

**Lycée Moderne GOK**  
**Classe : 1leD**

**Devoir de Mathématique N°1**

**Durée : 4 heures**  
**Coefficient : 4**

*Cette épreuve comporte deux (2) pages numérotées 1/2 ; 2/2.  
 Tout modèle de calculatrice scientifique non graphique est autorisé.*

**Exercice 1 (2 points)**

Ecris le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmation
1	$f$ une fonction continue sur $[-3 ; 3]$ telle que $f([-3 ; 3]) = [-1 ; 1]$ , l'équation $f(x) = -1,5$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[-3 ; 3]$ .
2	La probabilité de tout évènement est un nombre positif supérieur ou égal à <b>1</b>
3	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{(a-x)^3} = +\infty$
4	Soit $f$ une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ . Si $f$ est décroissante et majorée sur $] -1; 3[$ , alors $f$ a pour limite 3 à gauche de -1

**Exercice 2 (2 points)**

Pour chacune des affirmations ci-dessous, trois réponses sont données dont une seule est juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la réponse.

N°	Affirmations	Réponses	
		A	B
1.	$f$ et $g$ sont deux fonctions. Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -1$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} g \circ f(x) = \dots$	A	$+\infty$
		B	-1
		C	1
		D	$-\infty$
2.	A et B sont deux évènements d'une expérience aléatoire. $P(A) = 0,4$ $P(A \cup B) = 0,75$ et $P(A \cap B) = 0,2$ donc $P(B) =$	A	0,55
		B	0,95
		C	1
		D	-0,55
3.	$f$ est une fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x} - x^2$ . La courbe représentative de $f$ dans le plan muni d'un repère $(O, I, J)$ admet...	A	une branche parabolique de direction (OJ) en 0
		B	une branche parabolique de direction (OI) en $-\infty$
		C	une branche parabolique de direction (OJ) en $+\infty$
		D	une branche parabolique de direction (OI) en $+\infty$
4.	$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2-2 \cos(x)}{x^2} \right)$ est égal à :	A	$+\infty$
		B	<b>0</b>
		C	<b>1</b>
		D	<b>-1</b>

**Exercice 3 (3 points)**

Soit la fonction  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{3x}{\sqrt{2x+4}-2}$$

1. Détermine l'ensemble de définition  $D_f$  de  $f$ .
2. a) Justifie que  $f$  admet un prolongement par continuité en 0.  
 b) Précise ce prolongement.

**Exercice 4 (3 points)**

Une radio locale organise un sondage pour ses auditeurs. Ceux-ci doivent choisir 3 artistes chanteurs dans une liste de 15 artistes chanteurs qui leur sont proposés (il n'y a pas d'ex aequo dans le classement). La liste des 15 chanteurs se compose comme suit : 5 chanteurs tradi-modernes, 5 chantres et 5 chanteurs de variétés.

On suppose à priori que tous les chanteurs ont la même chance d'être choisi.

1. Justifie que le nombre de classement possibles est 455
2. Calcule la probabilité des évènements suivants :
  - a) E : « Deux chantres occupent les deux premières places du classement »
  - b) F : « Il y a au moins un chanteur tradi- moderne dans la liste des trois »
  - c) G : « Il y a exactement trois chanteurs de variétés dans le classement »

**Exercice 5 (5 points)**

A Soit  $g$  la fonction dérivable et définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

1. a) Calcule la limite de  $g$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$   
 b) Donne une interprétation graphique de ces résultats.  
 c) Déduis-en un encadrement de  $g$ .
2. a) Justifie que  $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$   
 b) Déduis-en le sens de variation de  $g$  sur  $\mathbb{R}$

B On donne  $f$  la fonction dérivable et définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \sqrt{x^2+1} - 2x$ . Soit  $(C_f)$  la représentation graphique de  $f$  dans le repère orthonormé  $(O, I, J)$  ; unité graphique : 1cm

1. a) Calcule la limite de  $f$  en  $-\infty$ .  
 b) Justifie que la limite de  $f$  en  $+\infty$  est  $-\infty$
2. a) Justifie que pour tout nombre réel  $x, f'(x) = g(x) - 2$ .  
 b) Déduis-en que  $f$  est strictement décroissante sur  $\mathbb{R}$
3. Démontre que  $f$  réalise une bijection sur  $\mathbb{R}$ .
4. Trace la courbe  $(C_f)$  représentative de  $f$ .

**Exercice 6 (5 points)**

Un salon de couture confectionne et vend des chemises prêtes à porter. Il dispose d'une longueur journalière  $x$  en mètre de tissus appartenant à  $[52 ; 55]$ .

La production journalière dépend de la longueur  $x$  de tissu utilisé et s'exprime par

$$C(x) = 10(x - 50)^3 - 120x + 6000.$$

Le Responsable du salon de couture s'interroge sur la longueur de tissus indispensable par jour pour que le coût de production journalier s'annule.

Sollicité, tu entreprends, à partir de tes connaissances mathématiques, de lui fournir une valeur approchée à 0,1 près.