

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES

NIVEAU : 1re D
DATE : 08/02/2023
DUREE : 2 heures
COEFFICIENT : 2
M. DJAHA 07 09 52 13 05

EXERCICE 1 : 3 points

Ecris le numéro puis réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations suivantes :

- 1) La limite d'une fonction si elle existe est unique.
- 2) Une fonction est continue en un point si la limite de la fonction en ce point est égale à l'image.
- 3) Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = 0$ alors $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{h(x)} = 0$.
- 4) Si $\lim_{x \rightarrow a} P(x) = 1$ et $\lim_{x \rightarrow a} Q(x) = -1$ alors $\lim_{x \rightarrow a} (P - Q)(x) = 2$.
- 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$.
- 6) La limite à gauche en un réel k d'une fonction f est notée $\lim_{x \rightarrow k^-} f(x)$.

EXERCICE 2 : 3 points

Pour chacune des 6 lignes du tableau ci-dessous quatre réponses A, B, C et D sont proposées. Ecris le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Enoncés	Réponses	
1	Pour toute fonction f donnée définie sur son domaine de définition. Lorsque $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 2$	A	$f(1) = 2$
		B	$f(2) = 1$
		C	$f'(1) = 2$
		D	$f'(2) = 1$
2	Lorsque la dérivée $f'(x)$ d'une fonction f est positive sur un intervalle K alors	A	f est positive sur K
		B	f est croissante sur K
		C	f est négative sur K
		D	f est décroissante sur K
3	Soit $f(x) = 2x + 5$. f est dérivable sur $\mathbb{R}$ tel que sa dérivée est f' est telle que	A	$f'(x) = 5$
		B	$f'(x) = 2$
		C	$f'(x) = 10$
		D	$f'(x) = 7$
4	La fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur $]0; +\infty[$ et a pour dérivée	A	$\frac{1}{\sqrt{x}}$
		B	$\frac{2}{\sqrt{x}}$
		C	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
		D	$2\sqrt{x}$
5	L'équation de la tangente à la courbe (C) d'une fonction f au point d'abscisse k a pour expression	A	$(T): y = f'(k)(x - k) + f(k)$
		B	$(T): y = f'(k)(x + k) + f(k)$
		C	$(T): y = f(k)(x - k) + f'(k)$
		D	$(T): y = f(k)(x + k) + f'(k)$
6	La dérivée de la fonction $x \mapsto x^4$ dérivable sur $\mathbb{R}$ est la fonction	A	$x \mapsto 4x^4$
		B	$x \mapsto 4x^3$
		C	$x \mapsto 3x^4$
		D	$x \mapsto x^3$

EXERCICE 3 : 4 points

Soit les fonctions T et Q définies respectivement par $T(x) = \frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$ et $Q(x) = \frac{x^2-3x-10}{x+2}$

- 1- Détermine les domaines de définition des fonctions T et Q .
- 2- Calcule la limite de T en 9.
- 3- Calcule la limite de Q en -2 .

EXERCICE 4 : 5 points

Soit f et h deux fonctions d'expressions $f(x) = \sqrt{x-6}$ et $h(x) = x^2 - 6x + 11$.

- 1- Détermine les ensembles de définition de chacune des fonctions $f, h, f \circ h$ notées D_f, D_h , et $D_{f \circ h}$.
- 2- Démontre que pour tout élément de $D_{f \circ h}$, $f \circ h(x) = \sqrt{(x-1)(x-5)}$.
- 3- Calcule $f \circ h(6)$.
- 4- Montre que f est une bijection de $[6; +\infty[$ vers $\mathbb{R}^+$ puis donne l'expression de sa bijection réciproque notée f^{-1} .

EXERCICE 5 : 5 points

En préparation d'un devoir de niveau, des élèves de la classe de 1^{re} D font des recherches sur la continuité d'une fonction P définie par : $P(x) = \begin{cases} 2x + a & \text{si } x < -1 \\ -9 & \text{si } x = -1 \\ 4bx^2 - 10 & \text{si } x > -1 \end{cases}$ où les nombres a et b sont des paramètres à préciser.

Ils doivent trouver les valeurs possibles de ces paramètres pour que la fonction P soit continue en -1 mais ils ne sont pas parvenus. Pour cela ils te sollicitent.

A l'aide d'un raisonnement rigoureux, détermine les valeurs des paramètres pour que la fonction P soit continue en -1 .