COLLEGE JEUNES FILLES DE SINGA DE YOPOUGON
DEVOIR DE NIVEAU
Année Scolaire : 2021-2022
Durée : 2H30
Classe : Tle D

MATHEMATIQUES

LECONS :

- DERIVABILITE ET ÉTUDE DE FONCTIONS ;
- PROBABILITE CONDITIONNELLE ET VARIABLES ALEATOIRES,
- PRIMITIVES

EXERCICE 1

Ecris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque affirmation suivie de **Vrai** si l'affirmation est vraie ou de **Faux** si l'affirmation est fausse.

	Enoncé
1	Soit E(X) l'espérance mathématique d'une variable aléatoire X désignant le gain algébrique (différence entre la somme perçue et la mise). E(X) est le gain moyen d'un joueur. Lorsque $E(X) > 0$, le jeu est avantageux pour le joueur
2	Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert K et x_0 un nombre réel de K. f est variable en x_0 si et seulement si f est dérivable à gauche et à droite en x_0 et f'd(x_0) ≠f'g(x_0)
3	Soit un schéma de Bernoulli à n épreuves et p la probabilité du succès (celle de l'échec est 1-p). La probabilité d'obtenir exactement k succès au cours des n épreuves est : $C_n^k p^k (p-1)^{n-k}$ où $0 \leq k \leq n$.
4	Soit $f^{(n-1)}$ est dérivable sur K, alors sa fonction dérivée est la dérivée nième de f ou la dérivée d'ordre n de f.

EXERCICE 2

Pour chacun des énoncés à trou du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste.

Ecris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé à trou suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Enoncé à trou	Réponses	
1	Soit $h(x) = g°f(x)$ avec $f(x) = 4 + \frac{2}{x^2+1}$ et $g(x) = \sqrt{x \ldots \ldots}$	A	$\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = 2$
		B	$\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = 0$
		C	$\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = 4$
		D	$\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = +\infty$

2	Soit a un nombre réel positif. $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[4]{a} \ldots \ldots .$	A	$a^{\frac{7}{12}}$
		B	$a^{\frac{12}{7}}$
		C	a^{7}
		D	a^{12}
3	Si A et B sont deux évènements indépendants tel que $P(A) = 0{,}25$ et $P(B) = 0{,}8$ *alors* ...	A	$P(A \cup B) = 0{,}55$
		B	$P(A \cup B) = 0{,}3125$
		C	$P(A \cup B) = 0{,}2$
		D	$P(A \cup B) = 0{,}85$
4	f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \sin(sinx)$ Sa fonction dérivée est ...	A	$\forall\, x \in \mathbb{R}, f' = cosx \times \sin(cosx)$
		B	$\forall\, x \in \mathbb{R},\ f'(x) = cosx \times \cos(sinx)$
		C	$\forall\, x \in \mathbb{R}, f'(x) = sinx \times \cos(sinx)$
		D	$\forall\, x \in \mathbb{R}, f'(x) = sinx \times \sin(sinx)$

EXERCICE 3

Dans une station-service ou l'on peut acheter de l'essence ou du gasoil, le nombre de clients se présentant au bout de cinq minutes est une variable aléatoire X dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,1	0,5	0,4

1- Définis et représente graphiquement la fonction de répartition F de X.
Echelle : Abscisse : 1cm ↔ 1
Ordonnée : 1cm ↔ 0,1

2- a) Calcule l'espérance mathématique de X
b) Justifie que la variance de X est $V(X) = 0{,}41$ puis en déduire l'écart-type de X, $\sigma(X)$

EXERCICE 4

PARTIE A

On considère la fonction polynôme g définie par : $g(x) = 2x^3 + 3x^2 + 1$

1- Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.

2- a) Justifier que $\forall\, x \in \mathbb{R}, g'(x) = 6x(x+1)$
b) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.

3- a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]-\infty; -1[$

b) Justifier que $-2 < \alpha < -1$ puis donner un encadrement de α d'amplitude 0,1.

c) Déduire de ce qui précède que : $\begin{cases} \forall\, x \in\,]-\infty; \alpha[, g(x) < 0 \\ \forall\, x \in\,]\alpha; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$

PARTIE B

Soit la f définie et dérivable sur $]-\infty\,; 1[$ par : $f(x) = \frac{-x-1}{x^3-1}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1- Calculer les limites de f en $-\infty$ et puis interpréter graphiquement le résultat.
2- Démontrer que la droite d'équation $x = 1$ est une asymptote verticale à (C_f).

3- a) Démontrer que $\forall\ x\ \in]-\infty; 1[, f'(x) = \frac{g(x)}{(x^3-1)^2}$
b) Déduire de la question 3) c) de la PARTIE A le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.
c) En déduire les variations de f puis dresser son tableau de variation.

4- Construire (C_f). Prendre $f(\alpha) = -0{,}11\ et\ \alpha = -1{,}67$

EXERCICE 5

Au cours d'un conseil des ministres, le ministre de la santé fait cette déclaration : « Dans notre pays, chaque année, 55 000 personnes sont victimes d'un accident cardiovasculaire. Sept fois sur dix, ces accidents surviennent devant un témoin. En 2019, environ 36% de la population de ce pays a appris à accomplir les gestes qui sauvent. Les enquêtes ont révélé que la probabilité qu'un accident cardiovasculaire se produise devant un témoin formé aux gestes qui sauvent est de 0,25. Sinon Lorsque l'accident cardiovasculaire s'est produit devant un témoin formé aux gestes qui sauvent, la probabilité que le malade survive est 0,1. Sinon, la probabilité que le malade survive est de 0,007.

Pour sauver des vies, en 2025, tous les lieux publics (stades, centres commerciaux…) seront équipés en défibrillateurs. Par ailleurs, un sondage montre qu'environ 71% de la population souhaite se former à accomplir les gestes qui sauvent. »

On admet que si ce taux de formation était atteint :

- La probabilité que l'accident cardiaque survienne devant un témoin formé aux gestes qui sauvent serait de 0,5.
- La probabilité de survie en cas d'intervention d'un témoin formé aux gestes qui sauvent serait de 0,25 et sinon, elle serait de 0,046.

Le ministre de la santé veut déterminer le nombre de vies supplémentaires, à l'unité près, qui pourraient être sauvées si ces conditions étaient satisfaites.

A la recherche de personnes ressources pour l'aider, il s'adresse à toi.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation du ministre de la santé.