

Année scolaire : 2021 – 2022

Coefficient : 4

Niveau : 7^e B

Durée : 04 h

TEST DE MATHEMATIQUES*L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.***NB :** La propreté de la copie ainsi que la qualité de la rédaction seront prises en compte.*Cette feuille comporte deux pages numérotées 1 et 2.***EXERCICE 1** (04 pts)

Une urne contient neuf boules dont cinq boules blanches, trois boules rouges et une boule verte. On tire simultanément trois boules de l'urne.

- 1) De combien de façons différentes est-il possible de tirer ces trois boules ?
- 2) Détermine la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Obtenir des boules ayant la même couleur ».

B : « Obtenir des boules ayant des couleurs différents ».

C : « Obtenir exactement deux boules de même couleur ».

D : « Obtenir au moins une boule rouge ».

E : « Obtenir au plus deux boules blanches ».

EXERCICE 2 (06 pts)

On a observé pendant 10 années les variations des prix et des quantités consommées d'un produit agricole et on a obtenu les résultats suivants :

Quantités x_i	8	9	6	9	7	9	14	9	12	8
Prix y_i	4	5	6	5	5	4	2	4	4	5

Soit X et Y deux caractères de modalités x_i et y_i

- 1)
 - a) Représente graphiquement le nuage de points dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J) .
 - b) Détermine les coordonnées du point moyen G .
- 2) Calcule la variance de X et la variance de Y des séries statistiques associées aux caractères X et Y .
- 3)
 - a) Trouve une équation de la droite de régression de X en Y .
 - b) Trouve une équation de la droite de régression de Y en X .
 - c) Représente ces deux droites dans le repère précédent.
- 4) Calcule et analyse le coefficient de corrélation linéaire r .

EXERCICE 3 (10 pts)

L'objet de cet exercice est l'étude et la représentation graphique de la fonction g définie sur $] -1; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{5 \ln x}{x+1}$

L'unité graphique 2 cm.

PARTIE A

Soit la fonction h définie sur $]0; +\infty[$ par : $h(x) = -x \ln x + x + 1$

- 1) Calcule les limites de $h(x)$ aux bornes de Dh .
- 2)
 - a) Justifie que $h'(x) = -\ln x$
 - b) Étudie le sens de variation de f sur $]0; +\infty[$
- 3)
 - a) Dresse le tableau de variation de f sur $]0; +\infty[$
 - b) Démontre que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]1; +\infty[$ tel que $3,5 < \alpha < 3,6$.
 - c) Détermine le signe de $h(x)$ suivant les valeurs de x .

PARTIE B

- 1) Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ puis interprète les résultats obtenus si possibles.
- 2)
 - a) Montre que $\forall x \in]0; +\infty[, g'(x) = \frac{5h(x)}{x(x+1)^2}$
 - b) Déduis-en le sens de variation de g sur $]0; +\infty[$
 - c) Dresse le tableau de variation de g sur $]0; +\infty[$
- 3) Démontre que $g(\alpha) = \frac{5}{\alpha}$
- 4) Donne une équation de la tangente (T) à (Cg) au point $A(1; 0)$
- 5) Construis (Cg) et (T) .