

Exercice 1

Dans un lycée, 60% des élèves sont des filles dont 10% sont dépendant au tabac, tandis que 15% des garçons sont dépendant au tabac.

On choisit au hasard un élève du lycée et on note les événements :

F : « l'élève est une fille »

T : « l'élève est dépendant au tabac »

1. Construis un arbre pondéré traduisant la situation.
2. Calcule la probabilité que l'élève soit un garçon dépendant au tabac.
3. Montre que la probabilité que l'élève soit dépendant au tabac est égale à 0,12.
4. Un organisme de lutte contre le tabagisme en milieu scolaire choisit au hasard 5 élèves du lycée pour un contrôle.

On note X la variable aléatoire égale au nombre d'élèves dépendant au tabac.

- a) Démontre que la probabilité pour qu'exactement 3 des 5 élèves choisis soient dépendant au tabac est : 0,01338.
- b) Calcule l'espérance mathématique de X.
5. Soit n , un entier naturel non nul supérieur ou égal à 2.
On note p_n ; la probabilité d'avoir au moins un élève dépendant au tabac.
Détermine p_n en fonction de n .

Exercice 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

On considère la fonction f définie sur $[-1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x}{2} - \sqrt{x+1}$ et (C) sa représentation graphique.

1. Soit g la fonction définie sur $[-1; +\infty[$ par $g(x) = \sqrt{x+1} - 1$.
 - a) Résous dans $[-1; +\infty[$; l'inéquation $\sqrt{x+1} > 1$.
 - b) Dédus – en que $\forall x \in [-1; 0[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]0; +\infty[, g(x) > 0$.
2. Etudie la dérivabilité de f en -1 .
3. a) Calcule la limite de f en $+\infty$.
b) Calcule la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $+\infty$.
4. a) Démontre que $\forall x \in]-1; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{2\sqrt{x+1}}$
b) Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variation.
5. a) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]4; 5[$.
b) Trouve un encadrement de α d'amplitude 0,1.
6. Soit h la restriction de f à l'intervalle $[0; +\infty[$.
 - a) Montre que h est une bijection de $[0; +\infty[$ dans un intervalle à préciser.
 - b) Calcule $h(8)$ puis étudie la dérivabilité de h^{-1} en 1.