BAC BLANC MONAJOCE
SESSION FEVRIER 2023

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 4 h 00
Coeff : 4
Série D

Ce sujet comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3. Le candidat traitera tous les exercices proposés. Toute calculatrice scientifique est acceptée sauf les calculettes programmables. Aucun document ou support n'est autorisé. Le candidat recevra une feuille de papier millimétré pour les constructions.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, écris le numéro de l'affirmation suivi de vrai si l'affirmation est vraie et faux si l'affirmation est fausse.

1) a étant un nombre réel strictement positif et n un nombre entier naturel ; on a $\sqrt[n]{\sqrt[3]{a^{6n}}} = \sqrt{a}$.

2) Si X est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p , alors sa variance est V(X) $= np(1-p)$.

3) Soit z un nombre complexe. z est imaginaire pur si et seulement si $\bar{z}$ est imaginaire pur.

4) La droite (T) d'équation $y = x - 1$ est la tangente à la courbe représentative de la fonction ln au point d'abscisse 1.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des questions dans le tableau ci-dessous, quatre réponses sont proposées dont une seule est exacte, écris le numéro de la question suivi de la lettre de la bonne réponse

N°	Questions	Réponses proposées	
1	La dérivée de la fonction : $x \mapsto (lnx)^2$ sur $]0\,;\,+\infty[$ est la fonction	A	$x \mapsto \frac{1}{x}$
		B	$x \mapsto \frac{2}{x}$
		C	$x \mapsto \frac{2lnx}{x}$
		D	$x \mapsto 2lnx$
2	Une primitive de la fonction ; $x \mapsto \frac{2x-1}{x^2-x-2}$ sur $]-1\,;2[$ est la fonction	A	$x \mapsto \frac{1}{x^2-x-2}$
		B	$x \mapsto \ln(x^2-x-2)$
		C	$x \mapsto \ln(-x^2+x+2)$
		D	$x \mapsto \frac{x^2-x-2}{2x-1}$
3	Comme $(1-i)^2 = -2i$ alors $(1-i)^{2026}$ est égal à	A	$2^{2026}i$
		B	$-2^{2026}i$
		C	$-2^{1013}i$
		D	$2^{1013}i$
4	Si X suit une loi binomiale de paramètres 8 et 0,4 alors l'espérance mathématique E(X) est égale à	A	3,20
		B	1,92
		C	0,19
		D	1,28

EXERCICE 3 **(2 points)**

Soit la fonction f dérivable sur IR et définie par $f(x) = \frac{2x^5+x^4+4x^3+2x^2+1}{(x^2+1)^2}$.

1) Justifie que la fonction $x \mapsto -\frac{2x}{(x^2+1)^2}$ est la dérivée de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x^2+1}$.

2) Détermine les nombres réels a et b tels que pour tout $x \epsilon \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b - \frac{2x}{(x^2+1)^2}$.

3) Déduis-en la primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en 1.

EXERCICE 4 **(4 points)**

Une enquête réalisée dans un lycée sur les congés anticipés a donné les résultats suivants ;

- 80 % des élèves sont contre les congés anticipés.
- Parmi les élèves favorables aux congés anticipés, 10 % ont eu la moyenne au premier trimestre
- Parmi les élèves qui sont contre les congés anticipés, 90 % ont eu la moyenne au premier trimestre.

On choisit au hasard un élève de ce lycée et on considère les évènements suivants :

F : $\ll L'élève\ est\ favorable\ aux\ congés\ anticipés. \gg$

M : $\ll L'élève\ a\ eu\ la\ moyenne\ au\ premier\ trimestre \gg$

Partie A :

Dans cette partie, on donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles

1) Construis un arbre pondéré traduisant cette situation.

2) Justifie que la probabilité que l'élève soit contre les congés anticipés et ait eu la moyenne au premier trimestre est égale à $\frac{18}{25}$.

3) Justifie que la probabilité que l'élève ait eu la moyenne au premier trimestre est égale à $\frac{37}{50}$.

Partie B :

Dans cette partie, on donnera les résultats sous forme décimale arrondie d'ordre 3

On choisit au hasard 8 élèves de ce lycée et on considère la variable aléatoire X prenant pour valeurs, le nombre d'élèves ayant la moyenne au premier trimestre. On admet que la population de ce lycée est suffisamment grande pour que le choix de 8 élèves soit assimilable à une succession d'expériences indépendantes.

1) Calcule la probabilité qu'il y ait exactement 5 élèves ayant eu la moyenne au premier trimestre.

2) Calcule l'espérance mathématique de X. Interprète le résultat.

EXERCICE 5 (5 points)

On considère la fonction f dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et définie par $f(x) = \frac{2x-1-xlnx}{x}$.

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O; I ; J) d'unité 1 cm.

1 –a) Calcule la limite de f en 0. Interprète graphiquement le résultat.

b) Calcule $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interprète graphiquement les résultats.

2 – a) Démontre que pour tout $x \epsilon\,]0\,;\, +\infty[$, $f'(x) = \frac{1-x}{x^2}$.

b) Détermine les variations de f et dresse son tableau de variation.

3 a) Démontre que la courbe (C_f) coupe l'axe des abscisses en deux points A et B d'abscisses respectives $\alpha\ et\ \beta$ tels que $\alpha < \beta$.

b) Justifie que $6{,}3 < \beta < 6{,}4$.

c) justifie que $f\left(\frac{1}{2}\right) = ln2$.

4) Trace (C_f) dans le repère. On prendra $\alpha = 0{,}3\ et\ \beta = 6{,}35$.

5) Soit g la restriction de f à $]0\,;1[$.

a) Démontre que g est une bijection de $]0\,;\ 1[$ sur un intervalle K à préciser.

b) Soit g^{-1} la bijection réciproque de g ; dresse le tableau de variation de g et celui $de\ g^{-1}$.

c) Justifie que g^{-1} est dérivable en ln2 puis calcule $(g^{-1})'(ln2)$.

EXERCICE 6 (5 points)

Le président de la promotion de terminale de ton collège organise un jeu lors de la kermesse.

Le jeu consiste à répondre à un questionnaire composé de trois questions.

Pour chacune des questions, cinq réponses possibles sont proposées. Le jeu est terminé lorsque le joueur a répondu aux trois questions.

On suppose que les trois questions posées sont indépendantes.

On admet que le joueur a 20 % de chance de donner la bonne réponse à une question posée.

Le joueur reçoit un cadeau lorsqu'il a trouvé à la fin du jeu au moins deux réponses exactes.

Un élève affirme qu'un joueur a plus de 11 % de chance de gagner un cadeau.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, dis si l'affirmation de cet élève est justifiée ou non.