N.B. Chaque question admet une ou plusieurs propositions vraies et compte 2 points en cas de réponse totale juste et 1 point de pénalité en cas de réponse fausse. Parmi les propositions suivantes indiquer toutes celles qui sont (toujours) vraies en hachurant les lettres correspondantes.

Exercice 1 Soient $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^2 - x + 1$ et $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^3 - 2x^2 + x - 2$.

- 1) A) $\forall x \in \mathbb{N} \quad f(x) > 3/4$ B) $\exists x \in \mathbb{R} \quad f(x) < 3/4$
 C) $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) > 3/4$ D) $\forall x \in \mathbb{R}_+ \quad f(x) \geq 3/4$ E) aucune.
 2) A) $\forall x \geq 1, g(x) \geq -1$ ~~g est décroissante~~ B) $\exists x \in \mathbb{R}_+ \quad g(x) < -2$
 C) Sur $[1/3; 3/4]$ D) $\forall x \in \mathbb{N} \quad g(x) \geq -2$ E) aucune.

Exercice 2 Soient P et Q des assertions vraies et R une assertion fausse. Indiquez les assertions vraies.

- 3) A) P et $(R \Rightarrow Q)$ B) $(P$ et Q et $R)$ C) $(P$ ou $R)$ et $(Q$ ou $R)$ D) Q et $(P \Rightarrow R)$ E) aucune

Exercice 3 Soit $f : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = x^4$.

4) Indiquez toutes les assertions vraies.

- A) $\exists y \in \mathbb{R}_+^* \quad \exists x \in \mathbb{R} \quad y = f(x)$ B) f est surjective
 C) $\forall y \in \mathbb{R}_+^* \quad \exists x \in \mathbb{R}_+^* \quad y = f(x)$ D) $\exists a, b \in \mathbb{R}_+^* \quad [a \neq b \text{ et } f(a) = f(b)]$ E) aucune

Exercice 4 On considère l'application $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ définie par : $\forall n \in \mathbb{Z}, f(n) = n + 1$.

- 5) A) f est bijective B) f n'est ni injective ni surjective
 C) f est surjective et non injective D) f est injective et non surjective E) autre.

Exercice 5 Je veux montrer par récurrence l'assertion $P_n : 2^n \geq 4n - 1$, pour tout entier n assez grand.

6) Quelle étape d'initialisation est valable ?

- A) Je commence à $n = 4$ B) Je commence à $n = 5$
 C) Je commence à $n = 0$ D) Je commence à $n = 3$ E) autre.

Exercice 6 J'effectue le raisonnement suivant avec deux fonctions $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

7) $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \times g(x) = 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \quad (f(x) = 0 \text{ ou } g(x) = 0) \Rightarrow$
 $(\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = 0) \text{ ou } (\forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) = 0)$.

- A) la 2^{ème} implication est fausse B) les implications sont fausses
 C) Ce raisonnement est valide D) la 1^{ère} implication est fausse E) autre.

8) $\forall x \in \mathbb{R} \quad (f(x) \neq 0 \text{ ou } g(x) \neq 0) \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \times g(x) \neq 0 \Rightarrow$
 $(\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \neq 0) \text{ et } (\forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) \neq 0)$.

- A) la 2^{ème} implication est fausse B) les implications sont fausses
 C) Ce raisonnement est valide D) la 1^{ère} implication est fausse E) autre.

Exercice 7 Je souhaite montrer par récurrence une certaine assertion P_n , pour tout entier $n \geq 1$.

9) Quels sont les débuts valables pour la rédaction de l'étape d'hérédité ?

- A) Je fixe $k \geq 1$ et je montre que P_{k+1} est vraie
 B) Je suppose P_{k-1} vraie pour tout $k \geq 1$ et je montre que P_k est vraie
 C) Je suppose P_k vraie pour tout $k \geq 1$ et je montre que P_{k+1} est vraie
 D) Je fixe $k \geq 1$, je suppose P_k vraie et je montre que P_{k+1} est vraie.

10) Quels sont les débuts valables pour la rédaction de l'initialisation ?

- A) Je montre que P_0 est vraie et je montre que P_1 est vraie
 B) Je montre que P_1 est vraie
 C) Je montre que P_0 est vraie
 D) Je montre que P_1 est vraie et je montre que P_2 est vrai E) autre.