BAC BLANC MONAJOCE
SESSION FEVRIER 2023

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 3 h 30
Série : B

Ce sujet comporte deux (02) pages numérotées ½ et 2/2. Le candidat traitera tous les exercices proposés. Toute calculatrice scientifique est acceptée sauf les calculettes programmables. Aucun document ou support n'est autorisé. Le candidat recevra une feuille de papier millimétré pour les constructions.

EXERCICE 1 : 5 points

Les enquêtes d'une ONG qui fait la promotion de la riziculture a permis de produire le tableau de données ci-après. Le tableau sous-mentionné donne les superficies en hectares X_i de huit (08) cultivateurs de riz et Y_i les masses en tonnes de leurs récoltes, tous situés dans une même zone.

X_i	**1**	**2**	**3**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**
Y_i	**3**	**5**	**8**	**11**	**17**	**20**	**23**	**26**

(On établira un tableau de synthèse pour les calculs)

1- Représente le nuage de points de la série conjointe (X_i, Y_i) dans un repère (O, I, J).
   Echelle : 1 cm pour 1 ha ; 1 cm pour 1 tonne.
2- Détermine les coordonnées du point moyen G puis place-le dans le repère.
3- Calcule V(X) , V(Y) ; Cov (X ;Y) puis interprète cette covariance.
4- Calcule le coefficient de corrélation linéaire r puis interprète le résultat.
5- Détermine une équation de la droite (D) de régression linéaire de Y en X par la méthode des moindres carrés.
6- Fais une estimation de la récolte de riz cultivé en tonnes pour une superficie de 15 ha.

EXERCICE 2 : 4 points

On donne le polynôme K tel que : K(x)= $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$.

1- Vérifie que -1 est un zéro de K.
2- Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2 + x - 6 = 0$.
3- Détermine le polynôme Q tel que K(x) = $(x + 1)$Q(x).
4- Déduis-en les solutions de l'équation K(x) = 0.
5- On pose (H) : $(lnx)^3 + 2(lnx)^2 - 5lnx - 6 = 0$.
   Déduis de tout ce qui précède la résolution et les solutions de (H).

<u>PROBLEME</u> : 11 points

Ce problème comporte quatre parties, A, B, C et D.
Dans tout ce problème, le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1 cm.

PARTIE A : **Etude de la fonction P définie par P$(x) = \ln\ |x|$. On désigne par (C$_P$) sa courbe représentative. P est dérivable sur]0 ; +∞[.**

1- Précise l'ensemble de définition de P notée D$_P$.
2- Etudie la parité de P.
3- Justifie que la droite d'équation $x = 0$ est un axe de symétrie à la courbe (C$_P$).
4- Résous l'équation P$(x) = 0$.
5- Exprime P(x) sans le symbole de la valeur absolue.
6- Pour la suite, on s'intéresse à la restriction de P sur l'intervalle]0 ; +∞[.
   6-a) Calcule les limites de P en 0 à droite et en +∞ puis calcule P(1).
   6-b) Dresse le tableau de variation de P sur]0 ; +∞[. (on inclura 1 et P(1))
   6-c) Etudie le signe de P sur]0 ; +∞[.

PARTIE B : **Etude de la fonction f définie sur]0, +∞[par :** $\begin{cases} f(x) = x\ln x - x \text{ si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$.

On désigne par (Cf) sa courbe représentative. f est dérivable sur]0 ; +∞[.

1- a) Calcule la limite de f puis celle de $\frac{f(x)}{x}$ en +∞.
   b) Interprète graphiquement les résultats.

2- Justifie que f est continue en 0.

3- Etudie la dérivabilité de f en 0 puis interprète graphiquement le résultat.

4- Démontre que pour tout x élément de]0 ; +∞[, $f'(x) =$ P(x).

5- a) Calcule $f(1)$ puis $f(e)$.
   b) Déduis en les variations puis le tableau de variations de f sur]0 ; +∞[.

6- a) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique notée β sur]0 ; +∞[.
   b) Précise la valeur exacte de cette solution β.

PARTIE C : **Etude de la fonction h telle que h est la restriction de f sur [e ; +∞[.**

1- Justifie que h est une bijection de [e ; +∞[sur un intervalle K à préciser.
2- Dresse le tableau de variation de la bijection réciproque h^{-1} de h.
3- Démontre que h^{-1} est dérivable en 0 puis justifie que le nombre dérivé $(h^{-1})'(0)$ est 1.

PARTIE D : **Aspects graphiques de la courbe (Cf)**

1- Détermine une équation de la tangente (T) à la courbe (Cf) au point d'abscisse e.

2-Recopie puis complète le tableau de valeurs suivant :(les résultats seront donnés à 10^{-1} près) :

x	0,5	1	1,5	2	$e \approx 2,7$	3	5	7
$f(x)$								

3- Construis avec précision la tangente (T) et la courbe (Cf) dans le repère (O,I,J).