COLLEGE VICTOR HUGO DE BOUAKE
BAC BLANC – SESSION 2022
Année Scolaire : 2021-2022
Durée : 4H
Classe : Tle D

MATHEMATIQUES

EXERCICE N°1

Dans cet exercice aucune justification n'est demandée. Écris sur ta copie le numéro de l'affirmation suivi de Vrai lorsque l'affirmation est vraie ou de Faux lorsque l'affirmation est fausse.

Exemple : 5- Vrai.

N°	Affirmations
1	Si f est continue et strictement décroissante sur $]a;b]$, alors $f(\,]a;b]) = [f(b);f(a)[$
2	Tout nombre complexe non nul admet deux racines carrées opposées.
3	Soient f une fonction dérivable sur un intervalle K, a et b deux éléments de K tels que $a < b$. S'il existe deux nombres réels m et M tels que pour tout x élément de $[a;b]$, $m \leq f'(x) \leq M$, alors : $m(b+a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b+a)$
4	Deux évènements indépendants de probabilités non nulles peuvent être incompatibles.
5	Pour tous nombres réels a et b strictement positifs, on a : $\ln(a \times b) = lna + lnb$

EXERCICE N°2

Dans cet exercice aucune justification n'est demandée. Pour chaque ligne du tableau ci-dessous trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule est juste pour chaque énoncé. Écris sur ta copie le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse juste.

Exemple : 5-C

Enoncé	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. L'ensemble des solutions dans IR de l'inéquation $(I) : \ln(-2x+1) \geq \ln(x+4)$ est	$S_{IR} =]-4;-1]$	$S_{IR} = \left]-4;\frac{1}{2}\right[$	$S_{IR} = \left[-1;\frac{1}{2}\right[$
2. Soit X une variable aléatoire prenant les valeurs 2; 3 et a (où a est un nombre réel). On donne : $p(2) = \frac{1}{2}$; $p(3) = \frac{1}{3}$ et $p(a) = \frac{1}{6}$ et E(X)= 0. On a alors :	$a = -6$	$a = -12$	$a = 6$
3. Si pour tout nombre réel non nul x, $3 - \frac{1}{x} < f(x) < 3 + \frac{1}{x}$, alors la limite de f en $+\infty$ est	$+\infty$	3	$-\infty$
4. La forme exponentielle du nombre complexe $z = -3 - i\sqrt{3}$ est	$z = 2\sqrt{3}\,e^{-i\frac{2\pi}{3}}$	$z = 3\sqrt{2}\,e^{-i\frac{2\pi}{3}}$	$z = 2\sqrt{3}\,e^{i-\frac{2\pi}{3}}$
5. Dans une situation d'équiprobabilité, tous les événements élémentaires ont :	Des probabilités différentes.	Des probabilités égales à 1	La même probabilité.

EXERCICE N°3

Soit la fonction f définie sur $IR \setminus \{-1\}$ par $f(x) = \frac{-3x^2-3x+1}{(x+1)^3}$

1. Vérifie que pour tout $x \neq -1$, $f(x) = \frac{-3}{x+1} + \frac{3}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^3}$
2. a) Détermine les primitives sur $]-\infty; -1[$ de f.
   b) Déduis-en la primitive F de f sur $]-\infty; -1[$ qui prend la valeur 3 en -2.

EXERCICE N°4

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). Unité graphique : $2\ cm$

1) Calcule sous forme algébrique le nombre complexe $(1+2i)^2$.
2) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 3z + 3 - i = 0$
3) Soit le polynôme P défini par : $P(z) = z^3 - (3+2i)z^2 + (3+5i)z - 2 - 6i, z \in \mathbb{C}$
   a) Démontre que $P(z)$ admet un unique zéro imaginaire pur z_0 qu'on déterminera
   b) Détermine les nombres complexes a et b tels que $P(z) = (z-2i)(z^2+az+b)$
   c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$
4) On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $2i$; $2+i$ et $1-i$
   a) Place les points $A; B$ et C
   b) Calcule sous forme algébrique $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ puis déduis-en la nature du triangle ABC.
   c) Détermine l'affixe du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.
5) Démontre que les points $A; B; C$ et D sont situés sur un même cercle (C) dont on précisera le centre et le rayon.

EXERCICE N°5

Cet exercice comprend deux parties A et B.

A. Soit la fonction numérique g dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et définie par : $g(x) = x^2 + 1 - lnx$.

1. Calcule les limites de g en 0 à droite et en $+\infty$.
2. Démontre que : $\forall\ x \in\ ]0;+\infty[, g'(x) = \frac{2x^2-1}{x}$
3. a) Etudie le signe de $g'(x)$puis en déduis les variations de g.
   b) Dresse le tableau de variation g.
4. Démontre que : $\forall\ x \in\ ]0;+\infty[, g(x) > 0$

B. Soit f la fonction numérique définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = x - 1 + \frac{lnx}{x}$. On note (C) la représentation graphique de de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I ; J) d'unité graphique 2 cm.

1. Calcule la limite de f en $+\infty$.
2. a) Calcule la limite de f à droite en 0.
   b) Interprète graphiquement le résultat précédent.
3. a) Démontre que : $\forall\ x \in\ ]0;+\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$
   b) Etudie les variations de f, puis dresse son tableau de variation.
4. a) Démontre que la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ est un asymptote oblique à (C) en $+\infty$.
   b) Etudie la position relative de (C) par rapport à (Δ).
5. Construis (C) et (Δ).

EXERCICE N°6

Chaque année une association des jeunes de Bouaké dénommée « ivoire-jeunes » organise une activité de sensibilisation sur les méfaits de la consommation de la drogue en milieu scolaire. A cet effet, un test a été mis en place pour détecter les jeunes qui consomment la drogue pour un suivi spécial. Les expériences des années précédentes sur une population du collège Victor Hugo de Bouaké composée de 8% d'élèves qui consomment la drogue, ont montré que lorsqu'un élève consomme la drogue, le test est positif dans 80% des cas. Et le test est négatif dans 95% des cas lorsque l'élève ne consomme pas la drogue.

Le Directeur des études du collège Victor Hugo souhaite savoir le nombre minimal d'élèves à contrôler pour que la probabilité d'avoir au moins un test positif soit supérieure à 0,99.

Ne sachant pas comment s'y prendre, il te sollicite pour trouver ce nombre.

En utilisant tes connaissances mathématiques de la Terminale D, réponds à la préoccupation du Directeur des études en déterminant ce nombre.

BON COURAGE