$X_M = 3267.338 \text{ m}$$

$$Y_M = 3959.246 + 80.33 \sin 280.372 \quad Y_M = 3882.70 \text{ m}$$

$$H_M = H_2 + Dp \cos z + ha - hr$$

$$H_M = 6.995 + 80.310 \cos 99.075 \quad H_M = 8.162 \text{ m}$$