BACCALAURÉAT RÉGIONAL **Coefficient : 4**

SESSION 2022 **Durée : 4h**

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Écris le numéro de chacune des affirmations suivantes suivi de vrai si l'affirmation est vraie ou de faux si l'affirmation est fausse.

1) Si f est une fonction continue et strictement croissante sur $[1\,;2]$ telle que $f(1) = 2$ et $f(2) = 10$, alors l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans $[1\,;2]$.
2) Toute fonction continue sur un intervalle J est dérivable sur J.
3) g est une fonction définie sur $\mathbb{R}$, de courbe représentative (C) dans un repère orthonormé (O, I, J) ; si $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x} = 0$, alors (C) admet une branche parabolique de direction (OJ) en $+\infty$.
4) La fonction h de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $h(x) = \frac{8-2x}{-2+\sqrt{x}}$ admet un prolongement par continuité en 4.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, trois réponses sont proposées dont une seule est juste. Écris le numéro de chaque affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Affirmations	Réponses	
1	f etant une bijection de $]0;+\infty[$ sur $\mathbb{R}$ et f^{-1} sa bijection réciproque, si f est dérivable sur $]0;+\infty[$, $f'(2) = 0$ et $f(2) = \frac{1}{2}$, alors	A	f^{-1} n'est pas dérivable en $\frac{1}{2}$
		B	$(f^{-1})'\left(\frac{1}{2}\right) = 2$
		C	$(f^{-1})'\left(\frac{1}{2}\right) = 0$
2	La fonction $h\colon x \longmapsto \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée h' est définie par $h'(x) =$	A	$\frac{-1}{(x^2+4)^{\frac{3}{2}}}$
		B	$\frac{-2x}{(x^2+4)^{\frac{3}{2}}}$
		C	$\frac{-x}{(x^2+4)^{\frac{3}{2}}}$
3	La primitive de la fonction $x \longmapsto \frac{x^3-x^2-x+5}{(x-1)^2}$ sur $]-\infty;1[$ qui a la valeur -3 en 0 est la fonction	A	$x \longmapsto \frac{x^3+3x}{x-1} + 3$
		B	$x \longmapsto \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{4}{x-1} - 7$
		C	$x \longmapsto \frac{x^3-x^2+1}{(x-1)^2}$
4	La fonction: $x \longmapsto \cos(6x^2)$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée est la fonction	A	$x \longmapsto 12\sin(6x)^2$
		B	$x \longmapsto -12x\sin(6x)^2$
		C	$x \longmapsto -12\sin(6x)^2$

Tournez la page S.V.P.

EXERCICE 3 (3 points)

Si une vache porte un seul fœtus, on dit qu'elle a une gestation unique, sinon on dit qu'elle a une gestation multiple.

Dans la réserve du RANCH DE LA MARAHOUÉ, une étude faite sur une population de vaches gestantes, montre que :

- Le pourcentage des vaches ayant une gestation multiple est de 5%.
- Parmi les vaches ayant une gestation multiple, 55% finissent par mettre bas dans le délai prévu.
- Parmi les vaches ayant une gestation unique, 92% mettent bas dans le délai prévu.

On choisit au hasard une vache de cette population, on considère les évènements suivants :

U :« La vache a une gestation unique».

D : « La vache met bas dans le délai prévu».

1) Détermine la probabilité de U
2) a) Calcule la probabilité de D

   b) Une vache a mise bas dans le délai prévu.

   Démontre qu'une valeur approchée à 10^{-4}près de la probabilité que sa gestation soit unique est 0,9694.
3) Le vétérinaire de la réserve souhaite accroitre la population bovine.

   Il prévoit qu'en juillet 2022, n vaches en gestation devraient mettre bas dans le délai prévu ($n \geq 2$).
   On note P_n la probabilité qu'au moins une de ces vaches ait une gestation multiple.

   a) Exprime P_n en fonction de n.

   b) Détermine le nombre minimal des vaches qui devront mettre bas en juillet 2022 dans le délai pour que la probabilité P_n soit supérieur ou égal à 0,9.

EXERCICE 4 (3 points)

On considère dans $\mathbb{C}$ le polynôme P défini par :

$P(z) = z^3 - (7+6i)z^2 + (10+26i)z + 6 - 24i$

1. a) Calcule $P(3)$.

   b) Justifie que : $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = (z-3)[z^2 + (-4-6i)z - 2 + 8i]$.

   c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 + (-4-6i)z - 2 + 8i = 0$.

   d) Déduis-en les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $P(z) = 0$.
2. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) ; unité graphique 2 cm. On considère les points A, B ,et C d'affixes respectives $1 + i$; 3 et $3 + 5i$.

   a) Place les points A, B et C.

   b) Démontre que le triangle ABC est rectangle.

   c) Détermine l'affixe du point D tel que le quadrilatère ABDC soit un rectangle.

   d) Détermine l'affixe du centre K du rectangle ABDC.

EXERCICE 5 (5 points)

PARTIE A

Soit la fonction h dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $h(x) = 3 + (x-1)e^{-x}$. On admet que :

- $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = 3$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x) = -\infty$.
- Pour tout nombre réel x, $h'(x) = (2-x)e^{-x}$.

1. Étudie les variations de h et dresse son tableau de variation.

2.a) Démontre que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]-\infty\,;2]$

b) Justifie que : $-1 < \alpha < 0$.

3. Démontre que : $\forall\, x \in\,]-\infty\,;\,\alpha[\,, h(x) < 0$ et que $\forall\, x \in\,]\alpha\,;\,+\infty[\,, h(x) > 0$.

PARTIE B

Soit la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 3x + 1 - xe^{-x}$.
(C) désigne la courbe représentative de la fonction f dans le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) ; unité graphique : 2 cm

1. Détermine les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
2. Démontre que pour tout nombre réel, $f'(x) = h(x)$.

3.a) Étudie les variations de f.

b) Dresse le tableau de variation de f.

4. Démontre que la droite (Δ) d'équation $y = 3x + 1$ est asymptote à (C) en $+\infty$.
5. Démontre que (C) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction (OJ).
6. Détermine une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.

EXERCICE 6 (5 points)

La Bourse Régionale des Valeurs Mobilières (BRVM) située dans la commune du plateau est le marché financier des états de L'UEMOA.
À la BRVM, les investisseurs vendent ou achètent des actions et ou des obligations.
Le cours d'une action cotée à la BRVM à partir du 1^{er}janvier 2022 exprimée en dizaine de milliers de francs CFA est modélisée par la fonction f définie par
$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 28 - 25\ln(x)$ où x désigne le nombre de mois écoulé avec $x \in [1; 12]$.
Monsieur Sémian veut acheter 2 500 actions lorsque le cours sera minimal. Il veut savoir le mois de l'année 2022 où il sera judicieux pour lui de les acheter. Ne disposant pas de compétences pour répondre à cette préoccupation, il sollicite ton aide.
En utilisant tes connaissances mathématiques de terminale D, apporte une réponse à la préoccupation de monsieur Sémian.