

Exercice 1

Soit la fonction numérique f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = -x + \sqrt{x^2 + 1}$. On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.

1. Étudie les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Résous dans \mathbb{R} , l'équation : $f(x) = 2$.
3. En admettant que f est dérivable sur \mathbb{R} , calcule sa dérivée et montre que : $f'(x) = \frac{x - \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1}}$.
4. a) Démontre que : $\forall x \in \mathbb{R}, x - \sqrt{x^2 + 1} < 0$.
b) Déduis – en le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.
5. a) Montre que la droite (D) d'équation $y = -2x$ est asymptote à (C_f) .
b) Détermine une équation de la tangente (T_0) à (C_f) au point d'abscisse 0.
6. Construis les droites (D) , (T_0) et la courbe (C_f) .
7. a) Montre que f réalise une bijection de \mathbb{R} sur un ensemble que l'on précisera.
b) On note f^{-1} , la bijection réciproque de la fonction f . Dresse le tableau de variation de f^{-1} .
c) Calcule $(f^{-1})'(1)$ et $(f^{-1})'(2)$.
8. d) Construis la courbe $(C_{f^{-1}})$ de f^{-1} dans le même repère que (C_f) .

Situation Complexe 1

Une PME (Petite et Moyenne Entreprise) à SARL fabrique de la conserve à huile de tournesol, la conditionne dans une boîte de 80 grammes. Cette PME dispose ces boîtes dans des cartons ne raison de 50 boîtes par carton. Le coût de production journalier et la recette journalière sont définis respectivement par les expressions suivantes :

$C(t) = t^3 - 42t + 800$ et $R(t) = 150t$ où $C(t)$ et $R(t)$ sont exprimés en millions de francs CFA : t le nombre de cartons en millier sur le marché et est compris entre 2 et 12.

- 1) Déterminer les charges fixes de cette PME.
- 2) Détermine le nombre de cartons qui assure à cette PME un bénéfice positif.

Situation Complexe 2

Une entreprise fabrique et vend des téléphones portables. Sa capacité journalière de production est comprise entre 0 et 18 portables. On suppose que toute la production est vendue. Le coût de production en milliers de francs de x portables est donné par :

$C(x) = x^3 - 25x^2 + 280x + 400$. La recette de la vente de x téléphones portables est donné par :

$R(x) = 480x - 20x^2$.

L'entreprise veut réaliser un bénéfice maximal. En tant que stagiaire dans cette entreprise, le Directeur te demande de déterminer le nombre de téléphones portables à produire par jour pour que le bénéfice soit maximal et la valeur de ce bénéfice. En utilisant tes connaissances sur l'étude des fonctions polynômes, propose une solution argumentée aux préoccupations du Directeur.