DEVOIR DE NIVEAU N°1 **NIVEAU : TERMINALE D**

1e TRIMESTRE 2022-2023 **Durée : 3h00**

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 … 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (02 points)

Écris le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI (V) si l'affirmation est vraie ou FAUX (F) si l'affirmation est fausse. **Exemple : 5-V.**

N°	Affirmations
1	*Si f est une fonction telle que* $\forall x \neq -1$, $2 - \frac{x^2-1}{x^2+1} \leq f(x) \leq 3 - \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ *alors* $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 2$
2	On donne ci-dessous le tableau de variation d'une fonction f continue sur $\mathbb{R}$. x : $-\infty$; 2 ; 7 ; $+\infty$ $f(x)$: $-\infty$ ↗ 5 ↘ 2 ↗ $+\infty$ L'équation $f(x) = 1$ admet exactement deux solutions sur $\mathbb{R}$.
3	Soient f une fonction numérique et (C) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère (O, I, J). Si $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$, alors la courbe (C) admet une branche parabolique de direction (OI) en $-\infty$.
4	A est un événement de Ω et $\overline{A}$ l'événement contraire de A on a : $P(\overline{A}) = P(A) + 1$

EXERCICE 2 (02 points)

Pour chacune des affirmations suivantes trois réponses sont données dont une seule est juste. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 5-A.**

N°	Affirmations	Réponses A	Réponse B	Réponse C
1	$\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{\frac{2x+3}{x}}$ est	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$+\infty$
2	$\lim\limits_{x\to-1} \cos\left(\frac{\pi x^2 - \pi}{x+1}\right)$ est égale à :	0	1	-1
3	On considère l'arbre pondéré ci-dessous : 0,2 – A – 0,6 – B ; $\overline{B}$ $\overline{A}$ – 0,3 – B ; $\overline{B}$ La probabilité de l'évènement B/A est	P(B/A)= 0,3	P(B/A)= 0,6	P(B/A)= 0,2
4	*Pour tout nombre réel strictement positif a et pour tous nombres entiers naturels n* $\sqrt[n]{\sqrt[3]{a^{6n}}}$ *est égal à*	$\sqrt{a}$	$\sqrt[3]{a^n}$	a^2

EXERCICE 3 (03 points)

On considère la fonction g définie par : $g(x) = \dfrac{\sqrt{-x^2 - 2x + 35} - 2\sqrt{5}}{x - 3}$.

1. Détermine l'ensemble de définition $\mathcal{D}_g$ de la fonction g.
2. La fonction g est – elle prolongeable par continuité en 3 ? Si oui, précise ce prolongement noté h.

EXERCICE 4 (04 points)

Soit la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = x^3 - 12x + 10$.

1. a) Étudier le sens de variation de f.

b) Dresser le tableau de variation de f.

2. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet 3 solutions $\alpha, \beta \; et \; \gamma \; sur \; \mathbb{R}$ tels que : $\alpha < \beta < \gamma$

a) Vérifier que $\beta \in]0\,;\,1[$.

b) Encadre β par deux nombres décimaux consécutifs à 10^{-2} près.

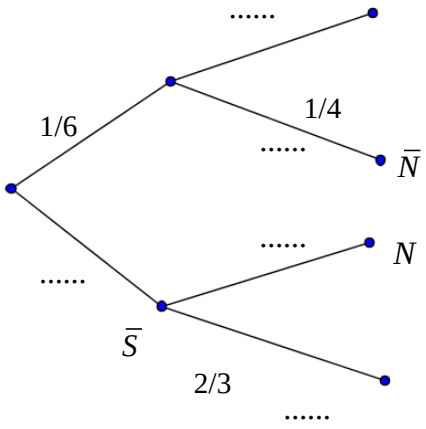
3. Soit g la restriction de f sur l'intervalle $]2\,;+\infty[$.

a) Montrer que g est une bijection de $]2\,;+\infty[$ vers un intervalle J à préciser.

b) On note g^{-1} sa bijection réciproque, dresser le tableau de variation de g^{-1}.

EXERCICE 5 (04 points)

On dispose de deux urnesU_1et U_2. L'urne U_1 contient 3 boules noires et 1 blanche. L'urne U_2 contient 1 boule noire et 2 blanches. On jette un dé cubique parfaitement équilibré. Si le dé donne 6, on tire au hasard une boule dans l'urne U_1 et sinon on tire au hasard une boule dans l'urne U_2. On désigne par :



- S l'événement « on obtient 6 avec le dé »
- N l'événement « on tire une boule noire »

1. Compléter l'arbre pondéré de cette expérience aléatoire
2. Préciser chacune des probabilités suivantes
   a) La probabilité P(S) de l'événement S
   b) La probabilité $P_S(N)$ de N sachant que S est réalisé
   c) La probabilité $P_{\bar{S}}(N)$ de N sachant que S n'est pas réalisé
3. Calculer la probabilité P(S ∩N)
4. Calculer la probabilité P(N) de l'événement N
5. Démontrer que N et S ne sont pas indépendants

EXERCICE 6 (05 points)

Pendant la révision pour le devoir de niveau de mathématiques, deux élèves PODA et GNEPRE de la terminale D du **Collège Moderne Eurêka Sikensi** retrouvent au tableau cette expression

$$A = \left(\frac{\sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}}{\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}} \right)^n .$$

PODA affirme que $A = \frac{b^2}{\sqrt[m]{a}}$ tandis que GNEPRE pense que $A = \frac{a^3}{\sqrt[m]{b}}$. Etant élèves de la même que ces deux élèves, ils te posent le problème qui les oppose. A l'aide de tes connaissances mathématiques, trouve l'élève qui a la réponse correcte.