BACCALAURÉAT BLANC RÉGIONAL **Coefficient : 4**

SESSION : FEVRIER 2022 **Durée : 4 h**

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Toute calculatrice scientifique est autorisée.
Le candidat utilisera deux feuilles de papier millimétré.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, relève le numéro suivi de V si elle est vraie ou F si elle est fausse. (Aucune justification n'est demandée.)

N°	**AFFIRMATIONS**
1	Soient f et g deux fonctions telles que $\lim_{x \to 5} g(x) = 0$ et $\lim_{x \to 1} f(x) = 5$. On a : $\lim_{x \to 1} gof(x) = 0$.
2	Pour tout nombre complexe z, son conjugué $\bar{z}$ est un nombre réel.
3	Soit g une fonction numérique dérivable sur un intervalle K. a et b sont deux éléments de K tels que $a < b$. S'il existe un nombre réel M tels que pour tout x élément de $[a;b]$, $\lvert g'(x) \rvert \leq M$, alors $\lvert g(b) - g(a) \rvert \leq M \lvert b - a \rvert$.
4	$\log(10^3) = 10$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule est juste.
Ecris sur ta feuille de copie le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

		REPONSES		
N°	**Enoncés**	A	B	C
1	Si f une fonction telle que : $\forall x \in]2;+\infty[$, $\lvert f(x) - 1 \rvert \leq \frac{1}{\sqrt{x-2}}$, alors	$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$	$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$	$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -1$
2	Le conjugué du nombre	$-1 + \frac{5}{2}i$	$1 - 5i$	$1 - \frac{5}{2}i$

	complexe $\frac{2+5i}{2}$ est égal à			
3	Pour tout nombre réel positif a et pour tous nombres entiers naturels m et n, on a : $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$ est égale à :	$\sqrt[m\times n]{a}$	$\sqrt[m+n]{a}$	$\sqrt[m-n]{a}$
4	La fonction logarithme décimale est la fonction qui à tout x de $]0;+\infty[$ associe :	$\ln x$	$10\ln x$	$\frac{\ln x}{\ln 10}$

EXERCICE 3 **(3 points)**

Soit f la fonction définie sur $]\,3;\ +\infty\,[$ par : $f(x)=\frac{x^2+x+1}{2x-2}$.

1) a) Démontre que f est strictement croissante sur $]\,3\,;\ +\infty\,[$.
   b) Déduis-en que f est une bijection de $]\,3;\ +\infty\,[$ sur un intervalle K que l'on précisera.
2) Dresse le tableau de variation de la bijection réciproque f^{-1} de f.
3) a) Justifie que $f(4)=\frac{7}{2}$.
   b) Justifie que f^{-1} est dérivable en $\frac{7}{2}$ puis calcule $(f^{-1})'(\frac{7}{2})$.

EXERCICE 4 **(3 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). Unité graphique : 3 cm.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives: $z_A=2$, $z_B=1+i\sqrt{3}$ et

$z_C=-\sqrt{2}(1-i)$

1. a) Ecris z_A, z_B et z_C sous la forme exponentielle.
   b) Déduis-en que les points A, B et C appartiennent à un même cercle de centre O dont on précisera le rayon.
   c) Place avec précision les points A, B et C dans le repère (O,I,J).
2. On pose : $Z=\frac{z_C}{z_B}$
   a) Ecris Z sous la forme algébrique.
   b) Ecris Z sous la forme trigonométrique.
   c) Déduis des questions 2. a) et 2. b) les valeurs exactes de : $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$.

<u>EXERCICE 5</u> (5 points)

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \left(2 - \frac{2}{x}\right)$ $(\ln x - 1)$.
(C) désigne sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormée $(O; I; J)$.

1) Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = 2\ln x + 2x - 4$.
   a) Justifie que g est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.
   b) On admet que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$.
   Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]1;2[$.
   c) Déduis-en que $\begin{cases} \forall\, x \in\,]0;\ \alpha[,\, g(x) < 0 \\ \forall\, x \in\,]\alpha; +\infty[,\, g(x) > 0. \end{cases}$

2) a) Justifie que $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$ puis donne une interprétation graphique du résultat.
   b) On admet que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.
   Justifie que (C) admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction (OI).
   c) On admet que f est dérivable sur $]0;+\infty[$.
   Démontre que : $\forall\, x \in\,]0;+\infty[,\, f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
   d) Etudie les variations de f sur $]0;+\infty[$ puis dresse son tableau de variation.

3) a) Détermine les coordonnées des points d'intersection de la courbe (C) avec l'axe des abscisses (OI).
   b) Justifie que (C) est au dessus de l'axe des abscisses sur $]0;1[$ et sur $]e;+\infty[$ puis que (C) est au dessous de l'axe des abscisses sur $]1;e[$.
   c) Construis (C). On prendra $\alpha = 1{,}75$ et $f(\alpha) = -\,0{,}6$.

<u>EXERCICE 6</u> (5 points)

A l'occasion de la fête de fin d'année d'un lycée de la place, un brillant élève est retenu pour participer à une loterie. Pour avoir son gain, il est invité à tirer au hasard et simultanément 3 boules d'une urne contenant 13 boules dont 8 noires et 5 vertes indiscernables au toucher. Chaque boule noire tirée rapporte $10.000\ FCFA$ et chaque boule verte tirée rapporte $5.000\ FCFA$.

Avant le tirage, l'élève déclare à ses pairs qu'il va offrir un pagne d'une valeur de $24.500\ FCFA$ à sa mère.

Certains de ses camarades de terminale D pensent qu'il a plus de 50% de chance de faire son cadeau et d'autres pensent le contraire.

A l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques donne ton avis sur ces deux tendances.