

ECUE 2 : Séries statistiques à deux variables

Exercice 1 On considère la statistique double définie par le tableau de contingence suivant :

$X \setminus Y$	y_1	y_2	y_3
x_1	128	81	17
x_2	64	22	88

- Déterminer N (l'effectif total), n_{12} , n_{22} , $n_{2\bullet}$, f_{23} , $f_{1\bullet}$, f_{y_2/x_1} , f_{x_2/y_2} .
- Donner la distribution conditionnelle de X sachant que $Y = y_2$.

Exercice 2 Considérons la distribution statistique du couple (X, Y) définie par le tableau suivant :

$X \setminus Y$	1	2	3	4
-1	10	42	80	17
0	21	7	12	4
1	32	8	6	11

Dresser le tableau correspondant des fréquences des fréquences f_{ij} et des fréquences marginales $f_{i\cdot}$ et $f_{\cdot j}$.

Exercice 3 Compléter les tableaux suivants, sachant que dans chaque cas, X et Y sont indépendants.

1)	$X \setminus Y$	0	20	30	50	Distribution marginale de X
	1					0,45
	2					0,55
	Distribution marginale de Y	0,1	0,3	0,4	0,2	1

2)	$X \setminus Y$	100	200	300
	10	8	12	2
	20		24	
	30			5

Exercice 4 On considère la distribution statistique donné par le tableau de contingence suivant :

$X \setminus Y$	3	5	7
7	1	3	1
1	2	2	2

1. Calculer la moyenne de X et la moyenne de Y .
2. Calculer l'écart-type de X et l'écart-type de Y .
3. Calculer $\text{Cov}(X, Y)$
4. Les variables X et Y sont-elles indépendantes ?
5. Représenter graphiquement cette série statistique.

Exercice 5 A l'oral du Baccalauréat série A, chaque candidat est interrogé en première langue où il obtient la note X et en seconde langue où il obtient la note Y (notes sur 20). Les résultats obtenus par 100 candidats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

$X \setminus Y$	$[0; 4[$	$[4; 8[$	$[8; 12[$	$[12; 16[$	$[16; 20[$
$[0; 4[$	2	5	2		
$[4; 8[$	1	12	10	3	
$[8; 12[$		3	28	12	1
$[12; 16[$		1	5	10	2
$[16; 20[$				1	2

1. Déterminer, dans deux tableaux différents, les distributions marginales en X et en Y .
2. Déterminer la distribution conditionnelle de X sachant $Y \in [4; 8[$.
3. Calculer la fréquence conditionnelle dans chacun des cas suivants :
 - a) $X \in [8; 12[$ sachant $Y \in [0; 4[$;
 - b) $Y \in [12; 16[$ sachant $X \in [4; 8[$.

NB : Les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

Exercice 6

Le nuage de points d'une série statistique double (X, Y) a été ajusté par ses deux droites de regression. Ces deux droites ont pour equation dans le même repère :

$$y = -3x + 7 \quad \text{et} \quad y = -\frac{10}{3}x + \frac{23}{3}.$$

1. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.
2. Calculer le coefficient de corrélation linéaire et interpreter le résultat obtenu.
3. Sachant que la somme de la variance de X et la variance de Y est égale à 22, calculer :
 - a) la variance de X ,
 - b) la variance de Y ,
 - c) la covariance de X et Y .

Exercice 7 Soit la répartition par taille et par poids de 40 animaux d'une race donnée.

X taille en cm \ Y : Poids en kg	[3, 9[[9, 13[[13, 19[
De 60 à 100	15	1	0
De 100 à 120	2	10	1
De 120 à 140	1	2	1
De 140 à 180	0	0	17

1. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y . Que peut-on en déduire ?
2. Déterminer l'équation de la droite de régression de Y en X et celle de X en Y .

Exercice 8

Dans cet exercice, les résultats seront éventuellement arrondis au dixième près.

On considère la distribution donnée par le tableau à double entrée suivant :

$X \setminus Y$	7	9	16
3	2	3	7
4	12	18	42
5	6	9	21
8	4	6	14

1. Représenter graphiquement cette série statistique
2. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de (X, Y) .