

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

Exercice 1 : 3 points

Réponds par Vrai ou par Faux à chacune des affirmations suivantes en écrivant le numéro de l'affirmation suivi de ta réponse.

- 1- Si pour tout $x > 0$, on a : $|f(x)| \leq \frac{1}{x^2}$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.
- 2- Si pour tout $x > 0$, on a : $2 + \frac{1}{x} \leq f(x) \leq 2 + \frac{3}{x}$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$.
- 3- Si pour tout $x > 0$, on a : $1 - \frac{4}{x} \leq f(x) \leq 3 + \frac{1}{x}$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = k$ avec $k \in [1; 2]$
- 4- Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 3$ alors la courbe (C_f) admet une asymptote verticale.
- 5- Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ alors la courbe (C_f) admet une asymptote horizontale.
- 6- Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ alors la courbe (C_f) admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.

Exercice 2 : 4 points

Calcule chacune des limites suivantes :

- 1- $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x - \sqrt{x^2 + 3}$
- 2- $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{3x+4} - 4}{x-4}$
- 3- $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x-3}$
- 4- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 7x}{2x}$

Exercice 3 : 4 points

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2x - \sqrt{4x^2 + 1}$

- 1- Détermine la limite de f en $-\infty$. (Tu justifieras ta réponse).
- 2- a) Calcule la limite de f en $+\infty$.
b) Interprète graphique le résultat.

Exercice 4 : 5 points

Soit h une fonction définie par $h(x) = \frac{2x - \cos x}{x^2 + 1}$. On rappelle que : $\forall x \in \mathbb{R}, -1 \leq \cos x \leq 1$.

- 1- Détermine l'ensemble de définition noté D_h de la fonction h .
- 2- Donne un encadrement de $h(x)$ par deux fonctions rationnelles pour $x \geq 0$.
- 3- Calcule en justifiant ta réponse la limite en $+\infty$ de $h(x)$.

Exercice 5 : 4 points

En préparation d'un devoir de Mathématiques, un groupe d'étude comportant trois élèves A, B et C ont calculé la limite en 0 de la fonction P définie par $P(x) = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$.

L'élève A a obtenu 1 ; l'élève B a obtenu 0 et l'élève C a obtenu $\frac{1}{2}$. Une vive discussion a éclaté.

Pour savoir qui d'entre eux a raison, ils te sollicitent.

Dis en argumentant succinctement qui des trois a raison.