

BAC BLANC
AVRIL 2022

MATHÉMATIQUES

Coefficient : 4
Durée : 2h
Série : A₁

Cette épreuve comporte deux (2) pages numérotées 1/2 et 2/2.

Chaque candidat recevra une (1) feuille de papier millimétré.

Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1

Écris le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	La limite à l'infini d'un polynôme est égale à la limite de son monôme de plus haut degré
2	La fonction logarithme népérien est strictement positive sur $]0; +\infty[$
3	Pour tout nombre réel a et b ; $e^a \times e^b = e^a + e^b$
4	Si A et B sont deux événements incompatibles d'une expérience aléatoire alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations ci-dessous, quatre réponses sont données dont une seule est juste. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	QUESTIONS	Réponses	
1.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x^2-5x+2} = \dots$	A	$+\infty$
		B	$-\infty$
		C	3
		D	0
2.	On considère la fonction f définie et positive sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$. On note (C) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est 2 cm. L'aire en cm^2 de la partie du plan délimitée par (C), la droite (OI), les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$ est :	A	12
		B	3
		C	4
		D	1
3.	P est la probabilité définie sur un univers Ω . A est un événement de Ω et $\bar{A}$ l'événement contraire de A. On a :	A	$P(\bar{A}) = 2P(A) - 1$
		B	$P(\bar{A}) = P(A) - 1$
		C	$P(\bar{A}) = 1 + P(A)$
		D	$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
4.	La fonction F définie par $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + \ln(x-1)$ est une primitive sur $]1; +\infty[$ de la fonction f définie par :	A	$f(x) = 2x - 1 + \ln x$
		B	$f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-1}$
		C	$f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x-1}$
		D	$f(x) = 2x + 1 + \ln x$

EXERCICE 3

Un jeu consiste à tirer simultanément et au hasard deux boules dans une urne contenant 3 boules rouges et 4 boules bleues, tous indiscernables au toucher.

On gagne 100F par boule rouge tirée. On note X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe la somme gagnée.

1. Détermine les différentes valeurs prises par X .
2. Détermine la loi de probabilité de X (**les résultats seront donnés sous la forme de fractions ayant 7 au dénominateur**)
3. Calcule l'espérance mathématique de X .
4. Calcule la variance de X
5. Calcule l'écart-type de X

EXERCICE 4

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3 + x - e^x$.

On note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . L'unité graphique est le centimètre.

1. Détermine la limite de f en $-\infty$.
2. Pour tout nombre réel x différent de 0, on admet que $f(x) = x \left(\frac{3}{x} + 1 - \frac{e^x}{x} \right)$.
Détermine la limite de f en $+\infty$.
3. a) Justifie que la droite (D) d'équation $y = 3 + x$ est une asymptote à $(\mathcal{C})$ en $-\infty$.
b) Justifie que $(\mathcal{C})$ est en dessous de (D) pour tout x élément de $\mathbb{R}$.
4. On suppose que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa fonction dérivée.
a) Justifie que pour tout nombre réel x , $f'(x) = 1 - e^x$.
b) Justifie que f est croissante sur $]-\infty; 0[$ et décroissante sur $]0; +\infty[$.
c) Dresse le tableau de variation de f .
5. a) Complete le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$						

- b) Construis (D) puis $(\mathcal{C})$ sur $[-2; 3]$.

EXERCICE 5

Votre père est nommé Directeur d'une entreprise de production de biens. Il reçoit les informations suivantes de son service technique : Le coût de production est modélisé par $C(x) = 0,01x^3 - 0,135x^2 + 0,6x + 15000$, x désigne la quantité de biens produits et $R(x) = 2700x$ la recette en francs CFA issue de la vente de ces x unités, au prix de $p = 2700F$ par unité.

Pour finir, on note $f(x) = R(x) - C(x)$ le profit réalisé.

Le Directeur veut déterminer la quantité de biens à produire pour réaliser un profit maximal. Il te demande de l'aide.

En t'appuyant sur tes connaissances mathématiques propose au directeur une solution.

NB : arrondir x à zéro chiffre après la virgule.