

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$

1. On considère l'équation: (E) $z^3 + 4z^2 + 2z - 28 = 0$

a) Justifie que le nombre réel 2 est une solution de l'équation (E).

b) Détermine deux réels a et b tels que l'équation (E) s'écrive: $(z-2)(z^2 + az + b) = 0$

c) Résous (E).

2. On note (Γ) l'ensemble des points M du plan complexe d'affixe z vérifiant: $z^2 - 4 = 4 - \bar{z}^2$.

Soit x, et y les parties réelle et imaginaire de l'affixe z du point M.

Montrer que M appartient à (Γ) si et seulement si $x^2 - y^2 = 4$

3. Soit A, B et C trois points du plan d'affixes respectives $a = 2$; $b = -3 - i\sqrt{5}$; $c = -3 + i\sqrt{5}$

Justifie que les points A, B et C appartiennent à (Γ) .

Exercice 2

Soit les nombres complexes: $z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$; $z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

1. Déterminer le module et un argument de z_1 et z_2 .

2. a) En déduire le module et un argument de $z_1 z_2$.

b) Ecrire $z_1 z_2$ sous forme trigonométrique

3. a) Ecrire $z_1 z_2$ sous forme algébrique.

b) En déduire des questions précédentes la valeur exacte de $\cos(-\frac{11\pi}{12})$ et celle de $\sin(-\frac{11\pi}{12})$.

Exercice 3 : Résoudre

- 1) $\ln(2x-5) + \ln(1+x) = 2\ln 2$
- 2) $2\ln x + 3 = 0$
- 3) $(\ln x)^3 - \ln x^3 = -2$
- 4) $\ln x - \ln(2-x) \geq 0$
- 5) $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) \leq 0$
- 6) $(\ln x)^2 - 2\ln x - 3 > 0$
- 7) $e^2 e^{-x} - e^{x^2-4} = 0$
- 8) $e^x - 2e^{-x} = -1$
- 9) $(e^{x-1})^4 \geq e^{x^2}$
- 10) $\begin{cases} 2\ln x - 3\ln y = 5 \\ \ln x + 2\ln y = -1 \end{cases}$
- 11) $\begin{cases} e^x e^y - e^5 = 0 \\ \ln x + \ln y = \ln 6 \end{cases}$

Exercice 4 : Déterminer D_f ; les limites aux bornes de D_f ; la dérivée de f et le Tableau de variation de f .

- | | |
|---|---|
| <ol style="list-style-type: none">1) $f(x) = x \ln x - x$2) $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$3) $f(x) = \frac{\ln x + 1}{\ln x - 1}$4) $f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x}$5) $f(x) = -2x + 1 + \ln\left \frac{x+1}{x}\right$6) $f(x) = x + e^{-x}$7) $f(x) = \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$ | <ol style="list-style-type: none">8) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$9) $f(x) = x - \ln(1+e^x)$10) $f(x) = 2x^2 + 7 - \ln(2x-1)$ |
|---|---|

Exercice 5 :

On considère la fonction polynôme définie par: $p(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

1. Calculer $p(2) = 0$ (Démontrer)
2. a) Vérifier que $p(x) = (x-2)(x^2+x-2)$
b) En déduire les solutions de l'équation (E): $p(x) = 0$
3. Utilise les résultats de la question 2. pour résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes:
 - a) $(E_1): (\ln x)^3 - (\ln x)^2 - 4 \ln x + 4 = 0$
 - b) $(E_2): e^{3x} - e^{2x} - 4e^x + 4 = 0$

Exercice 6 : Soit le polynôme $p(x) = x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15$

1. Vérifier que 1 et -1 sont les racines de $p(x)$.
2. a) Factoriser $p(x)$.
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $p(x) = 0$
3. En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation.
$$e^{3x} + 2e^{2x} - 16e^x - 2 + 15e^{-x} = 0$$

Exercice 7 : Résoudre dans $\mathbb{R}$.

1. $e^x - 1 = 12e^{-x}$
2. $e^{3x+6} \leq 1$
3. $\ln(3x-1) > 2$

Exercice 8 :

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant :
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$$
- 2/ En déduire la résolution dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants.
 - a.
$$\begin{cases} 2e^x - e^y = 7 \\ 3e^x - 4e^y = 5 \end{cases}$$
 - b.
$$\begin{cases} 2\ln x - \ln y = 7 \\ 3\ln x + 4\ln y = 5 \end{cases}$$

PERFECTIONNEMENT

Exercice 1 : limite en $-\infty$ et $+\infty$.

1- $f(x) = x - 2 + e^x$

2- $f(x) = (x^2 + 4)e^{-x}$

3- $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

4- $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$

5- $f(x) = (-2x^2 + 3x)e^x$

6- $f(x) = x(e^{-x} + 1)$

Exercice 2 : limites.

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{x^2+1}$

2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{1}{x}}$

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x \ln x}$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} e^{-x \ln x}$

5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x}$

6) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} - e^x$

7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)e^x}{x}$

8) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{xe^x}{x+1}$

9) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x}}{x}$

10) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(e^x + 1)$

11) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(e^x + 1)$

Exercice 3 : Dérivée.

1) $f(x) = (x^2 + 5x)e^x$

2) $f(x) = e^x \ln x$

3) $f(x) = \frac{e^x}{e^x - x^2}$

4) $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

5) $f(x) = \sin x \cdot e^x$

6) $f(x) = \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$

7) $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 3}$

8) $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 1}$

9) $f(x) = e^{3x+2}$

10) $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$

11) $f(x) = e^{\cos x}$

12) $f(x) = e^{\frac{1}{3}x} - e^{-3x}$

13) $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$

14) $f(x) = \ln\left(\frac{e^{-x} - 1}{e^x + 1}\right)$