Direction Régionale de l'Education Nationale et de l'Alphabétisation

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL **Durée : 4 H**
MARS 2022 **Coefficient : 4**

MATHEMATIQUES

SERIE : D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées : 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat devra se munir d'un (01) feuille de papier millimétré.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chaque proposition du tableau ci dessous, écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque ligne suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

N°	Propositions
1	Soient a un élément d'un intervalle K et f une fonction deux fois dérivables sur K. Si $f''(a) = 0$, alors le point de la représentation graphique de f d'abscisse a est un point d'inflexion.
2	Lorsque, dans une expérience aléatoire, on s'intéresse uniquement à la réalisation d'un certain événement S précisé, appelé succès ou à sa non réalisation $\bar{S}$, appelé échec, on dit que cette expérience correspond à une épreuve de Bernoulli.
3	Soit $z = a + ib$ un nombre complexe avec $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$, $\|z\| = \sqrt{a^2 - b^2}$
4	Soit z et z' deux nombres complexes non nuls , on a $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z') + k2\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, trois réponses **A**, **B**, et **C** sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste.
Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la réponse correcte.

N°	Énoncés	Réponses A	Réponses B	Réponses C
1	$\lim\limits_{x \to -\infty} \ln\left(\frac{x-2}{x+1}\right) = \dots$	1	-2	0
2	Si f est une fonction dérivable et bijective sur $\mathbb{R}$ telle que $f(1) = 0$ et $f'(1) = -1$, alors f^{-1} est dérivable en 0 et on a $(f^{-1})'(0) = \cdots$	-1	0	1
3	L'équation : $x \in \mathbb{R}$, $(\ln x)^2 - 3\ln x + 2 = 0$ admet pour ensemble de solutions…	$\{-e^2; -e\}$	$\{e^2; e\}$	$\{1 ; 2\}$
4	Si A et B sont deux évènements indépendants d'un même univers tels que $P(A) = 0{,}7$ et $P(B) = 0{,}2$ alors $P(A \cap B) = \cdots$	$P(A \cap B) = 0{,}14$	$P(A \cap B) = 0{,}9$	$P(A \cap B) = 0{,}5$

EXERCICE 3 (3 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Unité 1 cm.

Soit le polynôme P défini par $P(z) = z^3 - (6+i\sqrt{3})z^2 + (11+4i\sqrt{3})z - 6 - 3i\sqrt{3}$.

1) Justifie que 1 est un zéro de P.
2) a) Justifie que les racines carrées du nombre complexe $-2-2i\sqrt{3}$ *sont* $1-i\sqrt{3}$ *et* $-1+i\sqrt{3}$.
   b) Soit A et B deux points d'affixes respectives $z_A = 1-i\sqrt{3}$ *et* $z_B = -1+i\sqrt{3}$.
   Détermine la forme trigonométrique de $z_A = 1-i\sqrt{3}$ *et* $z_B = -1+i\sqrt{3}$.
   c) Place exactement les point A et B dans le plan complexe.
3) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^2 - (5+i\sqrt{3})z + 6 + 3i\sqrt{3} = 0$.
4) Justifie que $P(z) = (z-1)\left(z^2 - (5+i\sqrt{3})z + 6 + 3i\sqrt{3}\right)$.
5) En déduis dans $\mathbb{C}$, les solutions de l'équation : $P(z) = 0$.

EXERCICE 4 (3 points)

1) Justifie qu'une primitive sur $\left[0 ; \frac{\pi}{4}\right]$ de la fonction $x \mapsto \frac{1}{\cos^2 x}$ est la fonction $x \mapsto \frac{\sin x}{\cos x}$.
2) Soit f une fonction définie sur $]-\infty ; -2[$ par $f(x) = \frac{-3x^3 - 8x^2 + 2x + 15}{(x+2)^2}$.
   a) Justifie que $\forall x \in]-\infty ; -2[$, $f(x) = -3x + 4 - \frac{2}{x+2} + \frac{3}{(x+2)^2}$.
   b) Détermine les primitives F de f sur $]-\infty ; -2[$.
   c) Détermine la primitive G de f sur $]-\infty ; -2[$ qui prend la valeur 1 en -3.
3) Calcule la limite de G en $-\infty$ et en -2 à gauche.

EXERCICE 5 (5 points)

A- Soit la fonction g dérivable et définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = 1 + x\ln x$.

1) Justifie que pour $\forall x \in]0 ; +\infty[$, $g'(x) = 1 + \ln x$ ou g' la dérivée de g.
2) Etudie le sens de variation de g puis dresse son tableau de variation. (on ne calculera pas les limites de g)
3) Déduis que $\forall x \in]0 ; +\infty[$, $g(x) > 0$.

B- On considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{1+x\ln x} & si\ x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
Unité graphique : 4 cm.

1) a) Calcule la limite de f en $+\infty$.

b) Justifie que f est continue en 0.

2) a) Etudie la dérivabilité de f en 0.

b) Donne une interprétation graphiquement du résultat.

3) On suppose que f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et on note f' sa dérivée.

a) Justifie que : $\forall x \in]0;+\infty[$, $f'(x) = \frac{1-x}{(1+x\ln x)^2}$.

b) Démontre que f est strictement croissante sur $]0;1]$ et strictement décroissante sur $[1;+\infty[$.

c) Dresse le tableau de variation de f.

4) a) Démontre qu'une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point O est $y = x$.

b) Justifie que : $\forall x \in]0;+\infty[$, $f(x) - x = \frac{-x^2\ln x}{g(x)}$.

c) Déduis la position relative de (C_f) et (T).

5) Construis (C_f) et (T) dans le même repère (O, I, J).

EXERCICE 6 (5 points)

Le commercial d'une société de fabrique d'alcootest projette de conquérir le marché de la côte d'Ivoire.

L'essai de son produit sur un échantillon de la population composée de 8% de personnes ivres a donné les résultats suivants :

*80% des personnes ivres sont déclarées positives à ce test ;

*95% des personnes non ivres sont déclarées négatives à ce test.

Pour la hiérarchie des forces de sécurité routière, un alcootest n'est fiable que si, sur la base des résultats du test d'essai, le nombre minimal de personnes à contrôler pour que la probabilité d'avoir au moins un test positif soit supérieur à 0,99 n'excède pas 50.

Perturbé par cette information, il se demande si son alcootest peut être accepté par les autorités compétentes. A la recherche de personne ressource, il te sollicite.

À l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, dis si le commercial peut réaliser son projet.

BAC BLANC
SESSION 2022
SERIE D

Coefficient : 4
Durée : 4h

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (03) pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE N°1 : 2points

Ecris le numéro de chaque affirmation suivie de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou **FAUX** si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	La fonction logarithme népérien est la fonction logarithme de base e.
2	f est une fonction continue sur un intervalle $]-1;+\infty[$ $définie\ par$ $\frac{\ln(x+1)}{x+1}$. Une primitive de f sur $]-1;+\infty[$ est la fonction g définie sur $]-1;+\infty[$ par $g(x)=\frac{1}{2}[\ln(x+1)]^2$
3	Soit f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I, a et b deux éléments de I tels que $a<b$. Si $\forall x \in [a;b], 2 \leq f'(x) \leq 7$,alors $\forall x \in [a;b], 2(b-a) \leq f(b)-f(a) \leq 7(a-b)$.
4	Pour tout $x>0$ on a : $\log x$ est égal à $ln(x) - ln(10)$.

EXERCICE N°2 : 2points

Pour chaque affirmation, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule est exacte. Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'affirmation suivie de la lettre de la bonne réponse.

N°	AFFIRMATIONS	REPONSES			
		A	B	C	D
1	L'équation $x \in \mathbb{R}, x^{\sqrt{3}}=\sqrt{2}$ a pour solution	$\emptyset$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$	$\frac{ln\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$	$e^{\frac{ln\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$
2	Soit A et B deux évènements indépendants d'un univers tels que $P(A\cup B)=\frac{4}{5}$ et $P(\overline{A})=\frac{3}{5}$. Alors la probabilité de l'évènement B est égale à	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{9}$
3	L'ensemble solution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $(lnx)^2-lnx-6\leq 0$	$[0;+\infty[$	$]0;+\infty[$	$[e^{-2};e^3]$	$]e^{-2};e^3[$
4	On considère les fonctions g et f définies sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=lnx-\frac{1}{x}$ et $f(x)=x+(1-x)lnx$ Si l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique α dans $]0;+\infty[$, alors $f(\alpha)$ $égal$ à	$\frac{1}{\alpha}-\alpha-1$	$\frac{1}{\alpha}+\alpha+1$	$\frac{1}{\alpha}+\alpha-1$	$-\frac{1}{\alpha}+\alpha-1$

EXERCICE N°3: 3points

Une urne contient 10 boules blanches et n boules rouges (n est nombre entier supérieur ou égal à 2 toutes indiscernables au toucher).Un joueur tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne. Pour chaque boule blanche tirée, il gagne 2 FCFA, et pour chaque boule rouge, il perd 3 FCFA. On appelle Y la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur.

1) Justifie que l'ensemble des différentes valeurs prises par Y *est* $\{-6;-1;4\}$.
2) Justifie que $P(Y=-1)=\frac{20n}{(n+10)(n+9)}$.
3) Détermine la loi de probabilité de Y.
4) Justifie que $E(Y)=\frac{-6n^2-14n+360}{(n+10)(n+9)}$.
5) Discute selon la valeur de n de l'intérêt de jouer à ce jeu.
6) Le jeu est-il avantageux pour le joueur si l'urne contient 8 boules rouges et 10 boules blanches ?

EXERCICE N°4: 3points

Le but de cet exercice est de trouver la primitive F de f qui s'annule en 4.

On considère les fonctions f, h, t et g dérivables sur $]3;+\infty[$ *définies par* :

$f(x)=x[1-ln(x-3)]$; $h(x)=\frac{x^2}{x-3}$ $et\ t(x)=\frac{1}{3}x^2ln(x-3)$; $g(x)=xln(x-3)$.

1) Sachant que $\forall x\in]3;+\infty[, \frac{x^2}{x-3}=x+3+\frac{9}{x-3}$, *détermine une primitive H* de h sur $]3;+\infty[$
2) Justifie que $\forall x\in]3;\infty[: t'(x)=\frac{2}{3}xln(x-3)+\frac{1}{3}h(x)$.
3) Déduis-en une primitive G de g sur $]3;+\infty[$.
4) En utilisant les résultats précédents, détermine l'expression de $F(x)$.

EXERCICE N°5: 5points

PARTIE A

Soit g la fonction définie sur $[0;+\infty[$et dérivable sur$]0;+\infty[$ par $\begin{cases} g(x)=1-x(\ln x)^2 \\ g(0)=1 \end{cases}$

1. Justifie que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$.
2. Justifie que $\forall x\in]0;+\infty[, g'(x)=-(2+\ln x)\ln x$
3. Justifie que g est strictement décroissante sur $]0;e^{-2}[$et sur $]1;+\infty[$ et strictement croissante sur $]e^{-2};1[$
4. Dresse le tableau de variation de g .
5. Justifie que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique α dans $[1;+\infty[$.
6. Vérifie que $2<\alpha<2{,}1$
7. Justifie que $\begin{cases} \forall x\in]0;\alpha[,\ g(x)>0 \\ \forall x\in]\alpha;+\infty[,\ g(x)<0 \end{cases}$

PARTIE B

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln x}{1+x\ln x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) unité : $4\ cm$. On admet que $\forall x \in]0;+\infty[$, $1 + x\ln x > 0$

1) a- Justifie que : $\begin{cases} \lim\limits_{x \to 0_>} f(x) = -\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0 \end{cases}$.

   b- Donne une interprète graphique à chaque résultat.

2) a- Justifie que $\forall x \in]0;+\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x\ln x)^2}$.

   b- Etudie les variations de f et dresse son tableau de variation sur $]0;+\infty[$.

3) Soit h la restriction de f à l'intervalle $]0;\alpha]$ et on suppose que $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha+\sqrt{\alpha}}$.

   a- Justifie que h admet une bijection réciproque h^{-1}.

   b- Justifie que h^{-1} n'est pas dérivable en $\frac{1}{\alpha+\sqrt{\alpha}}$.

4) Construis (C_f) (on prendra $f(\alpha) = 0{,}3$ et $f(1) = 0$).

EXERCICE N°6: 5points

Pour préparer le Baccalauréat, seuls 44 des 50 élèves d'une classe de terminale D étudient.
Une enquête menée auprès des structures du Ministère de l'éducation nationale a révélé les les résultats suivants : quand un élève étudie, la probabilité qu'il réussisse à son examen est égale à 0,85 et quand un élève n'étudie pas, la probabilité qu'il échoue à son examen est égale à 0,95.
On choisit un élève au hasard et on désigne par E l'évènement « l'élève étudie» et par R l'évènement « l'élève réussit son Baccalauréat »

On choisit un à un n élève de la même classe $(0 \leq n \leq 50)$.On admet que chaque choix est indépendant des autres.

Le proviseur de cet établissement veut connaitre le nombre minimal d'élèves qui étudient afin que la proportion P_n qu'au moins un de ces n élèves réussissent au Baccalauréat soit supérieur ou égale à 0.9999.

En te basant sur tes connaissances mathématiques, propose une solution répondant au vœu du proviseur.

<u>Direction Régionale de l'Education Nationale et de l'Alphabétisation</u>

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL **Durée : 3 H**
MARS 2022 **Coefficient : 3**

MATHEMATIQUES

SERIE A1

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées : 1/3 ; 2/3 et 3/3.
Chaque candidat devra se munir d'une (01) feuille de papier millimétré.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, écris sur ta copie le numéro de l'affirmation puis **vrai** (ou **V**) si l'affirmation est vraie et **faux** (ou **F**) si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	La dérivée de la fonction logarithme népérien sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ est : $x \mapsto -\frac{1}{x}$.
2	L'ensemble de tous les résultats possibles d'une expérience aléatoire est appelé une éventualité.
3	Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un évènement A est définie par : $P(A) = \frac{\textit{nombres de cas favorables à A}}{\textit{nombre de cas possibles}}$
4	f et g sont deux fonctions numériques. Si $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to 2} g(x) = -\infty$ alors $\lim\limits_{x\to 2} [f(x) \times g(x)] = +\infty$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque énoncé du tableau ci-dessous, trois réponses **A**, **B** et **C** sont proposées dont une seule est correcte. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la réponse correcte.

N°	Énoncés	Réponses A	B	C
1	La limite en $-\infty$ de la fonction $x \longmapsto -x^3 + 6x - 1$ est égale à…	$+\infty$	$-\infty$	-1
2	L'équation : $x \in]0\,;+\infty[$, $\ln x = 1$ a pour solution…	1	0	e
3	P est une probabilité sur l'univers d'une expérience aléatoire. Si A est un évènement de cet univers et $\bar{A}$ son contraire, alors $P(\bar{A}) + P(A) = \ldots$	-1	1	0
4	Pour tout $x \in]0\,;1[$, *on a*…	$\ln x > 0$	$\ln x < 0$	$\ln x = 0$

EXERCICE 3 (5 points)

Une urne contient des boules indiscernables au toucher dont cinq blanches numérotées de 1 à 5, trois noires numérotées de 6 à 8, deux vertes numérotées 9 et 10.

On tire au hasard et simultanément deux boules de cette urne.

I) On considère les évènements suivants :

A : « les deux boules tirées sont de numéros impairs » ;

B : « les deux boules tirées ont la même couleur ».

1. Justifie qu'il y a 45 tirages possibles.
2. Démontre que :

   a) la probabilité de l'évènement A est $P(A) = \frac{2}{9}$.

   b) la probabilité de l'évènement B est $P(B) = \frac{14}{45}$.
3. a) Traduis par une phrase explicite l'évènement $A \cap B$.

   b) Justifie que la probabilité de l'évènement $A \cap B$ est $P(A \cap B) = \frac{1}{15}$.

   c) Déduis-en $P(A \cup B)$, la probabilité de l'évènement $A \cup B$.

II) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boules blanches tirées lors de cette expérience.

1. Démontre que la loi de probabilité de X est donnée par le tableau suivant :

Valeurs x_i *prises par* X	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{2}{9}$

2. Calcule l'espérance mathématique $E(X)$ de X.
3. a) Justifie que la variance $V(X)$ de X est égale à $\frac{4}{9}$.

   b) Déduis l'écart-type $\sigma(X)$ de X.

EXERCICE 4 (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est 2 cm. On donne la fonction numérique f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = 3 - x + \ln x$.

On note (C) la représentation graphique de f dans le repère (O, I, J).

1. a) Justifie que $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$.

   b) Donne une interprétation graphique du résultat obtenu.

2. a) Justifie que pour tout nombre réel x strictement positif,

$f(x) = x(-1 + \frac{3}{x} + \frac{\ln x}{x})$.

b) Calcule $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

3. On admet que f est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et on note f' sa dérivée.

Vérifie que pour tout nombre réel x strictement positif, $f'(x) = \frac{-x+1}{x}$.

4. a) Justifie que f est strictement croissante sur $]0 ; 1[$ et strictement décroissante sur $]1 ; +\infty[$.

b) Dresse le tableau de variation de f sur $]0 ; +\infty[$.

5. Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]4,5 ; 4,6[$.

6. a) Recopie et complète le tableau suivant :

x	0.1	0.2	0.5	1	2	3	4	5
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$								

b) Construis la courbe (C) sur l'intervalle $]0 ; 5]$.

7. Soit G la fonction numérique dérivable et définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$G(x) = 2x - \frac{1}{2}x^2 + x\ln x$.

a. Démontre que G est une primitive de f sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
b. Détermine la primitive F de f qui prend la valeur 0 en 1.

EXERCICE 5 (5 Points)

Dans la région de Soubré, un artisan ébéniste frère d'un élève de 2nde A, projette fabriquer entre 10 et 17 meubles par mois pour son indépendance financière. Une étude révèle que le bénéfice réalisable en milliers de francs CFA pour x meubles fabriqués et vendus peut-être modélisé par la fonction B définie par : $B(x) = -x^3 + 27x^2 - 168x$.

Cet artisan veut connaitre le nombre de meubles à fabriquer pour réaliser un bénéfice maximal. Il se confie à son frère dont les connaissances mathématiques de son niveau d'étude ne lui permettent pas de répondre à sa préoccupation. Ce dernier te sollicite.

A l'aide d'une production argumentée, détermine le nombre de meubles à fabriquer pour que le bénéfice soit maximal.

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL **Durée : 4 H**
MARS 2022 **Coefficient : 5**

MATHEMATIQUES

SÉRIE C

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées : 1/3, 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de **Vrai** (ou **V**) si l'affirmation est Vraie ou **Faux** (ou **F**) si elle est fausse.

N°	Affirmations
1	Soit G = ba $\begin{array}{\|c\|c\|c\|}\hline A & B & C \\ \hline 1 & 2 & -1 \\ \hline \end{array}$. Pour tout point M du plan on a : $MA^2 + MB^2 - MC^2 = 2MG + GA^2 + 2GB^2 - GC^2$.
2	Le plan étant muni d'un repère orthonormé, l'ensemble des points M(x ; y) tels que : $(y+1)^2 - \frac{x^2}{2} = 1$ est une hyperbole .
3	Soit f et u deux fonctions dérivables sur un ensemble K, la dérivée de $f \circ u$ est $u \times f \circ u'$.
4	Soit a, b, m et n des nombres entiers tous non nuls on a : $ab \equiv an[m] \iff b \equiv n[m]$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés, trois réponses **A, B et C** sont proposées dont une seule est exacte. Ecris sur ta copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse :

N°	Énoncés	Réponses proposées		
		A	**B**	**C**
1	Dans le plan complexe, on donne les points A et B d'affixes respectives $2 - 3i$ et $-1 - i$. la distance AB est egale à…	13	$\sqrt{13}$	$2\sqrt{3}$
2	Une primitive sur IR de la fonction $f : x \mapsto \cos(x)\sin(x)$ est…	$F : x \mapsto \frac{1}{2}\tan^2(x)$	$F : x \mapsto \frac{1}{2}\sin^2(x)$	$F : x \mapsto \frac{1}{2}\cos^2(x)$
3	n est un nombre entier naturel non nul, la fonction $\varphi_n : x \mapsto x^n(2\ln x - 1)$ définie et dérivable sur $]0 ; +\infty[$ a pour dérivée $\varphi_n'(x) = \ldots$	$x^{n-1}(2\ln x - n + 1)$	$x^{n-1}(2n\ln x - n + 2)$	$nx^{n-1}(2\ln x - 1)$
4	La fonction $: x \mapsto a^x$ est strictement décroissante si…	$a \in [0 ; 1]$	$a \in]0 ; 1]$	$a \in]0 ; 1[$

EXERCICE 3 (2 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

(Δ) et (Δ') sont deux droites de représentations paramétriques respectives.

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t, \ (t \in IR) \\ z = t \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 3 + m \\ y = 3 - 2m, \quad (m \in IR) \\ z = 5 - 3m \end{cases}$$

1) Démontre que les droites (Δ) et (Δ') sont sécantes.

2) Démontre que le vecteur $\vec{U}\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ est normal aux droites (Δ) et (Δ').

3) Détermine une équation cartésienne du plan (P) défini par les droites (Δ) et (Δ').

EXERCICE 4 (5,5 points)

A) Soit la fonction g dérivable et définie sur IR^* par $g(x) = x^2 - 1 + ln|x|$.

1) Étudie le sens de variation de g et dresse son tableau de variation. (on ne calculera pas les limites)

2) a) Calcule $g(-1)$ *et* $g(1)$.

b) Justifie que $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[, \ g(x) > 0. \\ \forall x \in]-1; 0[\cup]0; 1[, \ g(x) < 0. \end{cases}$

B) On considère la fonction f définie et dérivable sur IR^* par $f(x) = x + 1 - \frac{ln|x|}{x}$, (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J). Unité graphique: OI = 2cm et OJ = 1cm

1) a) Calcule $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

b) Calcule $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ puis interprète graphiquement ces résultats.

2) a) Soit f' la fonction dérivée de f, vérifie que : $\forall x \in IR^*, f(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

b) Étudie le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation.

3) a) Démontre que la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à (C_f).

b) Étudie la position relative de (C_f) et (Δ).

c) Démontre que le point J est un centre de symétrie de (C_f).

4) Détermine les points A et B de (C_f) où les tangentes (T) et (T') respectivement en A et B sont parallèles à (Δ). on notera A le point d'abscisse positive.

EXERCICE 5 (3,5 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{I}, \vec{J})$.

A) On considère l'équation (E) : $z^3 = -10 - 9i\sqrt{3}$; $(z \in \mathbb{C})$

1) Vérifie que : $(2 - i\sqrt{3})^3 = -10 - 9i\sqrt{3}$.

2) On pose $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ tel que $j^3 = 1$.
   Démontre que $\bar{j}^3 = 1$.

3) a) Justifie que l'équation (E) est équivalente à l'équation :

   $(E') : \left(\frac{z}{2 - i\sqrt{3}} \right)^3 = 1$; avec $(z \in \mathbb{C})$.

   b) Déduis-en les solutions de l'équation(E).
   (On donnera les solutions sous forme algébrique)

B) On considère les points A, B et C d'affixes respectives :
   $z_A = 2 - i\sqrt{3}$, $z_B = \frac{1}{2} + i\frac{3\sqrt{3}}{2}$ et $z_C = -\frac{5}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

1) a) Démontre qu'une équation cartésienne de la droite (AC) est : $\sqrt{3}x + 9y + 7\sqrt{3} = 0$

   b) Vérifie que B n'appartient pas à la droite (AC)

2) Soit M (x ; y) un point du plan. H est le projeté orthogonal de M sur (AC).

   Démontre que $MH = \frac{|\sqrt{3}x + 9y + 7\sqrt{3}|}{2\sqrt{21}}$

3) Démontre que l'ensemble des points M tels que $2\sqrt{21}\,MB = |\sqrt{3}x + 9y + 7\sqrt{3}|$ est une parabole dont on précisera le foyer, la directrice et l'excentricité.

EXERCICE 6 (5 points)

Une société fabrique un produit d'entretien de plants de cacao. La quantité de production journalière doit respecter les consignes suivantes :

- le nombre de produits doit être un entier de quatre chiffres dont le chiffre des centaines est 4 et celui des dizaines 3 ;

- le choix des chiffres des milliers et des unités est laissé à l'appréciation du chargé de production.

Cependant, le nombre de produits doit pouvoir être conditionné dans un premier temps en deux lots de même quantité et dans un deuxième temps reconditionné en neuf lots de quantité identique. L'ex-chargé de production a été dessaisi de cette tâche pour non-respect des consignes.

Informé le nouveau chargé de production veut dresser la liste des nombres qui répondent aux consignes. Il te sollicite.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques détermine la liste des nombres de produits d'entretien de plants de cacao à produire.

Direction Régionale de l'Education Nationale et de l'Alphabétisation

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL **Durée : 4 H**
MARS 2022 **Coefficient : 4**

MATHEMATIQUES

SERIE : D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées : 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat devra se munir d'un (01) feuille de papier millimétré.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chaque proposition du tableau ci dessous, écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque ligne suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

N°	Propositions
1	Soient a un élément d'un intervalle K et f une fonction deux fois dérivables sur K. Si $f''(a) = 0$, alors le point de la représentation graphique de f d'abscisse a est un point d'inflexion.
2	Lorsque, dans une expérience aléatoire, on s'intéresse uniquement à la réalisation d'un certain événement S précisé, appelé succès ou à sa non réalisation $\overline{S}$, appelé échec, on dit que cette expérience correspond à une épreuve de Bernoulli.
3	Soit $z = a + ib$ un nombre complexe avec $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$, $\|z\| = \sqrt{a^2 - b^2}$
4	Soit z et z' deux nombres complexes non nuls , on a $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z') + k2\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, trois réponses **A**, **B**, et **C** sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste.
Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la réponse correcte.

N°	Énoncés	Réponses A	Réponses B	Réponses C
1	$\lim\limits_{x \to -\infty} \ln\left(\frac{x-2}{x+1}\right) = \ldots$	1	-2	0
2	Si f est une fonction dérivable et bijective sur $\mathbb{R}$ telle que $f(1) = 0$ et $f'(1) = -1$, alors f^{-1} est dérivable en 0 et on a $(f^{-1})'(0) = \cdots$	-1	0	1
3	L'équation : $x \in \mathbb{R}$, $(\ln x)^2 - 3\ln x + 2 = 0$ admet pour ensemble de solutions…	$\{-e^2; -e\}$	$\{e^2; e\}$	$\{1 ; 2\}$
4	Si A et B sont deux évènements indépendants d'un même univers tels que $P(A) = 0{,}7$ et $P(B) = 0{,}2$ alors $P(A \cap B) = \cdots$	$P(A \cap B) = 0{,}14$	$P(A \cap B) = 0{,}9$	$P(A \cap B) = 0{,}5$

EXERCICE 3 (3 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Unité 1 cm.

Soit le polynôme P défini par $P(z) = z^3 - (6 + i\sqrt{3})z^2 + (11 + 4i\sqrt{3})z - 6 - 3i\sqrt{3}$.

1) Justifie que 1 est un zéro de P.
2) a) Justifie que les racines carrées du nombre complexe $-2 - 2i\sqrt{3}$ *sont* $1 - i\sqrt{3}$ *et* $-1 + i\sqrt{3}$.
   b) Soit A et B deux points d'affixes respectives $z_A = 1 - i\sqrt{3}$ *et* $z_B = -1 + i\sqrt{3}$.
   Détermine la forme trigonométrique de $z_A = 1 - i\sqrt{3}$ *et* $z_B = -1 + i\sqrt{3}$.
   c) Place exactement les point A et B dans le plan complexe.
3) Résous dans C , l'équation $z^2 - (5 + i\sqrt{3})z + 6 + 3i\sqrt{3} = 0$.
4) Justifie que $P(z) = (z - 1)(z^2 - (5 + i\sqrt{3})z + 6 + 3i\sqrt{3})$.
5) En déduis dans C, les solutions de l'équation : $P(z) = 0$.

EXERCICE 4 (3 points)

1) Justifie qu'une primitive sur $\left[0 ; \frac{\pi}{4}\right]$ de la fonction $x \mapsto \frac{1}{\cos^2 x}$ est la fonction $x \mapsto \frac{\sin x}{\cos x}$.
2) Soit f une fonction définie sur $]-\infty ; -2[$ par $f(x) = \frac{-3x^3 - 8x^2 + 2x + 15}{(x+2)^2}$.
   a) Justifie que $\forall x \in]-\infty ; -2[$, $f(x) = -3x + 4 - \frac{2}{x+2} + \frac{3}{(x+2)^2}$.
   b) Détermine les primitives F de f sur $]-\infty ; -2[$.
   c) Détermine la primitive G de f sur $]-\infty ; -2[$ qui prend la valeur 1 en -3.
3) Calcule la limite de G en $-\infty$ et en -2 à gauche.

EXERCICE 5 (5 points)

A- Soit la fonction g dérivable et définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = 1 + x\ln x$.

1) Justifie que pour $\forall x \in]0 ; +\infty[$, $g'(x) = 1 + \ln x$ ou g' la dérivée de g.
2) Etudie le sens de variation de g puis dresse son tableau de variation. (on ne calculera pas les limites de g)
3) Déduis que $\forall x \in]0 ; +\infty[$, $g(x) > 0$.

B- On considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{1+x\ln x} \quad si\ x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
Unité graphique : 4 cm.

1) a) Calcule la limite de f en $+\infty$.

b) Justifie que f est continue en 0.

2) a) Etudie la dérivabilité de f en 0.

b) Donne une interprétation graphiquement du résultat.

3) On suppose que f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et on note f' sa dérivée.

a) Justifie que : $\forall x \in]0\,;+\infty[$, $f'(x) = \frac{1-x}{(1+x\ln x)^2}$.

b) Démontre que f est strictement croissante sur $]0\,;1]$ et strictement décroissante sur $[1\,;+\infty[$.

c) Dresse le tableau de variation de f.

4) a) Démontre qu'une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point O est $y = x$.

b) Justifie que : $\forall x \in]0\,;+\infty[$, $f(x) - x = \frac{-x^2\ln x}{g(x)}$.

c) Déduis la position relative de (C_f) et (T).

5) Construis (C_f) et (T) dans le même repère (O, I, J).

EXERCICE 6 (5 points)

Le commercial d'une société de fabrique d'alcootest projette de conquérir le marché de la côte d'Ivoire.

L'essai de son produit sur un échantillon de la population composée de 8% de personnes ivres a donné les résultats suivants :

*80% des personnes ivres sont déclarées positives à ce test ;

*95% des personnes non ivres sont déclarées négatives à ce test.

Pour la hiérarchie des forces de sécurité routière, un alcootest n'est fiable que si, sur la base des résultats du test d'essai, le nombre minimal de personnes à contrôler pour que la probabilité d'avoir au moins un test positif soit supérieur à 0,99 n'excède pas 50.

Perturbé par cette information, il se demande si son alcootest peut être accepté par les autorités compétentes. A la recherche de personne ressource, il te sollicite.

À l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, dis si le commercial peut réaliser son projet.