

BAC BLANC  
AVRIL 2022

MATHÉMATIQUES

Coefficient : 2  
Durée : 2h  
Série : A<sub>2</sub>

Cette épreuve comporte deux (2) pages numérotées 1/2 et 2/2.  
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

**Exercice 1 (2 points)**

Écris le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	La limite à l'infini d'un polynôme est égale à la limite à l'infini de son monôme de plus haut degré
2	La fonction logarithme népérien est strictement positive sur $]0; +\infty[$
3	Pour tout nombre réel a et b ; $e^a \times e^b = e^a + e^b$
4	Si A et B sont deux événements incompatibles d'une expérience aléatoire alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

**Exercice 2 (2 points)**

Pour chacune des affirmations ci-dessous, quatre réponses sont données dont une seule est juste. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Affirmations	Réponses	
1.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x^2-5x+2} = \dots$	A	$+\infty$
		B	$-\infty$
		C	3
		D	0
2.	Dans une classe de 30 élèves dont 12 filles, on doit désigner au hasard 2 élèves comme représentant de la classe. La probabilité de l'évènement A : « les deux représentants sont des filles » est égale à	A	$\frac{22}{145}$
		B	$\frac{22}{125}$
		C	$\frac{22}{155}$
		D	$\frac{21}{144}$
3.	L'ensemble solution de l'équation $e^{2x+3} = 1$ est	A	$\left\{ \frac{3}{-2} \right\}$
		B	$\left\{ -\frac{2}{3} \right\}$
		C	$\left\{ \frac{3}{2} \right\}$
		D	$\{-3\}$
4.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$	A	1
		B	0
		C	$+\infty$
		D	$-\infty$

### **EXERCICE 3**

1. Résous dans  $\mathbb{R}$  l'équation:  $x^2 - 3x - 10 = 0$ .
2. On considère le polynôme  $P$  tel que  $P(x) = x^3 - 4x^2 - 7x + 10$ .
  - a) Vérifie que  $P(x) = (x - 1)(x^2 - 3x - 10)$ .
  - b) Déduis-en que les solutions de l'équation  $x \in \mathbb{R}; P(x) = 0$  sont :  $-2 ; 1$  et  $5$ .
3. Soit l'équation (E) :  $x \in \mathbb{R}; \ln(x + 3) + \ln(x - 4) = \ln(2x - 2)$ .
  - a) Justifie que l'ensemble de validité  $V$  de (E) est  $]4; +\infty[$ .
  - b) Résous dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E).

### **EXERCICE 4**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3 + x - e^x$ .

On note  $(\mathcal{C})$  la courbe représentative de  $f$  dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

L'unité graphique est le centimètre.

1. Détermine la limite de  $f$  en  $-\infty$ .
2. Pour tout nombre réel  $x$  différent de 0, on admet que  $f(x) = x \left( \frac{3}{x} + 1 - \frac{e^x}{x} \right)$ .

Détermine la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
3. Justifie que la droite  $(D)$  d'équation  $y = 3 + x$  est une asymptote à  $(\mathcal{C})$  en  $-\infty$ .
4. On suppose que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et on note  $f'$  sa fonction dérivée.
  - a) Justifie que pour tout nombre réel  $x$ ,  $f'(x) = 1 - e^x$ .
  - b) Justifie que  $f$  est croissante sur  $]-\infty; 0[$  et décroissante sur  $]0; +\infty[$ .
  - c) Dresse le tableau de variation de  $f$ .

### **EXERCICE 5**

Votre père est nommé Directeur d'une entreprise de production de biens. Il reçoit les informations suivantes de son service technique : Le coût de production est modélisé par  $C(x) = 0,01x^3 - 0,135x^2 + 0,6x + 15000$ ,  $x$  désigne la quantité de biens produits et  $R(x) = 2700x$  la recette en francs CFA issue de la vente de ces  $x$  unités, au prix de  $p = 2700F$  par unité.

Pour finir, on note  $f(x) = R(x) - C(x)$  le profit réalisé.

Le Directeur veut déterminer la quantité de biens à produire pour réaliser un profit maximal. Il te demande de l'aide.

En t'appuyant sur tes connaissances mathématiques propose au directeur une solution.

**NB : arrondir  $x$  à zéro chiffre après la virgule.**