

LYCEE LE ROI DES ROIS KOUMASSI  
DEVOIR DE CLASSE  
Année Scolaire : 2020-2021  
Durée : 2H  
Classe : Tle D

MATHEMATIQUES

LECONS :

- LIMITES ET CONTINUITE,
- DERIVABILITE ET ÉTUDE DE FONCTIONS

EXERCICE 1

Ecris le numéro de chaque affirmation suivie de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si l'affirmation est fausse.

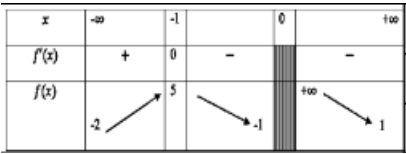
Exemple : 5 -VRAI

| N° | Affirmations                                                                                                                                                        |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | La limite d'une fonction rationnelle à l'infini du monôme de plus haut degré du polynôme situé au numérateur.                                                       |
| 2  | L'image d'un intervalle fermé par une fonction polynôme est un intervalle fermé ou un singleton.                                                                    |
| 3  | Si f est une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I alors pour tout élément b de f(K), l'équation $f(x)=b$ admet une solution unique dans I. |
| 4  | Soit f une fonction non définie en a ( $a \notin D_f$ ), f est prolongeable par continuité en a lorsque f admet en a une limite infinie.                            |

EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations ci-dessous, trois réponses sont données dont un seul est juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

Exemple : 5 – A

| NO | Affirmations                                                                                                                                     | Réponses |                                                         |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|---------------------------------------------------------|
| 1  | Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ;<br>On dit que f admet une branche parabolique de direction celle de (OI) en $+\infty$ lorsque | A        | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ |
|    |                                                                                                                                                  | B        | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$       |
|    |                                                                                                                                                  | C        | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ |
| 2  |                                                               | A        | $f(x)=0$ n'admet pas de solution dans $]-\infty; 1[$    |
|    |                                                                                                                                                  | B        | $f(x)=0$ n'admet pas de solution dans $]-1; 0[$         |
|    |                                                                                                                                                  | C        | $f(x)=0$ n'admet pas de solution dans $]0; +\infty[$    |
| 3  | L'image de l'intervalle $]-1; 0[$ par la fonction f dont le tableau de variation est ci-dessus est :                                             | A        | $]-1; 5[$                                               |
|    |                                                                                                                                                  | B        | $]5; -1[$                                               |
|    |                                                                                                                                                  | C        | $] -1; 0[$                                              |
| 4  | $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2\cos x - 1}{3x - \pi} =$                                                                              | A        | $\frac{\sqrt{3}}{3}$                                    |
|    |                                                                                                                                                  | B        | $-\frac{\sqrt{3}}{3}$                                   |
|    |                                                                                                                                                  | C        | $\frac{\sqrt{3}}{2}$                                    |

### EXERCICE 3

Soit  $f$  la fonction définie pour  $x \neq -2$  par  $f(x) = x + 2 + \frac{x-1}{(x+2)^2}$  et  $(C)$  sa courbe représentative.

- 1- Etudier la limite  $f$  quand  $x$  tend vers  $-2$  puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.
- 2- Montrer que la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = x + 2$  est asymptote à  $(C)$ .
- 3- Etudier la position de  $(C)$  par rapport à  $(\Delta)$ .

### EXERCICE 4

- 1- Calcule les limites suivantes :

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-3x + \sqrt{4x^2 + 1})$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})$

- 2- Soit la fonction définie par :

$$\begin{cases} \forall x \in ]-\infty; 2[, f(x) = \frac{3x^2 - 5x - 2}{x - 2} \\ \forall x \in ]2; +\infty[, f(x) = 6x - 5 \end{cases}$$

- a)  $f$  est-elle continue en 2 ? Justifier.
- b) Justifier que  $f$  admet un prolongement par continuité en 2 et préciser ce prolongement.

### EXERCICE 5

$f$  est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$ .

- 1- Calculer les limites de  $f$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .
- 2- a) Déterminer la dérivée  $f'$  de  $f$  et en déduire les variations de  $f$ .  
b) Dresser le tableau de variation de  $f$ .
- 3- a) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  sur l'intervalle  $]1; +\infty[$ .  
b) Justifier que  $1,6 < \alpha < 1,7$ .  
c) Donner un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude 0,01.

4- Justifier que  $\begin{cases} \forall x \in ]-\infty; \alpha[, f(x) < 0. \\ \forall x \in ]\alpha; +\infty[, f(x) > 0. \end{cases}$

5- a) Soit  $h$  la restriction de  $f$  à l'intervalle  $]1; +\infty[$  ; montrer que  $h$  est une bijection de  $]1; +\infty[$  vers un intervalle  $K$  à déterminer.

- c) Déterminer le sens de variation de  $h^{-1}$ , la bijection réciproque de  $h$  puis dresser son tableau de variation.

### EXERCICE 6

Des élèves de la classe de Terminale D du lycée le Roi des Rois étudient le refroidissement d'un objet porté à  $210^\circ\text{C}$ .

On note  $f(t)$  la température de l'objet à l'instant  $t$ .  $t$  est exprimé en minutes et  $f(t)$  en degré Celsius( $^\circ\text{C}$ ).

L'étude du phénomène conduit à la fonction définie pour tout  $x \neq 0$  par  $f(t) = \frac{200}{t} + 10$ .

Les élèves effectuent un contrôle de la température de l'objet après chaque minute (le premier contrôle ayant lieu à l'instant  $t = 1$ ). Ils cherchent à déterminer le nombre de minutes qu'il faudra pour que la température de l'objet passe en dessous de  $15^{\circ}\text{C}$  lorsque celui-ci refroidi.

- 1- Détermine  $t$  pour que la température descende en dessous de  $15^{\circ}\text{C}$ .
- 2- Calcule la limite de  $f$  en  $+\infty$  puis interprète graphiquement le résultat.

