AVANT –PROPOS

Le contenu de ce document est conforme au programme de troisième défini par les institutions officielles en octobre 2009

Vous pourrez trouver dans ce document :

- Le cours détaillé par chapitre
- Des exercices et problèmes dont la majorité est corrigée.
- Des sujets de devoir, de composition et d'examen blanc
- Des Travaux Dirigés (TD) de Maths

Aux collègues et autres lecteurs.

Aucune œuvre humaine n'étant strictement parfaite, ce sera avec plaisir que je recevrais vos suggestions et critiques constructives par cet e_ mail : savadogo87@gmail.com ou par téléphone : 78 98 14 09/70 51 42 83/ 76 07 29 20

Aux élèves :

Travailler avec ce manuel vous permettra de vous familiariser avec les sujets types BEPC. Ainsi vous capitaliserez des savoir-faire qui vous permettront d'être prêt le jour – j. J'espère que ce manuel contribuera largement à votre réussite.

REMERCIEMENTS

- Dieudonné KOURAOGO, Inspecteur de mathématiques qui a lu le manuscrit et qui m'a beaucoup aidé à l'enrichir.

- Les professeurs Mahamadi NIAMPA ,Sévérin W TIEMTORE et Serge TIONOU, qui ont tous participé à l'élaboration des exercices et problèmes de ce document.

L'auteur

ISSAKA SAVADOGO

Tél :+226 78981409

+226 70514283

+226 76072920

e-mail :savadogo87@gmail.com

BONNE CHANCE

SOMMAIRE

Chapitre1 : Les nombres Réels

I)<u>Rappels sur les ensembles</u>

Les différents ensembles sont :

-ℕ est l'ensemble des entiers Naturels

ℕ= { 0 ; 1 ;2 ;3 ; 4 ;5………}

- ℤ est l'ensemble des entiers relatifs

$\mathbb{Z}=\mathbb{Z}^{+} \cup \mathbb{Z}^{-}$

ℤ ={ +6 ; -12 …….}

-𝔻 est l'ensemble des décimaux relatifs

$\mathbb{D}=\mathbb{D}^{+} \cup \mathbb{D}^{-}$

𝔻={ +4,5 ; -7,23……}

- ℚ est l'ensemble des nombres Rationnels

Ex : $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{-4}{9}$

-ℝ est l'ensemble des nombres réels

Ex : $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{13}$; 0 ; -1 ; 5 ;π

ℕ ⊂ ℤ ⊂ 𝔻 ⊂ ℚ ⊂ ℝ

<u>II) Intervalles de ℝ</u>

1)Activité

Tracer une droite graduée (D) (unité 1Cm)

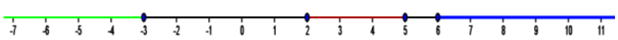
a)Placer les nombres suivants sur (D): -3 ; 2 ; 5 ; 6

b)Colorier en rouge la partie de la droite où se situent les nombres strictement compris entre 2 et 5

c) Colorier en vert la partie de la droite où se situent les nombres strictement inférieurs à -3

d) Colorier en bleu la partie de la droite où se situent les nombres strictement supérieurs à 6

<u>Réponse</u>



-Les nombres réels compris entre 2 et 5 forment un intervalle noté]2 ; 5[qui se lit "intervalle 2 à 5"

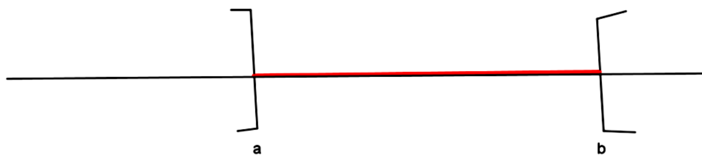
-les nombres inférieurs à -3 forment un intervalle noté]-∞ ; -3[qui se lit "moins infini à -3"

-les nombres strictements supérieurs à 6 forment un intervalle noté]6 ;+∞ [qui se lit "6 à plus infini "

2)Types d'intervalles

a)Intervalles Ouverts

Pour deux nombres réels a et b , l'ensemble des nombres réels x tel que a< x <b est un intervalle ouvert d'origine a et d'extrémité b . On note]a ;b[

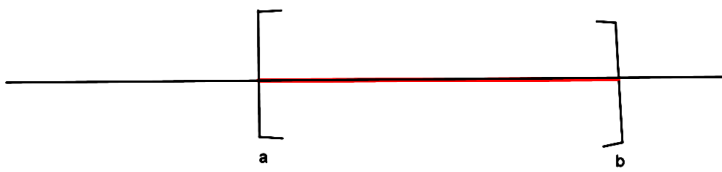


a et b n'appartiennent pas à l'intervalle]a ;b[

b) Intervalles fermés

Pour deux nombres réels a et b , l'ensemble des nombres réels x tel que a≤ x ≤b est un intervalle fermé d'origine a et d'extrémité b . On note [a ;b]

Sa représentation est :

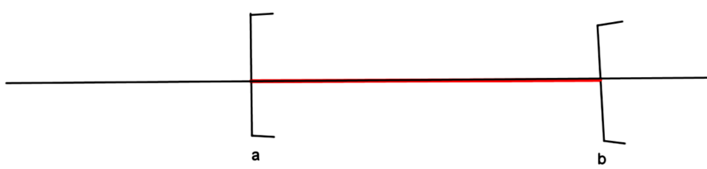


, a et b appartiennent à l'intervalle [a ;b]

c)Intervalle semi fermé (semi-ouvert)

Pour deux nombres réels a et b , l'ensemble des nombres réels x tel que a≤ x <b est un intervalle semi-fermé d'origine a et d'extrémité b . On note [a ;b[

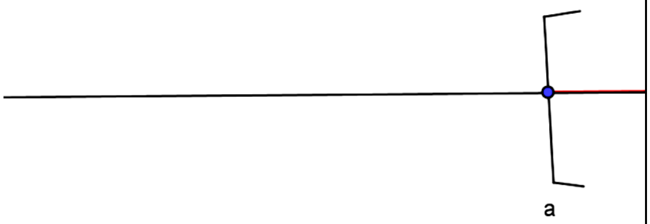
Sa représentation est :



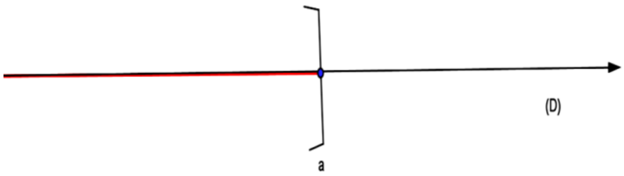
, a appartient à l'intervalle [a ;b[mais b ne l'appartient pas

d) Intervalle illimité

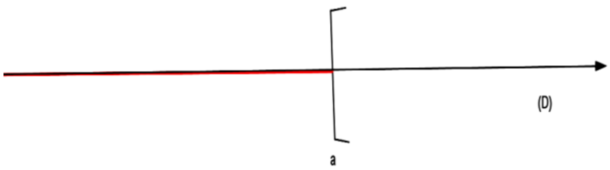
, a étant un réel, l'ensemble des réels x tel que x≥a est un intervalle illimité à droite contenant a. on note [a ; +∞[sa répresentation est :



l'ensemble des réels x tel que x≤a est un intervalle illimité à gauche contenant a. on note]-∞ ;a] sa représentation est :



l'ensemble des réels x tel que x<a est un intervalle illimité à gauche contenant a. on note [-∞ ;a[sa représentation est :



<u>Exercice d'application</u>

1) Ecrire sous forme d'intervalles , chacun des ensembles de nombres défini ci-dessous

a)-3 ≤x≤ $\frac{9}{2}$; b)17≤x ; c) x≥-5,3 ;
d) -6 < x< $\frac{13}{2}$ e) -4< x ≤11 f) x< -2

2) Traduire à l'aide d'une égalité l'appartenance de x a chacun des intervalles ci-dessous

a)xϵ[0 ; +∞[; b) xϵ[-45 ; $\frac{24}{3}$[; c) xϵ]-∞ ; 3[; d) xϵ[3 ; 15]

3)Donner la représentation graphique des intervalles suivants:

a) xϵ[1 ; +∞[; b) xϵ]-∞ ;-1[; c) xϵ]1; 4[

NB :Hachurer la partie non concernée par l'intervalle

<u>III)Encadrement</u>

1)Encadrement d'une somme

a)Propriété

Etant donné les réels a ; a' ; b ; b' ; x et x'

Si a< x <b et a'< x'< b' alors l'encadrement de x+x' est a+a'< x+x'< b+b'

Remarque : Pour tout réel m , si a< x <b alors a+m < x + m<b +m

b)Exemple

1)On donne -2< x <9 et 3< x' < 5 ; trouver l'encadrement de x+x'

2)On a : 3,14< π <3,15 trouver un encadrement de π+1 ; π-3

2)Encadrement d'un produit

a)Propriété

Etant donné les réels a ; a' ; b ; b' ; x et x'

Si a< x <b et a'< x'< b' alors l'encadrement de xx' est aa'< xx'< bb'

Remarque : Pour tout réel m positif si a< x <b alors am < x. m<b m

b)Exemple

on donne 3< x <4 et 9< y < 14 ; trouver l'encadrement de xy

3)Encadrement de l'opposé

Soit a< x <b.Encadrons l'opposé de x qui est –x

a< x <b ↔ (-1) .a> (-1). x >(-1) .b
↔ -a >–x >–b $\boxed{-b<- x <-a}$

Exemple: soit 4<y <7 ; donner un encadrement de –y

4)Encadrement d'une différence

Etant donné les réels a ; b ; c ; d ; x et y

Si a< x <b et c< y< d , pour trouver l'encadrement de x-y il faut :

- Savoir que x-y =x+(-y)
- Encadrer d'abord –y puis ensuite x+(-y)

c< y< d

-d< -y< -c

a< x <b alor $\boxed{a-d< x-y <b-c}$

Exemple : soient 1,5 < x <3 ; 0,4 < y <0,8 encadrer x-y

<u>IV) Valeur absolue – Distance</u>

1)Valeur absolue d'un nombre réel

a)Activité

Compléter le tableau suivant

,a	4	-5	7,4	-11,2	0
,a	-4	5	-7,4	11,2	0
|a|	3	5	7,4	11,2	0

b)Défintion

On appelle valeur absolue d'un nombre réel x le réel |x| définie par :

*|x|=x si x≥0

*|x|= -x si x≤0

Conséquences : Pour tout réel x on a :

|x|≥0

|x|=0 si x=0

X=0 si |x|=0

2)Ecriture d'une expression sans le symbole de valeur absolue

Pour écrire |ax +b| sans le symbole de valeur absolue il faut suivre le principe suivant :

|ax+b|=ax+b si ax+b≥ 0 c'est-à-dire si x≥ $\frac{-b}{a}$ ou si x∈ $[\frac{-b}{a};+\infty[$

|ax +b|=-(ax +b)=-ax-b si ax+b≤ 0 c'est-à-dire si x≤ $\frac{-b}{a}$ ou si x∈ $]-\infty;\frac{-b}{a}]$

On établit ensuite le tableau comme celui-ci-dessous :

x	-∞	$\frac{-b}{a}$	+∞
|ax+b|	-ax-b	0	ax+b

On donne en fin les réponses

Pour x ∈ $]-\infty;\frac{-b}{a}]$;|ax+b|=-ax-b

Pour x∈ $[\frac{-b}{a};+\infty[$;|ax+b|=ax+b

Exemple1 : Ecrire sans le symbole de valeur absolue : |2x+5| ; |-5x +1|

Exemple2 :Ecrire sans le symbole de valeur absolue

A=|2x-1|+|-x+4| ; B=|-1+x|+|5-2x|

On procède comme précédemment en étudiant intervalle par intervalle et on aboutit au tableau suivant :

X	-∞	$\frac{1}{2}$		4	+∞
|2x -1|	-2x +1	0	2x -1		2x -1
|-x+4|	-x+4		-x+4	0	x-4
|2x-1|+|-x+4|	-3x+5		x+3		3x-5

Pour x∊]-∞ ; $\frac{1}{2}$] A= -3x+5

Pour x∊[$\frac{1}{2}$; 4] A= x+3

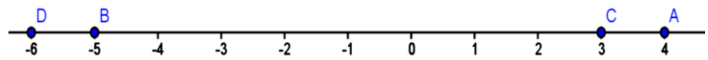
Pour x∊[4;+∞ [A= 3x-5

3) Distance entre deux réels

a)Activité

Soit (D) une droite graduée ; placer sur les points A ; B ; C et D tels A(+4) ; B(-5) ; C(+ 3) et D(-6).

Calculer les distances AB ; BC ; CD



Calculons :

AB=$|x_B - x_A|$=|-5-4| = |-9|=9

BC=$|x_C - x_B|$=|3+5| = |8|=8

CD=$|x_D - x_C|$=|-6-3| = |-9|=9

b) Définition

Soit a et b deux réels. On note A et B les points d'abscisses respectives a et b sur une droite graduée.

On appelle distance des réels a et b le réel |a-b| ; on le note d(a ;b). on a :

, d(a ;b)=|b-a|=AB

Remarque

*si a=b alors d(a ;b)=0

*si d(a ;b)=0 alors a=b

*d(a ;b)≥0

*d(a ;b)= d(b ;a)

EXERCICES

Exercice1

Calculer la distance des nombres a et b dans chacun des cas suivants :

1)a=-3,4 et b=-2

2)a=5 et b=-10,5

3)a=8 et b=6

Exercice2

1) Choisir la bonne réponse :

-si 11< $3x-3<12$ alors

a) $\frac{14}{3}<x<5$ b) $\frac{11}{3}<x<4$

c) $\frac{8}{3}<x<3$

-si 1< $-4x+3<2$ alors

a) $\frac{1}{4}<x<\frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{-4}<x<-1$

c) 1< $x<\frac{5}{4}$

2-si -4< $\frac{9+x}{2}<-3$ alors

a) -17< $x<-15$ b) 1< $x<2$

c) -11< $x<\frac{-21}{2}$

2) Ecrire sous forme d'intervalles les ensembles suivants:

a) L'ensemble des réels x tel que $-9<x\leq 2$

b) L'ensemble des réels x tel que $x\geq -2$

3) Ecrire plus simplement :

a) x∈ $]-\infty;3[\cap[0;+\infty[$

b) x∈ $]1;+\infty[\cup\left[\frac{-7}{4};4\right]$

4) Traduire à l'aide d'inégalité les ensembles suivants

a) x ∈ $]-\infty;3]$ b) x ∈ $[4{,}28\,;4{,}3]$

c) y ∈ [-3 ;+∞[

Exercice n°3

On donne : a = - $\frac{3}{5}$ et b = $\frac{2}{3}$

Calculer :

a + b ; a – b ; b – a ; a^2+b^2 ; $(a+b)^2$; a^2-b^2; $(a-b)^2$; $\frac{a}{b}$; $\frac{b}{a}$; $(\frac{a}{b})^2$; a x b , $a^2 \times b^2$; $(a \times b)^2$

Exercice n°4

On donne a = 2b – 3 et b = $\frac{5-3c}{2}$

Calculer a pour chacune des valeurs suivantes

de c

$\frac{1}{3}$; - $\frac{1}{3}$; -2 ; 5 ; 12 ; - 17 ; 0

Exercice n°5

Ecrire sous forme d'intervalles :

1) L'ensemble des réels x tels que – 3 ≤x ≤ 5
2) L'ensemble des réels x tel que x ≥$\frac{1}{2}$
3) L'ensemble des réels x tel que – 2 ≤ x< 8
4) L'ensemble des réels x tel que $\frac{4}{7}$< x < 8
5) L'ensemble des réels x tel que x < 1
6) $\mathbb{R}^+$
7) $\mathbb{R}^-$

Exercice n°6

Représenter sur une droite graduée l'ensemble des réels x dans chacun des cas suivants :

1) X ≥ 5 2) x < 0 ;

3) x >7 et 5 < x ; 4) 2 ≤ x < 5

5) - $\frac{1}{3}$< x < 3 6) x ≥ -3 ou x ≤ -5 ;

7) x> 1 ou x ≤ - 4.

Exercice n° 7

Trouver un encadrement de x sachant que :

a) 1< 2 x + 3< 2 ; b) 6 ≤ $\frac{3}{2}$x -1 ≤ 8 ;

c) – 5 < 4x + 1 < 2

d) $-6 < 4 - 8x < -1$; e) $3 < \frac{7x}{3} - 4 < 5$; f) $3 < \frac{7x-4}{3} < 5$

Exercice n°8

Un nombre y vérifie $-\frac{1}{4} \leq y < \frac{3}{5}$

Ecrire les encadrements pour :

$y + 5$; $y - \frac{1}{4}$; $-y$; $-2y - 1$; $\frac{1}{4}y - 4$

Exercice n° 9

Ecrire le plus simplement possible

$[-1\,;2] \cup [-3\,;0]$;

$[-1\,;2[\cup]-2\,;0]$;$[-3\,;-1[\cup [-3\,;4[$;

$[-1\,;3[\cap [1\,;5]$;

$[-1\,;0[\cap \left[-\frac{1}{2};+\infty\right[$; $]-\infty\,;4] \cup]-2\,;+\infty]$;

$]-\infty\,;-3] \cup]-\infty\,;-2]$; $]-\infty\,;-1] \cup]-6;1[$

Exercice n° 10

Sur une droite graduée, placer les points A (-3) ; B (0) ; C (2) et D (9)

Calculer AB ; AC ; BC ; BB ; AD et DA

Exercice n° 11

Le rayon r d'un cercle, mesuré au millimètre près, est donné par l'encadrement :

$3,8 < r < 3,9$

Donner un encadrement du périmètre P du cercle et de la mesure de l'aire A du disque engendré par ce cercle.

On donne : $3,14 < \pi < 3,15$

Exercice n° 12

Un train doit parcourir 600 km en 5 h, à vitesse constante. Un retard ou une avance de 5 minutes est toléré(e). Chercher entre quelles limites doit se situer la vitesse du train.

Exercice n° 13

Ecrire sans le symbole de la valeur absolue les expressions suivantes :

A = $|x+1|$; $B = |2x+7|$;

C = $|x+1| + |2x+7|$;

D = $|4x+8| + |-2x-6|$;

E = $|3x+2| - |-9-3x|$

Exercice n° 14

A et B sont les points d'abscisses respectives 3 et -3 d'une droite graduée. M est le point d'abscisse x.

1) Exprimer AM + 2BM en fonction de x.
2) A l'aide d'un tableau, exprimer le résultat précédent sans le symbole de la valeur absolue.
3) Déterminer le ou les points M tels que AM + 2BM = 6.

CORRIGE

Exercice1

Calculons la distance des nombres a et b dans chacun des cas suivants :

1)d(a ;b)=|-3,4-(-2)|=1,4

2)d(a ;b)=|5-(-10,5)|=5,5

3)d(a ;b)=|8-6|=2

Exercice2

1)Choisissons la bonne réponse :

-si $11 < 3x - 3 < 12$ alors

a) $\frac{14}{3} < x < 5$

-si $1 < -4x + 3 < 2$ alors

a) $\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$

-si $-4 < \frac{9+x}{2} < -3$ alors

a) $-17 < x < -15$

2)Ecrivons sous forme d'intervalles les ensembles suivants:

a)L'ensemble des réels x tel que $-9 < x \leq 2$ équivaut à $x \epsilon]-9; 2]$

b)L'ensemble des réels x tel que $x \geq -2$ équivaut à $x \epsilon [-2; +\infty[$

3)Ecrivons plus simplement :

a)x∈ $]-\infty; 3[\cap [0; +\infty[$ signifie que $x \epsilon [0; 3[$

b) b) x∈ $]1; +\infty[\cup \left[\frac{-7}{4}; 4\right]$ signifie que $x \epsilon [\frac{-7}{4}; +\infty[$

4)Traduisons à l'aide d'inégalité les ensembles suivants

a)x ∈ $]-\infty; 3]$ équivaut à x≤ 3

b) x ∈ $[4{,}28 ; 4{,}3]$ équivaut à $4{,}28 \leq x \leq 4{,}3$

c) y ∈ [-3 ;+∞[équivaut à $y \geq -3$

Exercice 3

On donne : $a = -\frac{3}{5}$ $b = \frac{2}{3}$

Calculons:

$a + b = -\frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{-9+10}{15}$

$\boxed{\mathbf{a + b = \frac{1}{15}}}$

$b - a = \frac{2}{3} - (-\frac{3}{5}) = \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{10+9}{15}$

$\boxed{b - a = \frac{19}{15}}$

$a - b = -\frac{3}{5} - \frac{2}{3} = \frac{-9-10}{15}$

$\boxed{\mathbf{a - b = \frac{-19}{15}}}$

$a^2 + b^2 = (-\frac{3}{5})^2 + (\frac{2}{3})^2 = \frac{9}{25} + \frac{4}{9} = \frac{81+100}{225}$

$\boxed{a^2 + b^2 = \frac{181}{225}}$

$(a + b)^2 = (-\frac{3}{5} + \frac{2}{3})^2 = (\frac{1}{15})^2$

$\boxed{(a + b)^2 = \frac{1}{225}}$

$a^2 - b^2 = (-\frac{3}{5})^2 - (\frac{2}{3})^2 = \frac{9}{25} - \frac{4}{9} = \frac{81-100}{225}$

$\boxed{a^2 - b^2 = (\frac{-19}{225})}$

$(a - b)^2 = (-\frac{3}{5} - \frac{2}{3})^2 = (-\frac{-19}{15})^2$

$\boxed{(a - b)^2 = \frac{361}{225}}$

$\frac{a}{b} = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{2}{3}} = \frac{-3}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{-9}{10}$

$\boxed{\mathbf{\frac{a}{b} = \frac{-9}{10}}}$

$\frac{b}{a} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{-3}{5}} = (\frac{2}{3}) \times (-\frac{5}{-3}) = -\frac{10}{9}$

$\boxed{\mathbf{\frac{b}{a} = -\frac{10}{9}}}$

$\frac{b^2}{a^2} = \frac{(\frac{2}{3})^2}{(\frac{-3}{5})^2} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{9}{25}} = \frac{4}{9} \times \frac{25}{9}$

$\boxed{\mathbf{\frac{b^2}{a^2} = \frac{100}{81}}}$

$(\frac{a}{b})^2 = (\frac{\frac{-3}{5}}{\frac{2}{3}}) = (-\frac{9}{10})^2$

$\boxed{(\frac{a}{b})^2 = (\frac{81}{100})}$

a x b = $-\frac{3}{5} \times \frac{2}{3}$

a x b = $\frac{-6}{15}$

$\boxed{\mathbf{a \times b = \frac{-2}{5}}}$

a² x b² = $(\frac{-3}{5})^2 \times (\frac{2}{3})^2 = \frac{9}{25} \times \frac{4}{9} = = \frac{36}{225}$

$\boxed{\mathbf{a^2 \times b^2 = \frac{4}{25}}}$

(a x b)² = $(\frac{-3}{5} \times \frac{2}{3})^2 = (\frac{-6}{15})^2 = \frac{36}{225}$

(a x b)² = $\frac{4}{25}$

Exercice n°5

1) L'ensemble des réels x tels que – 3 ≤x ≤ 5
   X ∈ [-3 ; 5]
2) L'ensemble des réels x tel que x ≥ $\frac{1}{2}$
   X ∈ [$\frac{1}{2}$; + ∞[
3) L'ensemble des réels x tel que – 2 ≤ x < 8
   X ∈ [-2 ; 8 [
4) L'ensemble des réels x tel que $\frac{4}{7}$< x < 8
   X ∈] $\frac{4}{7}$; 8 [
5) L'ensemble des réels x tel que x < 1
   X ∈] - ∞ ; 1 [
6) ℝ⁺
   X ∈ [0 ; + ∞[
7) ℝ⁻
   X ∈]- ∞ ; 0]

Exercice n°7

Trouvons un encadrement de X dans chaque cas :

a) 1< 2 X + 3<2 $\longmapsto$ 1-3 <2X< 2-3 $\longmapsto$ -2 < 2X< -1 $\longmapsto$ $-\frac{2}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{-1}{2}$ $\longmapsto$ -1 <X < $\boxed{\mathbf{-1 < x < -\frac{1}{2}}}$

b) 6 ≤ $\frac{3}{2}$X – 1 ≤ 8 $\longmapsto$ 6 + 1 ≤ $\frac{3}{2}$X ≤ 8 + 1 $\longmapsto$ 7 ≤ $\frac{3}{2}$X ≤ 9 $\longmapsto$ $\frac{7}{\frac{3}{2}} \leq \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} x \leq \frac{9}{\frac{3}{2}}$ $\longmapsto$ $\frac{14}{3} \leq x \leq 6$

$\boxed{\mathbf{\frac{14}{3} \leq x \leq 6}}$

c) – 5 < 4x + 1 < 2 $\longmapsto$ -5 – 1 < 4 x< 2 -1 $\longmapsto$ - 6 < 4 x< 1

$\longmapsto \frac{-6}{4}<\frac{4x}{4}<\frac{1}{4}$

$\longmapsto -\frac{3}{2}<x<\frac{1}{4}$

$\boxed{-\frac{3}{2}<x<\frac{1}{4}}$

d) $-6<4-8x<-1 \longmapsto -6-4<-8x<-1-4$

$\longmapsto -10<-8x<-5$

$\longmapsto 5<8x<10$

$\longmapsto \frac{5}{8}<\frac{8}{8}x<\frac{10}{8}$

$\longmapsto \frac{5}{8}<x<\frac{5}{4}$

$\boxed{\frac{5}{8}<x<\frac{5}{4}}$

e) $3<\frac{7}{3}x-4<5 \longmapsto 3+4<\frac{7x}{3}<5+4$

$\longmapsto \frac{7}{\frac{7}{3}}<\frac{\frac{7x}{3}}{\frac{7}{3}}<\frac{9}{\frac{7}{3}}$

$\longmapsto 3<x<\frac{27}{7}$

$\boxed{3<x<\frac{27}{7}}$

f) $3<\frac{7x-4}{3}<5 \longmapsto 3 \times 3<\left(\frac{7x-4}{3}\right) \times 3<3 \times 5$

$\longmapsto 9<7x-4<15$

$\longmapsto 9+4<7x<15+4$

$\longmapsto 13<7x<19$

$\longmapsto \frac{13}{7}<\frac{7x}{7}<\frac{19}{7}$

$\longmapsto \frac{13}{7}<x<\frac{19}{7}$

$\boxed{\frac{13}{7}<x<\frac{19}{7}}$

<u>Exercice n°8</u>

Sachant que $-\frac{1}{4} \le y<\frac{3}{5}$, donnons un encadrement des expressions suivantes

$-\frac{1}{4} \le y<\frac{3}{5} \longmapsto -\frac{1}{4}+5 \le y+5<\frac{3}{5}+5$

$\longmapsto \frac{19}{4} \le y+5<\frac{28}{5}$

$\boxed{\frac{19}{4} \le y+5<\frac{28}{5}}$

$-\frac{1}{4} \le y<\frac{3}{5} \longmapsto -\frac{1}{4}-\frac{1}{4} \le y-\frac{1}{4}<\frac{3}{5}-\frac{1}{4}$

$\longmapsto -\frac{1}{2} \le y-\frac{1}{4}<\frac{7}{20}$

$\boxed{-\frac{1}{2} \le y-\frac{1}{4}<\frac{7}{20}}$

$-\frac{1}{4} \le y<\frac{3}{5} \longmapsto -\frac{3}{5}<-y \le \frac{1}{4}$

$\boxed{-\frac{3}{5}<-y \le \frac{1}{4}}$

$-\frac{1}{4} \le y<\frac{3}{5} \longmapsto -\frac{3}{5}<-y \le \frac{1}{4}$

$\longmapsto 2 \times \left(-\frac{3}{5}\right)<-2y \le 2 \times \left(\frac{1}{4}\right)$

$\longmapsto -\frac{6}{5}<-2y \le \frac{1}{2}$

$\longmapsto -\frac{6}{5}-1<-2y-1 \le \frac{1}{2}-1$

$\longmapsto -\frac{11}{5}<-2y-1 \le -\frac{1}{2}$

$\boxed{-\frac{11}{5}<-2y-1 \le -\frac{1}{2}}$

$-\frac{1}{4} \le y<\frac{3}{5} \longmapsto \frac{1}{4} \times \left(-\frac{1}{4}\right) \le \frac{1}{4}y<\frac{1}{4} \times \left(\frac{3}{5}\right)$

$\longmapsto -\frac{1}{16} \le \frac{1}{4}y<\frac{3}{20}$

$\longmapsto -\frac{1}{16}-4 \le \frac{1}{4}y-4<\frac{3}{20}-4$

$\longmapsto$ $-\frac{65}{16} \leq \frac{1}{4}y - 4 < -\frac{77}{20}$

$\boxed{-\frac{65}{16} \leq \frac{1}{4}y - 4 < -\frac{77}{20}}$

Calculons :

AB = $|x_B - x_A|$
= |0 – (-3)|
= |3|

AB = 3

AC = $|x_C - x_A|$
= |2- (-3)|
= |2+3|
= |5|

AC = 5

BC = $|x_C - x_B|$
= |2- 0|
= | 2|

BC = 2

BB = $|x_B - x_B|$
= |0- 0|
= |0|

BB =0

AD = $|x_D - x_A|$

Exercice n°10

= |9 - (-3)|
= |9+ 3|
= |12|

AD = 12

DA = $|x_A - x_D|$
= |-3 - 9|
= |-12|

AD=12

Exercice n°11

L'encadrement du périmètre:

3,8 < r < 3,9 et 3,14 < π 3,15
2 x 3,8 < 2 r < 2 x 3,9
7,6 < 2r < 7,8
3,14 x 7,6 < 2 π r < 3,15 x 7,8

23,864 < p < 24,570

L'encadrement de l'aire A

$(3,8)^2 < r^2 < (3,9)^2$
$14,44 < r^2 < (15,21)$
$3,14 \times 14,44 < \pi r^2 < 3,15 \times 15,21$

45,3416<A<47,9115

Exercice12

Trouvons un encadrement de la vitesse du train (v) en km/h)

Par définition $v = \frac{d}{t}$

5mn = $\frac{1}{12}$h

$5 - \frac{1}{12} \leq t \leq 5 + \frac{1}{12}$

$\frac{59}{12} \leq t \leq \frac{61}{12}$

$\frac{12}{61} \leq \frac{1}{t} \leq \frac{12}{59}$

$\frac{12}{61} \times d \leq d \times \frac{1}{t} \leq \frac{12 \times d}{59}$

$\frac{12d}{61} \leq \frac{d}{t} \leq \frac{12d}{59}$

$\boxed{118 \leq v \leq 122}$

La vitesse du train est donc comprise entre 118 km/h et 122km/h

Exercice13

Ecrivons sans le symbole de la valeur absolue les expressions suivantes :

A = $|x + 1|$

$|x + 1| = x + 1$ si $x + 1 \geq 0$

$\longmapsto$ $x \geq -1$

$|x + 1| = -x - 1$ si $x + 1 \leq 0$

$\longmapsto$ $x \leq -1$

Pour $x \in [-1 ; +\infty[$; A = x +1

Pour x∈] -∞ ; 1] ; A = - x– 1

B= $|2x + 7|$

$|2x + 7| = 2x + 7$ si $x \geq -\frac{7}{2}$

$|2x + 7| = -2x - 7$ si $x \leq -\frac{7}{2}$

Pour $x \in \left[\frac{-7}{2}; +\infty\right[$;B = $2x + 7$

Pour $x \in \left]-\infty; -\frac{7}{2}\right]$;B = $-2x - 7$

C = $|x + 1| + |2x + 7$

C = A + B

x	$-\infty$	$\frac{-7}{2}$	-1	$+\infty$
$\lvert x+1\rvert$	$-x-1$	$-x-1$	$x+1$	
$\lvert 2x+7\rvert$	$-2x-7$	$2x+7$	$2x+7$	
C	$-3x-8$	$x+6$	$3x+8$	

Pour $x \in]-\infty ; -\frac{7}{2}]$ C = $-3x$ - 8

Pour $x \in [-\frac{7}{2} ; -1]$;C = x +6

Pour $x \in [-1 ; +\infty[$;C = $3x$+ 8

D = $|4x + 8| + |-2x - 6|$

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$
$\lvert 4x+8\rvert$	$-4x-8$	$-4x-8$	$4x+8$	
$\lvert -2x-6\rvert$	$-2x-6$	$2x+6$	$2x+6$	
D	$-6x-14$	$-2x-2$	$6x+14$	

Pour x ∈]-∞ ; - 3];D = $-6x-14$

Pour $x \in [-3 ; -2]$;D = $-2x$ - 2

Pour $x \in [-2 ; +\infty[$; D = 6x+ 14

E = $|3x + 2| - |9 - 3x|$

$|3x + 2| = 3x + 2$ si $3x + 2 \geq 0$

⟼ $x \geq -\frac{2}{3}$

$|3x + 2| = -3x - 2$ si $3x + 2 \leq 0$

⟼ $x \leq -\frac{2}{3}$

$|9 - 3x| = 9 - 3x$ si $9 - 3x \geq 0$

⟼ $x \leq 3$

$|9 - 3x| = -9 + 3x$ si $9 - 3x \leq 0$

⟼ $x \geq 3$

x	$-\infty$	$\frac{-2}{3}$	3	$+\infty$
$\lvert 3x+2\rvert$	$-3x-2$	$3x+2$	$3x+2$	
$\lvert 9-3x\rvert$	$9-3x$	$9-3x$	$9+3x$	
E	-11	$6x-7$	11	

Pour x∈]-∞ ; $-\frac{2}{3}$] ;E = -11

Pour $x \in [-\frac{2}{3} ; 3]$; E = $6x$ -7

Pour $x \in [3 ; +\infty[$; E = 11

Exercice14

1) Expression de AM + 2 BM en fonction de x.

AM = $|x_M - x_A| = |x - 3|$

BM = $|x_M - x_B| = |x + 3|$

AM + 2 BM = $|x - 3| + 2|x + 3|$

2) Exprimons le résultat sans le symbole de la valeur absolue.

AM + 2 BM = $|x - 3| + 2|x + 3|$

$|x - 3| = x - 3$ si $x - 3 \geq 0$

⟼ $x \geq 3$

$|x - 3| = -x + 3$ si $x - 3 \leq 0$

⟼ $x \leq 3$

$|x + 3| = x + 3$ si $x + 3 \geq 0$

⟼ $x \geq -3$

$|x + 3| = -x - 3$ si $x + 3 \leq 0$

⟼ $x \leq -3$

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$
$\lvert x-3\rvert$	$-x+3$	$-x+3$	$x-3$	
$2\lvert x+3\rvert$	$-2x-6$	$2x+6$	$2x+6$	
AM+ 2BM	$-3x-3$	$x+9$	$3x+3$	

Pour $x \in]-\infty ; -3]$; AM + 2BM =-3x-3

Pour $x \in [-3; 3]$;AM + 2BM = $x + 9$

Pour $x \in [3 ; +\infty[$;AM + 2BM = $3x + 3$

3) Déterminons le ou les points M tels que AM+2BM = 6

sur]-∞ ; - 3] ; AM + 2BM = 6

⟼ $-3x - 3 = 6$

⟼ $-3x = 9$

⟼ x= -3

Pour [-3; 3]; AM + ~~2BM~~ = 6

$x + 9 = 6$

⟼ $x = -3$

Pour [3 ; + ∞[AM + ~~2BM~~ = 6

$3x + 3 = 6$

⟼ $3x = 3$

⟼ x= 1 or 1 ∉ [3; + ∞[

Le point M tel que AM + 2BM = 6 est le point d'abscisse -3

I)Produit d'un vecteur par un réel

1)Activité

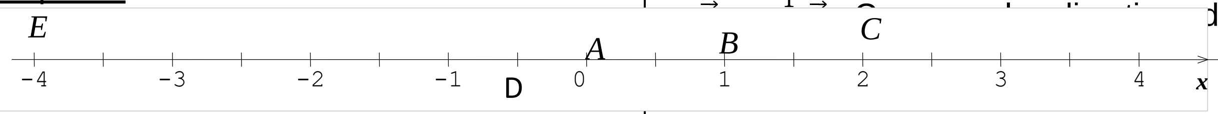
A et B sont deux points de la droite graduée tel que AB = 2cm (unité 1 cm)

a)Construire les points C et D tel que $\overrightarrow{AC}$=2$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ = -$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

b)Donner l'abscisse de chacun des points C et D dans le repère (A ; B)

c)Place le point E d'abscisse -4 dans le repère (A ; B) et donner $\overrightarrow{AE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$

Réponse



b)L'abscisse de C est 2

L'abscisse de D est - $\frac{1}{2}$

c) $\overrightarrow{AE}$ $=-4\overrightarrow{AB}$

2) Définition

A et B étant deux points distincts du plan ; k étant un réel quelconque . k$\overrightarrow{AB}$ désigne un vecteur $\overrightarrow{AC}$ où C est le point d'abscisse k dans le repère (A ; B) .

Soit $\vec{u}$ un vecteur du plan de répresentant (A ; B)

Si $\overrightarrow{AB}$ = $\vec{u}$ alors k$\overrightarrow{AB}$=k$\vec{u}$

Le vecteur k$\vec{u}$ est appelé produit du vecteur $\vec{u}$ par un réel k

REMARQUE

- Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ont même direction
- Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ont même sens si k>0
- Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont de sens contraire si k< 0
- $\overrightarrow{AC}$ =|k|. $\overrightarrow{AB}$
- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ peut change d'orgine

3) Propriétés

Pour tous réels x et y et pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$

. x($\vec{u}$ + $\vec{v}$) = x$\vec{u}$ + x$\vec{v}$

.$x\,\vec{u}$ + y$\vec{u}$ = (x+y). $\vec{u}$

.x($y\vec{u}$)= (xy) $\vec{u}$

Exercice d'application

Placer A ; B ; C trois points du plan non alignés. Soit M le point du plan tel que :

$\overrightarrow{AM}$ = ($\overrightarrow{AB}$ + $\overrightarrow{AC}$) + 3($\overrightarrow{BC}$ + 2$\overrightarrow{CA}$)

Réduire l'expression du vecteur $\overrightarrow{AM}$ puis placer M.

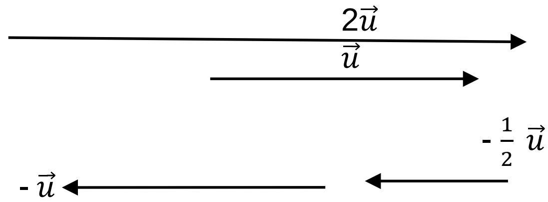
II) Caractérisation d'un alignement de trois points

1)Vecteurs colinéaires

a)Activité

Tracer un vecteur $\vec{u}$ puis construire 2 $\vec{u}$; -

de



On remarque que les vecteurs ont tous la même direction. On dit qu'ils sont colinéaires

b) Définition

Etant donné deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls ; s'il existe un réel k tel que $\vec{v}$ = k$\vec{u}$; on dit que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

Remarque : Le vecteur nul ($\vec{o}$) est colinéaire à tout vecteur

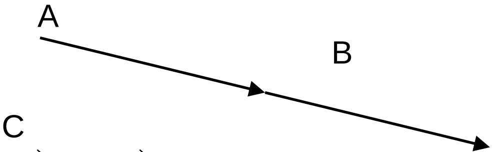
2) Caractérisation d'un alignement de trois points

a) Activité

Placer deux points A et B dans le plan ; construire le vecteur $\overrightarrow{AC}$ tel que $\overrightarrow{AC}$ =2 $\overrightarrow{AB}$

1) Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}$?
2) Que peut-on dire des points A ; B ;C ?

Réponse

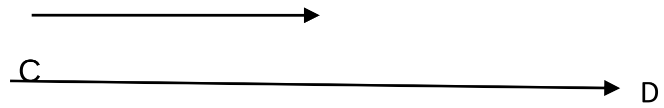


$\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires

Les points A ; B et C sont alignés
b) Propriété
Soient trois points A ; B et C
Si $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires alors A ; B et C sont alignés
Si les points A ; B et C sont alignés alors les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

<u>III)caractérisation du parallélisme de deux droites</u>
1)Activité
Placer trois points A ; B et C non alignés puis construire le vecteur $\overrightarrow{CD}$ tel que $\overrightarrow{CD}$ = 2 $\overrightarrow{AB}$
a)Que peut-on dire de $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$?
b) Que peut-on dire de (CD) et (AB) ?
<u>Réponse</u>

A B



D
$\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires
(CD) et (AB) sont parallèles
2)Propriété
- Si $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont deux vecteurs colinéaires et non nuls alors les droites(CD) et (AB) sont parallèles
- Si les droites(CD) et (AB) sont parallèles alors $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont deux vecteurs colinéaires et non nuls
Remarque :
- Si deux vecteurs non nuls sont colinéaires alors ils ont même direction
- Si Si deux vecteurs non nuls ont même direction alors ils sont colinéaires

EXERCICES

<u>Exercice1</u>
On donne les égalités vectorielles suivantes :
Exprimer en fonction de $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{IJ}$ les sommes vectorielles suivantes :
a)$\overrightarrow{KL}$+$\overrightarrow{MN}$+$\overrightarrow{PQ}$ b)2$\overrightarrow{MN}$-3$\overrightarrow{KL}$-$\overrightarrow{PQ}$ c)$\frac{1}{2}\overrightarrow{KL}-\frac{2}{3}\overrightarrow{MN}+\frac{1}{4}\overrightarrow{PQ}$ sachant que
$\overrightarrow{KL}$=-$\frac{2}{3}\overrightarrow{EF}$+$\overrightarrow{IJ}$; $\overrightarrow{MN}$=3$\overrightarrow{EF}$-2$\overrightarrow{IJ}$; $\frac{2}{3}\overrightarrow{PQ}$=$\frac{5}{4}\overrightarrow{EF}$

<u>Exercice2</u>
E et F sont deux points du plan. Construire le point M tel que 3$\overrightarrow{EM}$+5$\overrightarrow{FM}$=$\vec{0}$

<u>Exercice3</u>
Soit un triangle OAB tel que OB=6cm ; OA=5cm et AB=4cm.
a)Faire une figure
b)Placer les point M et N tels que $\overrightarrow{OM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{OA}\ et\ \overrightarrow{ON}=\frac{3}{2}\overrightarrow{OB}$
c)Trouver le réel k tel que$\overrightarrow{MN}=k\overrightarrow{AB}$.
d)Donner en justifiant la position relative de (MN) et (AB)

<u>Exercice n° 4</u>
Simplifier les écritures suivantes :
a) 3.(2.$\vec{u}$); (-5); ($\frac{1}{3}\vec{u}$) ; -1.(2.$\vec{u}$)
b) 2.$\vec{u}+\frac{1}{3}\vec{u}$; $\frac{1}{5}\vec{u}-\vec{u}$; $\frac{3}{2}$ ($\frac{2}{3}\vec{u}$) +$\frac{4}{5}$ ($\frac{1}{2}$. $\vec{u}$)
c) $\frac{3}{5}$. $(\vec{u}+\vec{v})$; $\frac{1}{5}(\vec{u}-\vec{v})$; -2.$(\vec{\imath}+\vec{\jmath})$ + 3.$(-2.\vec{\jmath})$

<u>Exercice n° 5</u>
1) On donne : $\vec{u}=2.\vec{\imath}+3\vec{\jmath}$
$v=\frac{1}{2}\vec{\imath}$ + 5$\vec{\jmath}$
$\vec{w}$ = -3$\vec{\imath}$ - 2$\vec{\jmath}$

Exprimer les vecteurs suivants en fonction de $\vec{\imath}\,et\,\vec{\jmath}$
$\vec{u}$ + $\vec{v}$ + $\vec{w}$
$\vec{u}$ - $\vec{v}$ + $\vec{w}$

$\vec{u}$ - $\vec{v} - \vec{w}$

$2\vec{u} + 3\,\vec{v}$ - $\frac{1}{2}\vec{w}$

$\frac{1}{2}\vec{u}$ - $2\vec{v}$ + $\vec{w}$

2) On donne $\vec{u} = 3\vec{v}$ et $2\vec{v}$ = $5\vec{w}$

Exprimer $\vec{u}\, en\ fonction\ de\ \ \vec{w}$

<u>Exercice n° 6</u>

A et B sont deux points d'une droite graduée d'abscisses X_A = -2 et X_B = 2

G est le point telque$5\overrightarrow{GA}$ - $\overrightarrow{GB}$ = $\vec{0}$

Exprimer $\overrightarrow{GA}\ en\ fonction$ de $\overrightarrow{AB}$

.<u>Exercice n° 7</u>

Marquer trois points distincts A, B et C. construire le point D tel que

$\overrightarrow{AD}$ = $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

Que représente le point D pour le segment $[BC]$? Justifier

Construire E tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\,(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

Que représente E pour le triangle ABC ? Justifier

<u>Exercice n°8</u>

On considère le parallélogramme ABCD. Montrer que :

$\overrightarrow{AC}$ +$\overrightarrow{DB}$ = $2\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$ + $\overrightarrow{DB}$ = $2\overrightarrow{AB}$

<u>Exercice n° 9</u>

On donne trois points distincts A, B, C. Construire les points B' et C' tels que

$\overrightarrow{BB'}$ =2.$\overrightarrow{AB}$et $\overrightarrow{CC'} = 2.\,\overrightarrow{AC}$

Démontrer que $\overrightarrow{B'C'}$ = $3\overrightarrow{BC}$

CORRIGE

<u>Exercice1</u>

Exprimons en fonction de $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{IJ}$ les sommes vectorielles suivantes :

a)$\overrightarrow{KL}$+$\overrightarrow{MN}$+$\overrightarrow{PQ}$ =$\frac{-3}{2}\overrightarrow{EF}$+$\overrightarrow{IJ}$+$3\overrightarrow{EF}$-$2\overrightarrow{IJ}$+$\frac{5}{6}\overrightarrow{EF}$

$$= \left(-\frac{3}{2} + 3 + \frac{5}{6}\right)\overrightarrow{EF} + (1-2)\overrightarrow{IJ} = \frac{19}{6}\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{IJ}$$

b)$2\overrightarrow{MN}$-$3\overrightarrow{KL}$-$\overrightarrow{PQ}$ =$\frac{43}{6}\overrightarrow{EF} - 7\overrightarrow{IJ}$

c)$\frac{1}{2}\overrightarrow{KL} - \frac{2}{3}\overrightarrow{MN} + \frac{1}{4}\overrightarrow{PQ}$=-$\frac{17}{8}\overrightarrow{EF} + \frac{11}{6}\overrightarrow{IJ}$

<u>Exercice2</u>

On a 3EM+5FM=0 implique que

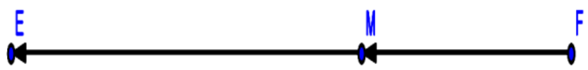
$3(\overrightarrow{EF}$+$\overrightarrow{FM})$+$5\overrightarrow{FM}$=$\vec{0}$

$3\overrightarrow{EF}$+$3\overrightarrow{FM}$+$5\overrightarrow{FM}$=$\vec{0}$

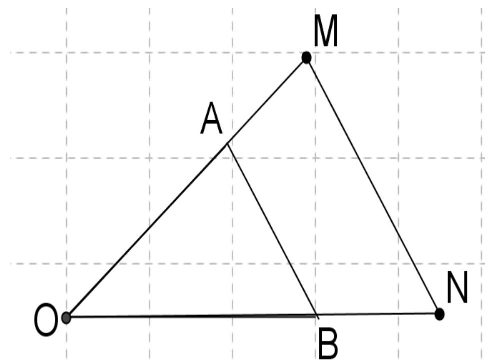
$3\overrightarrow{EF}$+$8\overrightarrow{FM}$=$\vec{0}$

$\overrightarrow{FM}$=-$\frac{3}{8}\overrightarrow{EF}$

$\overrightarrow{FM}$=$\frac{3}{8}\overrightarrow{FE}$



<u>Exercice3</u>



b) On a: $\overrightarrow{MO}$+$\overrightarrow{ON}$=$\overrightarrow{MN} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{OB}$=$\frac{3}{2}\overrightarrow{AO} + \frac{3}{2}\overrightarrow{OB} = \frac{3}{2}\left(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}\right) = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

Par identification on trouve k=$\frac{3}{2}$

d)$\overrightarrow{MN}$=$\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$donc $\overrightarrow{MN}$ colinéaire à $\overrightarrow{AB}$ par conséquent les droites (MN) et (AB) sont parallèles.

<u>Exercice n°4</u>

Simplifions les expressions suivantes :

a) $3(2\vec{u}) = 6\vec{u}$

$(-5)\left(\frac{1}{3}\vec{u}\right) = -\frac{5}{3}\vec{u}$

$= -\frac{5}{3}\vec{u}$

$-1(2\vec{u}) = -2\vec{u}$

$= -2\vec{u}$

b) $2\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{u} = \frac{6\vec{u}+\vec{u}}{3}$

$= \frac{7\vec{u}}{3}$

$\frac{1}{5}\vec{u} - \vec{u} = \frac{\vec{u}-5\vec{u}}{5}$

$= \frac{-4\vec{u}}{5}$

$\frac{3}{2}\left(\frac{2}{3}\vec{u}\right) + \frac{4}{5}\left(\frac{2}{3}\vec{u}\right) = \frac{6}{6}\vec{u} + \frac{4}{10}\vec{u}$

$= \frac{7}{5}\vec{u}$

c) $\frac{3}{5}(\vec{u} + \vec{v} +) + \frac{1}{5}(\vec{u} - \vec{v} +) = \frac{3}{5}\vec{u} + \frac{3}{5}\vec{v} + \frac{1}{5}\vec{u} - \frac{1}{5}\vec{v}$

$= \frac{4\vec{u}+2\vec{v}}{5}$

$-2(\vec{\imath}+\vec{\jmath}) + 3(-2\vec{\jmath}) = -2\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} - 6\vec{\jmath}$

$= -2\vec{\imath} - 8\vec{\jmath}$

Exercice n°5

1) On donne : On donne : $\vec{u} = 2.\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$

$\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{\imath} + 5\vec{\jmath}$

$\vec{w} = -3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$

Exprimons les vecteurs suivants en fonction de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$

$\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + \frac{1}{2}\vec{\imath} + 5\vec{\jmath} - 3\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$

$= -\frac{1}{2}\vec{\imath} + 6\vec{\jmath}$

$\vec{u} - \vec{v} + \vec{w} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} - \left(\frac{1}{2}\vec{\imath} + 5\vec{\jmath}\right) - 3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$

$= -\frac{3}{2}\vec{\imath} - 4\vec{\jmath}$

$\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} - \left(\frac{1}{2}\vec{\imath} + 5\vec{\jmath}\right) - (-3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath})$

$= \frac{9}{2}\vec{\imath}$

$2\vec{u} + 3\vec{v} - \frac{1}{2}\vec{w} = 2(2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}) + 3\left(\frac{1}{2}\vec{\imath} + 5\vec{\jmath}\right) - \frac{1}{2}(-3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath})$

$= 7\vec{\imath} + 22\vec{\jmath}$

$\frac{1}{2}\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w} = \frac{1}{2}(2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}) - 2\left(\frac{1}{2}\vec{\imath} + 5\vec{\jmath}\right) - 3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$

$= -3\vec{\imath} - \frac{21}{2}\vec{\jmath}$

2) On donne $\vec{u} = 3\vec{v}$ et $2\vec{v} = 5\vec{w}$

Exprimons $\vec{u}$ *en fonction de* $\vec{w}$

$\vec{u} = 3\vec{v} \longmapsto \vec{v} = \frac{\vec{u}}{3}$

$2\vec{v} = 5\vec{w} \longmapsto \vec{v} = \frac{5\vec{w}}{2}$

$\vec{v} = \vec{v} \longmapsto \frac{\vec{u}}{3} = \frac{5\vec{w}}{2}$

$\vec{u} = \frac{15}{2}\vec{w}$

Exercice n°6

Exprimons $\overrightarrow{GA}$ *en fonction* de $\overrightarrow{AB}$

$5\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} = \vec{0} \longmapsto 5\overrightarrow{GA} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB}) = \vec{0}$

$\longmapsto 5\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

$\longmapsto 4\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{AB}$

donc $\overrightarrow{GA} = \frac{\overrightarrow{AB}}{4}$

Exercice n°7

Faire la figure

D est le milieu de [BC] car ABGC est un parallélogramme.

E représente le centre de gravité du triangle ABC car $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

$= \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$.

Exercice n°8

Montrons que :

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}$

$= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$ or $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ donc

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC}$

$= 2\overrightarrow{BC}$

Montrons que $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB}$

$= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$ or $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$

$= 2\overrightarrow{AB}$

Exercice n°9

Faire la figure

Démontrons que $\overrightarrow{B'C'} = 3\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{B'A} + \overrightarrow{AC'}$

$= \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'}$

$= -2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AC}$

$= -3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

$= 3(-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

$= 3(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$

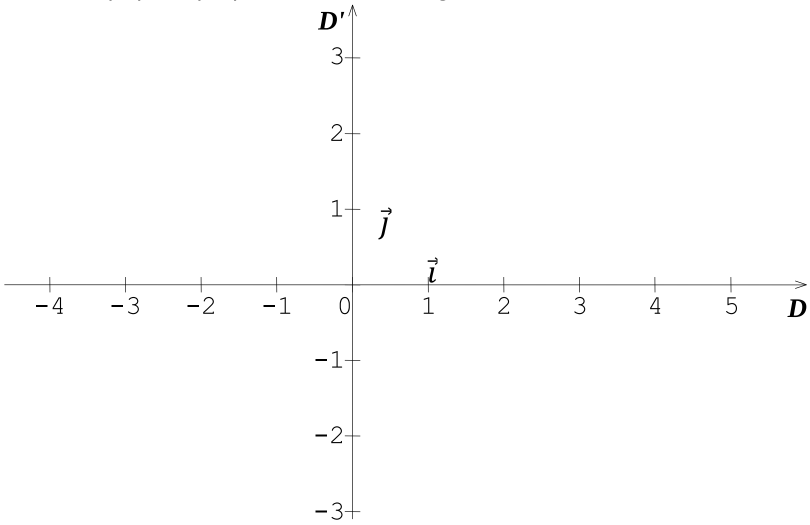
= $3\overrightarrow{BC}$ donc
$\overrightarrow{B'C'} = 3\overrightarrow{BC}$

Chapitre3 : Coordonnées d' un vecteur

I)Coordonnées d'un vecteur du plan

1)Repère du plan

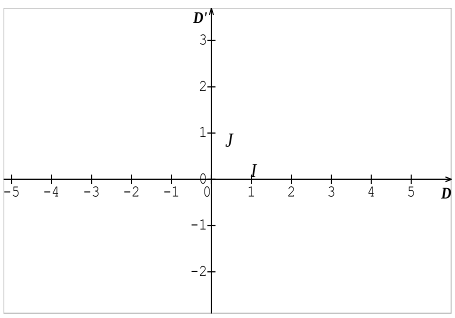
Soient (D) et (D') deux droites graduées sécantes en leur origine O

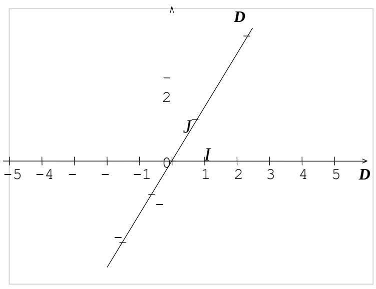


(O ; $\vec{\imath}$; $\vec{j}$) définit un repère cartésien du plan

Remarque :

- On dit que le repère est normé si OI = OJ =1
- On dit que le repère est orthonormé si OI=OJ =1 et que les axes sont orthogonaux





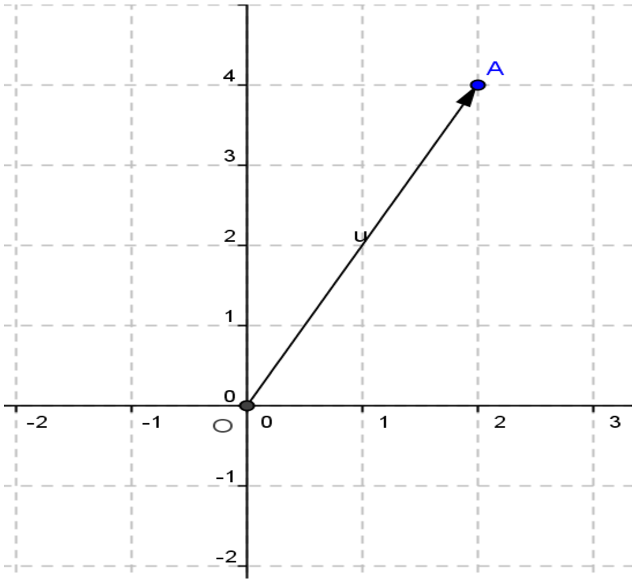
OI=OJ et (OI)⊥(OJ) OI=OJ

Repère orthonormé Repère normé

2)Coordonnées d'un vecteur d' origine O

a) Activité

Dans un Repère orthonormé , placer le point A(2 ; 3). Donner le vecteur $\overrightarrow{OA}$ en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$



$\overrightarrow{OA}$=2$\vec{\imath}$+ 3$\vec{\jmath}$ on dit que 2 et 3 sont les coordonnées de $\overrightarrow{OA}$

b) Définition

Le plan étant muni d'un repère cartésien (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) soit M le point de coordonnées (x ; y).

On a alors $\overrightarrow{OM}$ = x$\vec{\imath}$+ y$\vec{\jmath}$ et on dit que x et y sont les coordonnées de $\overrightarrow{OM}$dans le repère cartésien (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) . on note $\overrightarrow{OM}\binom{x}{y}$

b) Propriété

$\overrightarrow{OM}\binom{x}{y}$ Signifie que $\overrightarrow{OM}$ = x$\vec{\imath}$+ y$\vec{\jmath}$

<u>Remarque</u> : Si O et M sont confondus alors $\overrightarrow{OM}$= $\overrightarrow{MM}$ = $\overrightarrow{OO}$ = $\vec{0}$ de coordonnées $\binom{0}{0}$

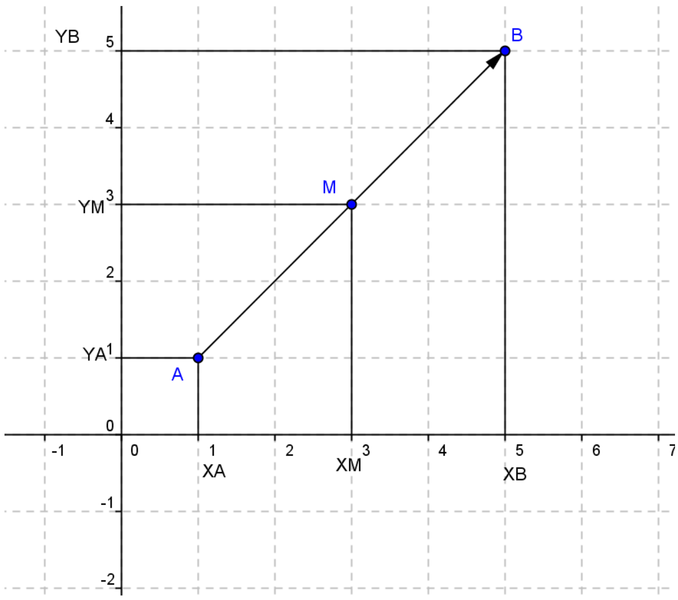
2)Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

a)Activité

Le plan est muni d'un repère cartésien (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) . Soient les points A et B de coordonnées respectives (x_A ;y_A) et (x_B ; y_B) .

1) Exprimer $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ en fonction de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$
2) Exprimer $\overrightarrow{AB}$ en fonction $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ a l'aide de la relation de Chasles
3) Ecrire $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ et donner les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ dans le repère

<u>Réponse</u>



1) $\overrightarrow{OA}$=$x_A\vec{\imath}$+ $y_A\vec{\jmath}$ et $\overrightarrow{OB}$=$x_B\vec{\imath}$+ $y_B\vec{\jmath}$
2) $\overrightarrow{AB}$ =$\overrightarrow{AO}$ +$\overrightarrow{OB}$
   = -$\overrightarrow{OA}$ +$\overrightarrow{OB}$

$=-(x_A\vec{\imath}+ y_A\vec{\jmath}) + (x_B\vec{\imath}+ y_B\vec{\jmath})$
$= -x_A\vec{\imath}- y_A\vec{\jmath} + x_B\vec{\imath}+ y_B\vec{\jmath}$
$=xB\vec{\imath}- x_A\vec{\imath}+ y_B\vec{\jmath}- y_A\vec{\jmath}$
$\overrightarrow{AB} =(x_B-x_A) \vec{\imath} +(y_B- y_A) \vec{\jmath}$
$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} xB-xA \\ yB-yA \end{pmatrix}$

b) Propriété

Pour deux points A(x_A ; y_A) et B(x_B ;y_B) . on a $\overrightarrow{AB} =(x_B-x_A) \vec{\imath} +(y_B- y_A) \vec{\jmath}$ on note $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} xB-xA \\ yB-yA \end{pmatrix}$

Exercice d'application

Le plan est rapporté a un repère cartésien (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) on a A(3 ;1) ; B(-4 ; $\frac{1}{2}$) ; C(0 ;5)
Calculer les coordonnée des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$

3)Condition d'égalité de deux vecteurs

a)Activité

Soient $\vec{u}\binom{4}{5}$ et $\vec{v}\binom{4}{5}$ deux vecteurs du plan. Que peut on dire de ces deux vecteurs ?
On remarque $\vec{u} =\vec{v}$

b) Propriété

Soient les vecteurs tels que $\vec{u}= x\vec{\imath}+y\vec{\jmath}$ et $\vec{v}= x'\vec{\imath}+y'\vec{\jmath}$
-si $\vec{u}= \vec{v}$ alors x=x' et y=y'
-si x=x' et y=y' alors $\vec{u}= \vec{v}$

Exercice d' application

On donne A(-3 ; 1) ; B (0 ; 2) ; C(1 ;1) .
Déterminer les coordonnées de D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

II) Coordonnées et opérations sur les vecteurs

1) Coordonnées de la somme de deux vecteurs

a)activité

on donne $\vec{u}= 2\vec{\imath}+4\vec{\jmath}$ et $\vec{v}= -3\vec{\imath}+5\vec{\jmath}$ .trouver les coordonnées de $\vec{u}+\vec{v}$.
$\vec{u}+\vec{v}= (2\vec{\imath}+4\vec{\jmath})+(-3\vec{\imath}+5\vec{\jmath})$
$= 2\vec{\imath}+4\vec{\jmath} -3\vec{\imath}+5\vec{\jmath}$
$\vec{u}+\vec{v}=-\vec{\imath}+9\vec{\jmath}$
Les coordonnées de $\vec{u}+\vec{v}\binom{-1}{9}$

Cas général

Soient les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $\vec{u}= x\vec{\imath}+y\vec{\jmath}$ et $\vec{v}= x'\vec{\imath}+y'\vec{\jmath}$.
$\vec{u}+\vec{v}= x\vec{\imath}+y\vec{\jmath} + x'\vec{\imath}+y'\vec{\jmath}$
$=(x+ x')\vec{\imath}+(y+y')\vec{\jmath}$.

b)Règle

Soient $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$. Le vecteur $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$

3)Coordonnées du produit d'un vecteur par un réel

a)Activité

On donne $\vec{u}= 2\vec{\imath}+4\vec{\jmath}$; donner les coordonnées du vecteur $2\vec{u}$; $-3\vec{u}$; $\frac{1}{3}\vec{u}$
$2\vec{u} =2(2\vec{\imath}+4\vec{\jmath})= 4\vec{\imath}+8\vec{\jmath}$; $\vec{u}\binom{4}{8}$
$-3\vec{u} = -3(2\vec{\imath}+4\vec{\jmath}) = -6\vec{\imath}-12\vec{\jmath}$; $-3\vec{u}\binom{-6}{-12}$
$\frac{1}{3}\vec{u}=\frac{1}{3}(2\vec{\imath}+4\vec{\jmath}) = \frac{2}{3}\vec{\imath} + \frac{4}{3}\vec{\jmath}$

- Cas général

Le plan est rapporté a un repère cartésien (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) . Soit $\vec{u}$ un vecteur tel que $\vec{u}= x\vec{\imath}+y\vec{\jmath}$ et soit k un réel. $k\vec{u}= k(x\vec{\imath}+y\vec{\jmath})$
$= kx\vec{\imath}+ky\vec{\jmath}$
Alors si on a $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$; le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$

III)Condition de colinéarité de deux vecteurs

1)Propriété

Etant donné $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$
Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires alors xy' +yx'=0
Si xy' +yx'=0 alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

- Remarque

- Soit, dans le plan muni d'un repère orthogonal, les points A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B). Le milieu I du segment [AB] a pour coordonnées (x_I ; y_I) où : $X_I = \frac{x_A + x_B}{2}$ et $y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$
- Soit, dans le plan muni d'un repère orthogonal, les points A'($x_{A'}$; $y_{A'}$) symétrique de A(x_A ; y_A) par rapport à I(x_I ; y_I). Dans ce cas le point I est milieu du segment [AA'].On note A'=S_I(A) $X_I = \frac{xA+xA'}{2}$; $x_{A'}=2x_I+x_A$ $y_I = \frac{yA+yA'}{2}$; $y_{A'}=2y_I + y_A$

-M' est l'image de M par la translation du vecteur $\vec{u}$ se note M'= $t_{\vec{u}}$(M) ↔ $\overrightarrow{MM'}=\vec{u}$

$M(x_M ; y_M)$; $M'(x_{M'} ; y_{M'})$; $\vec{u}\binom{x}{y}$

$\overrightarrow{MM'}\binom{xM'-xM}{yM'-yM} = \vec{u}\binom{x}{y}$

$x_{M'} - x_M = x$ et $y_{M'} - y_M = y$

$x_{M'} = x + x_M$ $y_{M'} = y + y_M$

Exercice d'application

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (o, $\vec{\imath}$,$\vec{\jmath}$) on donne : A(-4 ; O) B(2 ; 3) ; C(5 ;-1)

1)Soit I milieu de [AB]. Calculer les coordonnées de I

2)Soit H le symétrique de B par rapport à C. calculer les coordonnées de H.

3) Soit P l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$. Calculer les coordonnées de P

EXERCICES

Exercice1

Soit $\overrightarrow{AB}\binom{x-5}{1}$ et $\overrightarrow{EF}\binom{-3}{y-5}$ deux vecteurs dans un repère (O ;I ;J)

Déterminer x et y pour que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ soient égaux.

Exercice2

1)Soit $\overrightarrow{MN}\binom{a-5}{3}$ et $\overrightarrow{KH}\binom{a+7}{-3}$ deux vecteurs dans un repère (O ;I ;J).

Déterminer a pour que $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{KH}$ soient colinéaires.

2) Soit $\overrightarrow{QT}\binom{4}{5}$ et $\overrightarrow{KH}\binom{m-3}{m+2}$ deux vecteurs dans un repère (O ;I ;J).

Déterminer m pour que $\overrightarrow{QT}$ et $\overrightarrow{KH}$ soient orthogonaux

Exercice3

1) On donne A (-1 ;-4) ; B (1 ;-1) et C (3 ; 2). Démontrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.Qu'en déduit-on pour A ; B et C ?
2) Dans le plan muni d'un repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ on donne : $\overrightarrow{AB} = 4\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}$ et $\overrightarrow{CD}\binom{-1}{\frac{3}{4}}$. Sans faire de figure démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
3) Dans le plan muni d'un repère (O ; $\vec{\imath};\vec{\jmath}$)On donne : A (-1 ;3) B(7 ;-6) C(x ;y) et D(-3 ;4).
   a) Déterminer les coordonnées de$\overrightarrow{AB}$ *et de* $2\overrightarrow{AB}$.
   b) Déterminer les coordonnées (x ; y) de D pour que $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$

Exercice4

Soit $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ un repère du plan placer les points A (2 ; 3) ; B (-4 ; 2) et C (0 ; 5)

a)Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et$\overrightarrow{AC}$.

b)Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ *et* $\overrightarrow{OC}$ *en fonction de* $\vec{\imath}$ *et* $\vec{\jmath}$

c)Calcule les coordonnées de M et N milieux respectifs de [AB] et [AC]

d)Calculer les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme.

Exercice5

Dans un repère (o, $\vec{i}$, $\vec{j}$), on considère les points

A(2 ; -5) ; B(-2 ; -2) , D(7 ; 1)

1 – Placer les points A ; B et D dans le repère (o, $\vec{i}$, $\vec{j}$) .

2 – a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BD}$.

b) Exprimer ces vecteurs sous forme de combinaisons linéaires de $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

3 – a) Construire le point C image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$

Calculer les coordonnées de C.

b) En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

4 – a) Calculer les coordonnées de M milieu de [AB] ; placer M.

b) Construire le point E symétrique de D par rapport au point M ; calculer les coordonnées de E.

c) Quelle est la nature du quadrilatère ADBE ?

d) Démontrer que B est le milieu de [EC]. Faire la figure.

Exercice n° 6

Dans un repère (o, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) on donne les points A (3,5) ; B(2,-7) ; C(-4, -2).

a) Déterminer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$.
b) Déterminer les coordonnées des milieux respectifs M, N, et P des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CA]$.

Exercice n° 7

Dans un repère (o, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$), on donne les points A(-1, 2) ; B(3, 5) ; C ($-\frac{7}{2}$, $-\frac{3}{2}$) et D ($\frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$)

a) Démontrer que ABDC est un parallélogramme.
b) Déterminer les coordonnées du milieu de $[AD]$.

Exercice n° 8

Dans un repère (o, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$), on donne les points A ($-\frac{5}{2}$; -3), B ($\frac{3}{2}$; 5) et C (-5 ; -1)

a) Calculer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
b) Déterminer les coordonnées de E tel que ABEC soit un parallélogramme
c) Faire une figure. Démontrer que C est le milieu de $[DE]$.

Exercice n° 9

Dans un repère(o, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$), on donne les points A (2 ; -3), B (-1 ; -1) et C ($\frac{1}{5}$; $\frac{-9}{5}$).

Démontrer que A, B, C sont alignés.

Exercice n° 10

Dans un repère (o, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$), on donne les points A (-2 ; 3) ; B (0 ; 4)

Déterminer les coordonnées du point C tel que B soit le milieu de $[AC]$.

Exercice n° 11

Dans un repère (o, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$), on donne les points A (-3 ; 2) et B ($\frac{3}{2}$; -3).

On considère la symétrie S_o de centre O. sachant que

A' = S_o (A) et B' = S_o (B).

a) Calculer les coordonnées de A' et B', faire une figure.
b) Quelle est la nature du quadrilatère AB A' B' ? Justifier.

Exercice n° 12

Dans un repère (o, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$), on donne les points A (5 ;2) et B (-1 ; 7).

On considère la translation $t_{\vec{u}}$ de vecteur $\vec{u}\binom{-4}{3}$.

Sachant que A' = $t_{\vec{u}}$ (A) et B' = $t_{\vec{u}}$ (B), calculer les coordonnées de A' et B'. Faire une figure.

Exercice n° 13

Dans le muni d'un repère orthogonal (o, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$), on donne les points A, B et C tels que :

$\overrightarrow{OA} = \vec{\imath} - \vec{\jmath}$;

$\overrightarrow{OB} = 3\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OC} = 7\vec{\imath}$.

1) Placer les points A, B, et C dans le repère (on complètera la figure au fur et à mesure).
2) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
3) Soit M le milieu de $[BD]$, calculer les coordonnées de M.
4) Soit E ($\frac{1}{2}$; y), déterminer y pour que les points B, C et E soient alignés.
5) F est l'image de D dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$. Calculer les coordonnées de F.

Exercice n° 14

Dans un repère (o, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$), placer les points suivants :

A (-1 ; 1), B (3 ;3), C (2 ;0) et D (-2 ; -2).

1) Montrer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme et calculer les coordonnées de son centre I.
2) Calculer les coordonnées du point M tel que B soit le milieu de $[MC]$.
3) Soit N (x ; 0). Déterminer x pour que les points A, M et N soient alignés.
4) Soit K (4 ; $\frac{9}{4}$), montrer que les droites (AB) et (IK) sont parallèles.

Exercice n° 15

a et b sont deux nombres réels. A, B, C, D, E et F des points du plan.

Dans le plan muni d'un repère, on considère les vecteurs suivants :

$\overrightarrow{AB}\binom{a+3}{7}$; $\overrightarrow{CD}\binom{7}{5-b}$; $\overrightarrow{EF}\binom{6-2a}{11}$

1) Déterminer les réels a et b pour que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient égaux.
2) Déterminer le réel a pour que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ soient colinéaires.

Exercice n° 16

Dans le plan muni d'un repère (o, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$), on considère les points suivants : A (-1 ; 3) ; B (7 ; -6) ; C (x, y) ; D (-3 ; -4).

1) Déterminer les réels x et y pour que $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$.
2) Déterminer les coordonnées du point M tel que : $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

CORRIGE

Exercice1

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$ donc $\begin{cases} x-5=-3 \\ 1=y-5 \end{cases}$ ce qui donne $\begin{cases} x=2 \\ y=6 \end{cases}$

Exercice2

1) $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{KH}$ sont colinéaires donc -3(a-5)-3(a+7)=0 ce qui donne après résolution de l'équation a=-1
2) $\overrightarrow{QT}$ et $\overrightarrow{KH}$ sont orthogonaux donc 4(m-3)+5(m-2)=0 ;on trouve m=$\frac{-22}{9}$

Exercice n°6

a) Calculons les composantes des vecteurs suivants :

$\overrightarrow{AB}\binom{2-3}{-7-5} \longmapsto \overrightarrow{AB}\binom{-1}{-12}$

$\overrightarrow{BC}\binom{-4\ -2}{-2\ +7} \longmapsto \overrightarrow{BC}\binom{-6}{5}$

$\overrightarrow{AC}\binom{-4-3}{-2-5} \longmapsto \overrightarrow{AC}\binom{-7}{-7}$

b) Coordonnées des milieux M, N, et P des segments $[AB], [BC], [CA]$.

$x_M = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2}$ et $y_M = \frac{5-7}{2} = -1$

$\Rightarrow$ M ($\frac{5}{2}$; -1)

$\begin{cases} x_N = \frac{2-4}{2} = -1 \\ y_N = \frac{5-7}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow$ N (- 1 ; -1)

$\begin{cases} x_P = \frac{3-4}{2} = -\frac{1}{2} \\ y_P = \frac{5-2}{2} = -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow$ P ($-\frac{1}{2}$; $-\frac{3}{2}$)

Exercice n°7

a) Démontrons que ABDC est un parallélogramme.

$\overrightarrow{AB}\binom{3-(-1)}{5\ -2} \longmapsto \overrightarrow{AB}\binom{4}{3}$

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} \frac{1}{2}+\frac{7}{2} \\ \frac{3}{2}+\frac{3}{2} \end{pmatrix} \longmapsto \overrightarrow{CD}\binom{4}{3}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ donc ABDC est un parallélogramme

b) Coordonnées du milieu de $[AD]$.
Soit I milieu de $[AD]$

$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{-1}{4} \\ y_I = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{7}{4} \end{cases}$

Donc I($-\frac{1}{4}$; $\frac{7}{4}$)

Exercice n°8

a) Calculons les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
Soit D(x ;y) tel que ABCD soit un parallélogramme.
ABCD est un parallélogramme si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} \frac{3}{2}+\frac{5}{2} \\ 5+3 \end{pmatrix} \longmapsto \overrightarrow{AB}\binom{4}{8}$

$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-5-x\\-1-y\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \longmapsto \begin{cases}-5-x = 4\\-1-y = 8\end{cases}$

$\Longrightarrow \begin{cases}x = -9\\y = -9\end{cases}$

d'où $\boxed{D(-9\ ;\ -9)}$

b) Coordonnées de E
ABEC est un parallélogramme si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ avec E(x_E +y_E)

$\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}x_E+5\\y_E+1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE} \longmapsto \begin{cases}x_E + 5 = 4\\y_E + 1 = 8\end{cases}$

D'où $\boxed{E(-1\ ;\ 7)}$

c) Démontrons que C est milieu de $[DE]$.
Soit I(x_I ; y_I) milieu de [DE]

$\begin{cases}x_I = \frac{x_D+x_E}{2}\\y_I = \frac{y_D+y_E}{2}\end{cases} \Longrightarrow \begin{cases}x_I = \frac{-9-1}{2} = -5\\y_I = \frac{-9+7}{2} = -1\end{cases}$

$x_I = x_C$ et $y_I = y_C$ donc I = C par conséquent C est milieu de [DE]

Exercice n°9

Démonstration

A, B, C sont alignés si $\overrightarrow{AB}$ colinéaire $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1-2\\-1+3\end{pmatrix} \longmapsto \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\frac{1}{5}-2\\\frac{-9}{5}+3\end{pmatrix} \longmapsto \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\frac{-9}{5}\\\frac{6}{5}\end{pmatrix}$

$-3 \times (\frac{6}{5}) - 2 \times (\frac{-9}{5}) = -\frac{18}{5} + \frac{18}{5} = 0$

donc $\overrightarrow{AB}$ colinéaire à $\overrightarrow{AC}$ par conséquent A, B et C sont alignés

Exercice n°10

Coordonnée de C

Soit C(x ; y) tel que B soit milieu [AC]

$\begin{cases}x_B = \frac{x_A+x}{2}\\y_B = \frac{y_A+y}{2}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}2x_B = x + x_A\\2y_B = y + y_A\end{cases}$

$\begin{cases}x = 2 \times 0 - (-2)\\y = 2 \times 4 - 3\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x = 2\\y = 5\end{cases}$

d'où $\boxed{C\ (2\ ;\ 5)}$

On pourrait aussi utiliser la relation $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ pour trouver les coordonnées de C.

Exercice n°11

a) Calculons les coordonnées de A' et B'.

A' = S_O (A) $\longmapsto$ $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OA'}$

Posons A' (x ; y)

$\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OA'}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OA'} \longmapsto \begin{cases}x = 3\\y = -2\end{cases}$

d'où $\boxed{A'(3\ ;\ -2)}$

B' = S_O (B) $\longmapsto$ $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OB'}$

Posons B' (x' ;y')

$\overrightarrow{BO}\begin{pmatrix}\frac{-3}{2}\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OB'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OB'} \longmapsto \begin{cases}x' = -\frac{3}{2}\\y' = 3\end{cases}$

$\boxed{B' = (-\frac{3}{2}\ ;\ 3)}$

b) Nature de ABA'B'
O milieu de [AA'] et de [BB'] donc ABA'B' est un parallélogramme.

Exercice n°12

Calculons les coordonnées de A' et B'

A' = $t_{\vec{u}}$ (A) $\longmapsto$ $\overrightarrow{AA'} = \vec{u}$

Soit A'(x ; y)

$\overrightarrow{AA'}\begin{pmatrix}x-5\\y-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AA'} = \vec{u} \longmapsto \begin{cases}x - 5 = -4\\y - 2 = 3\end{cases}$

d'où $\boxed{A'\ (1\ ;\ 5)}$

B' = $t\ \vec{u}$ (B) $\longmapsto$ $\overrightarrow{BB'} = \vec{u}$

Posons B'(x' ; y')

$\overrightarrow{BB'}\begin{pmatrix}x'+1\\y'-7\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BB'} = \vec{u} \longmapsto \begin{cases} x' + 1 = -4 \\ y' - 7 = 3 \end{cases} \longmapsto \begin{cases} x' = -5 \\ y = 10 \end{cases}$

d'où $\boxed{B'(-5\ ;\ 10)}$

Figure à faire

Exercice n°13

1) Figure à faire

$\overrightarrow{OA} = \vec{\imath} - \vec{\jmath} \longmapsto \begin{cases} x_A - x_0 = 1 \\ y_A - y_0 = -1 \end{cases}$

A(1 ; -1)

$\overrightarrow{OB} = 3\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} \longmapsto \begin{cases} x_B - x_0 = 3 \\ y_B - y_0 = 2 \end{cases}$

B(3 ; 2)

$\overrightarrow{OC} = 7\vec{\imath} \longmapsto \begin{cases} x_C - x_0 = 7 \\ y_C - x_0 = 0 \end{cases}$

C(7; 0)

2) Coordonnées de D

ABCD est un parallélogramme si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ avec D(x ; y)

$\overrightarrow{AB}\binom{3-1}{2+1} \longmapsto \overrightarrow{AB}\binom{2}{3}$

$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 7 - x \\ 0 - y \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \longmapsto \begin{cases} 7-x = 2 \\ -y = 3 \end{cases} \begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \end{cases}$

d'où $\boxed{D(5\ ;\ -3)}$

3) Coordonnées de M.

Soit M(x_M ; y_M)

$\begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_0}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_0}{2} \end{cases} \begin{cases} x_M = \frac{3+5}{2} = 4 \\ y_M = \frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2} \end{cases}$

M(4 ; $-\frac{1}{2}$)

4) Soit E($\frac{1}{2}$; y)

Déterminons y pour que les points B, C et E soient alignés.

B, C et E sont alignés si $\overrightarrow{EB}$ colinéaire à $\overrightarrow{EC}$

$\overrightarrow{EB}\begin{pmatrix} 3-\frac{1}{2} \\ 2-y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix} 7-\frac{1}{2} \\ 0-y \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EB}$ colinéaire à $\overrightarrow{EC}$ si

$-\left(\frac{5}{2}\right)y - \frac{13}{2}(2 - y) = 0$

$-\frac{5}{2}y - 13 + \frac{13}{2}y = 0$

$y = \frac{13}{4}$

$\boxed{E\left(\frac{1}{2}\ ;\ \frac{13}{4}\right)}$

5) Coordonnées de F

$t\overrightarrow{AC}(DF) \longmapsto \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AC}$

soit F(x_F ; y_F)

$\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix} x_F - 5 \\ y_F + 3 \end{pmatrix}$ et

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 7-1 \\ 0+1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AC} \longmapsto \begin{cases} x_F - 5 = 6 \\ y_F + 3 = 1 \end{cases}$ $\boxed{F(11\ ;\ -2)}$

Exercice n°14

Figure à faire

1) Démonstration

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 3+1 \\ 3-1 \end{pmatrix} \longmapsto \overrightarrow{AC}\binom{4}{2}$

$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 2+2 \\ 0+2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DC}$ donc ABCD est un parallélogramme

Les coordonnées de I

$x_I = \frac{x_A + x_C}{2}$ et $y_I = \frac{y_A + y_C}{2}$

$x_I = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$ et $y_I = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2}$

$\boxed{I\left(\frac{1}{2}\ ;\ \frac{1}{2}\right)}$

2) Coordonnées de M

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_M + x_C}{2} \\ y_M = \frac{y_M + y_C}{2} \end{cases}$$

M(4 ;6)

3) Soit N (x ; 0)

Déterminons x pour que A, M et N soit alignés.

$\overrightarrow{NA}$ colinéaire à $\overrightarrow{NM}$

$\overrightarrow{NA}\begin{pmatrix} 1-x \\ 1-0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{NM}\begin{pmatrix} 4-x \\ 6 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{NA}$ colinéaire à $\overrightarrow{NM} \longmapsto$ 6(1 – x) – (4 – x) = 0

$\longmapsto$ 6 - 6 x - 4 + x = 0

$\longmapsto$ $x = \frac{2}{5}$

d'où $\boxed{\mathbf{N(\frac{2}{5}\ ;\ 0)}}$

4) Soit K(4 ; $\frac{4}{9}$)

11(a + 3) – 7(6 – 2a) = 0

11a + 33 – 42 + 14a = 0

$\boxed{\mathbf{a = \frac{9}{25}}}$

Montrons que (AB) est parallèle à (IK)

$\overrightarrow{IK}\begin{pmatrix} 4-\frac{1}{2} \\ \frac{9}{4}-\frac{1}{2} \end{pmatrix} \longmapsto \overrightarrow{IK}\begin{pmatrix} \frac{7}{2} \\ \frac{7}{4} \end{pmatrix} \quad et \quad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

4 x $\frac{7}{4}$ - 2 x $\frac{7}{2}$ = 0 donc $\overrightarrow{AB}$ est colinéaire à $\overrightarrow{IK}$ par conséquent (AB) parallèle à (IK)

Exercice n°15

1) Calculons a et b pour que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

$\longmapsto \begin{cases} a + 3 = 7 \\ 7 = 5 - b \end{cases}$

On trouve a=4 et b=- 2

2) Déterminons a pour que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ soient colinéaires

$\overrightarrow{AB}$Colinéaire à $\overrightarrow{EF}$ implique que

Exercice n°16

1) Déterminons x et y pour que $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -3-x \\ -4-y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 7+1 \\ -6-3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 8 \\ -9 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} \begin{cases} -3 - x = 2 \times 8 \\ -4 - y = 2 \times (-9) \end{cases}$ donc $\begin{cases} x = -19 \\ y = 14 \end{cases}$

2) Coordonnées de M

Soit M(x_M ; y_M)

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_M+1 \\ y_M-3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} -3-7 \\ -4+6 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} -10 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BD} \longmapsto \begin{cases} x_M + 1 = -\frac{1}{2}(-10) \\ y_M - 3 = -\frac{1}{2}(2) \end{cases} \longmapsto \begin{cases} x_M = 4 \\ y_M = 2 \end{cases}$

$\boxed{\mathbf{M\ (4\ ;\ 2)}}$

Chapitre4 : Racine carrée d' un réel

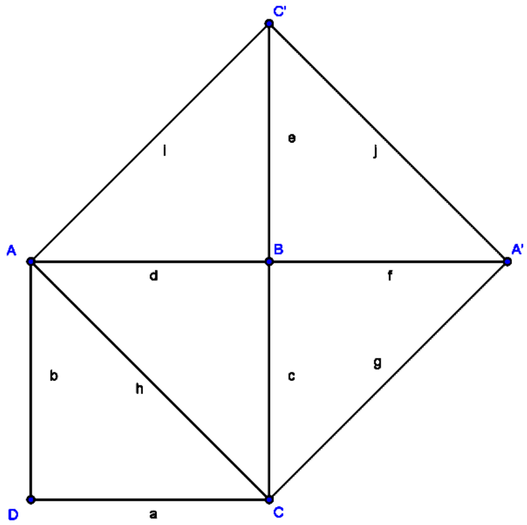
I)Définition de la racine carrée d'un réel positif

1)Activité

Activité1

Dessiner un carré ABCD de côté 1dm et construire les symétriques des points A et C par rapport à B.

1)Calculer l'aire du quadrilatère ACA'C' en utilisant l'aire du triangle ABC.
2)Exprimer l'aire de ACA'C' en fonction de AC
3)Que peut-on dire de AC ?
Réponse



1) $S_{ACA'C'} = S_{ABC} X 4$
$= \frac{AB X BC}{2} X 4 = \frac{1 X 1}{2} X 4 = 2$
2) $S_{ACA'C'} = AC X AC = AC^2$
3)On peut dire que $AC^2=2$
La mesure du segment [AC] est le nombre dont le carre est 2. Ce nombre est appelé racine carrée de 2.On le note $\sqrt{2}$ Activité 2
Compléter le tableau suivant :

a	-9	-4	0	3	5
a^2	81	16	0	9	25

a	25	49	-2	0	4
$\sqrt{a}$	5	7	-	0	2

Remarque : un nombre négatif n'a pas de racine carré.
x et y étant positifs,
- Si x = y alors $x^2 = y^2$
- Si x < y alors $x^2 < y^2$
- Si $x^2 < y^2$ alors x < y
- Un nombre positif n'a qu'une seule racine carrée
- Les nombres positifs sont dans le même ordre que leurs carrés

2)Définiton
Pour tout réel a positif ; on appelle racine carrée de a , le réel dont le carré est égal à a . on le note $\sqrt{a}$ et on lit « racine carrée de a »
$\sqrt{0}= 0$; $\sqrt{1} =1$
Pour tout réel x positif : $\sqrt{x} \geq 0$
$(\sqrt{x})^2 = x$
$\sqrt{x^2} = |x|$

II) Propriétés
1)Racine carrée d'un produit
a)Activité
Compléter le tableau suivant et comparer $\sqrt{a} X \sqrt{b}$ et $\sqrt{a X b}$

A	B	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\sqrt{a}X\sqrt{b}$	axb	$\sqrt{a Xb}$
9	16	3	4	12	144	12
25	4	5	2	10	100	10

On remarque que : $\sqrt{a} X \sqrt{b} = \sqrt{a X b}$
b) Propriété
Pour tout réel positif a et b ; on a :
$\sqrt{a} X \sqrt{b} = \sqrt{a X b}$
2)Racine carrée d'un quotient
a) Activité

Compléter le tableau suivant et comparer $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ et $\sqrt{\frac{a}{b}}$

A	B	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\frac{a}{b}$	$\sqrt{\frac{a}{b}}$
25	36	5	6	$\frac{5}{6}$	$\frac{25}{36}$	$\frac{5}{6}$
16	9	4	3	$\frac{4}{3}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{4}{3}$

On remarque que $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
b) Propriété
Pour tous réels positifs a et b : si b≠0
on a $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
3)Racine carrée d'une somme

a) Activité

Compléter le tableau suivant et comparer $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ et $\sqrt{a+b}$

a	b	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\sqrt{a}+\sqrt{b}$	a+b	$\sqrt{a+b}$
9	16	3	4	7	25	5
25	4	5	2	7	29	$\sqrt{29}$

On remarque que : $\sqrt{a}+\sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

b) Propriété

Pour tous réels positifs a et b ; on a :

$\sqrt{a}+\sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

3)Comparaison

a)Activité

Comparer $\sqrt{14}$ et $\sqrt{19}$ en utilisant la propriété «pour tous x et y Si $x^2 < y^2$ alors $x < y$ »

Réponse

$(\sqrt{14})^2= 14$ et $(\sqrt{19})^2=19$ car $(\sqrt{x})^2 =x$

$14 < 19 \leftrightarrow (\sqrt{14})^2 < (\sqrt{19})^2$ donc $\sqrt{14} < \sqrt{19}$

b)Propriété

x et y étant des réels positifs si $x < y$ alors $\sqrt{x} < \sqrt{y}$

Les racines carrées de deux nombres positifs sont dans le même ordre que les deux nombres.

5)Racine carrée et valeur absolue

a)Activité

Compléter le tableau suivant . Que remarque t-on ?

X	-4	-1,5	0	5	1
$\sqrt{x^2}$	4	1,5	0	5	1
|x|	4	1,5	0	5	1

On remarque que $\sqrt{x^2}=|x|$

b)Propriété

Pour tout réel x ; $\sqrt{x^2}=|x|$

6)Ecriture sous la forme $a\sqrt{b}$

Ecrivons $\sqrt{75}$ et $\sqrt{20}$ sous la forme $a\sqrt{b}$

$75= 3x5^2 \leftrightarrow \sqrt{3x5^2} = \sqrt{3}x\sqrt{5^2} = 5\sqrt{3}$

$20 = 2^2 X 5 = \sqrt{2^2X5} = 2\sqrt{5}$

III) Calcul sur les radicaux

1)Expression conjuguée

Exemple

Calculer $B = (2+\sqrt{3}) (2- \sqrt{3})$

$B = (2+\sqrt{3}) (2- \sqrt{3})$

$= 2^2- (\sqrt{3})^2$

$= 4 -3$

$B =1$

Le résultat est un réel sans radical ; on dit que $2+\sqrt{3}$ est l'expression conjuguée de $2-\sqrt{3}$ ou $2-\sqrt{3}$ est l'expression conjuguée de $2+\sqrt{3}$

2)Résolution d'équation de type $x^2= k$

a)Activité

Trouver des nombres réels dont le carré est égal à 5

Réponse

$x^2= 5$

$x^2-5 =0$

$x^2- (\sqrt{5})^2=0$

$(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5}) =0$

$x-\sqrt{5} =0$ ou $x+\sqrt{5} =0$

$x= \sqrt{5}$ ou $x = - \sqrt{5}$

$S=\{-\sqrt{5};\sqrt{5}\}$

b)Conclusion

Résoudre $x^2= k$; k étant un réel

- Si $k> 0$ alors $x^2= k$ admet deux solution $-\sqrt{k}$ *et* $\sqrt{k}$
- Si $k <0$ alors $x^2= k$ n'a pas de solution
- Si $k=0$ alors $x^2 = k$ a une seule solution qui est 0

EXERCICES

Exercice n° 1

1)Ecrire plus simplement

$A=\sqrt{108}$; $B=\sqrt{96}$; $C=\sqrt{0,49}$;

$D=\sqrt{98} -\sqrt{18}+\sqrt{72}$

2)Ecrire A et B sous la forme $a+b\sqrt{c}$ où a , b et c sont des nombres entiers relatifs (c positifs)

A=$\sqrt{64}$ +5$\sqrt{75}$-2$\sqrt{27}$; B=3$\sqrt{32}$ -2$\sqrt{49}$ +2$\sqrt{50}$

3)Ecrire sous la forme a$\sqrt{b}$ (a et b des entiers et b le plus petit possible)

A=$\sqrt{50}$ -2$\sqrt{18}$+4$\sqrt{200}$ B=2$\sqrt{27}$ +5$\sqrt{75}$-4$\sqrt{3}$

<u>Exercice n° 2</u>

Calculer :

a)$\sqrt{98^2}$;$\sqrt{(-8)^2}$,$\sqrt{16+3^2}$; $\sqrt{(16+3)^2}$; $\sqrt{4\times 9\times 25}$

b) $\sqrt{2^4\times 5^2}$; $\sqrt{16a^2}$; (a ≥ 0) ; $\sqrt{a^2b^2}$, (a ≥ 0 et b ≥ 0)

c)$\sqrt{\frac{36\ x\ 25}{81\ x\ 16}}$;$\sqrt{\frac{0,25\ x\ 0,49}{0,16\ x\ 0,36}}$;$\sqrt{\frac{25}{16}\ a^2}$; (a ≥ 0)

<u>Exercice n°3</u>

1) Calculer :

A = $\sqrt{1,21}$ + $\sqrt{0,49}$ - $\sqrt{0,64}$

B = $\sqrt{32}$ x $\sqrt{\frac{1}{2}}$

C = (3$\sqrt{3}$ + 2$\sqrt{2}$)²

2) On donne x = 7 - 3$\sqrt{5}$ et y = 7 + $\sqrt{45}$

Prouver que x + y et xy sont des entiers naturels.

<u>Exercice n°4</u>

4) Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$.
   A=2$\sqrt{242}-5\sqrt{162}+\sqrt{128}$
   B=$\frac{5}{1-\sqrt{3}}-\frac{5}{1+\sqrt{3}}$
5) On donne f(x)=$\sqrt{(1-x)^2}-\sqrt{(4x+3)^2}$
   a) Ecrire f(x) sans radical
   b) Ecrire f(x) sans symbole de valeur absolue
6) Donner une écriture simplifiée de $(2-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})-(2\sqrt{2}-3\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$
7) Montrer que$(2-\sqrt{7})^2=11-4\sqrt{7}$. En déduire une écriture simplifiée de A=$\sqrt{11-4\sqrt{7}}$

<u>Exercice n°5</u>

Ecrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, a étant un nombre décimal ou fractionnaire et b un nombre entier le plus petit possible :

a) $\sqrt{50}$; $\sqrt{108}$; $\sqrt{1000}$; $\sqrt{245}$; 5$\sqrt{18}$; 2$\sqrt{147}$

b) $\sqrt{20}$ x $\sqrt{15}$; $\sqrt{32}$ x $\sqrt{14}$; $\sqrt{18}$ x $\sqrt{108}$

c) $\sqrt{2^3}$; $\sqrt{7^3}$; $\sqrt{5^5}$; $\sqrt{10^5}$; $\sqrt{710^{-5}}$

1) Ecrire plus simplement
   a) $\sqrt{98}$ + $\sqrt{32}$ - $\sqrt{8}$; $\sqrt{20}$ - $\sqrt{5}$ - $\sqrt{45}$
   b) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ - $\frac{1}{4}\sqrt{18}$ + $\frac{2}{5}\sqrt{2}$ - $\frac{1}{4}\sqrt{12}$
   c) $\sqrt{\frac{3}{4}}$ - $\frac{1}{2}\sqrt{12}$ + 4$\sqrt{27}$ - 2$\sqrt{\frac{3}{16}}$
   d) $\sqrt{4a}$ + $\sqrt{9a}$ - 2$\sqrt{a}$ - 3$\sqrt{25a}$
   e) 10$\sqrt{a}$ + 5$\sqrt{36a}$ - 8$\sqrt{25a}$

<u>Exercice n°6</u>

Simplifier les expressions suivantes pour a ≥ 0 :

a) $\sqrt{9a^2+36a^2}$; $\sqrt{9a^2}$ + $\sqrt{16a^2}$; $\sqrt{9a^2+a^2}$; $\sqrt{9a^2}$ + $\sqrt{a^2}$;$\sqrt{8a^2}$ et $\sqrt{90a^2}$

b) $\sqrt{\frac{a^2}{3}}$; $\sqrt{\frac{2a^2}{9}}$; $\sqrt{\frac{3a^2}{4}}$; $\sqrt{a^2+\frac{a^2}{4}}$ et $\sqrt{a^2}$ + $\sqrt{\frac{a^2}{4}}$

<u>Exercice n°7</u>

1) Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des entiers où b est le plus petit possible.

A=$\sqrt{12}+5\sqrt{3}-2\sqrt{75}$ B=$\sqrt{27}-8\sqrt{3}+\sqrt{300}$ C=20$\sqrt{\frac{5}{4}}-\sqrt{20}-\sqrt{80}$

2) Soient les réels X et Y tels que X=$(3-\sqrt{5})^2$ et Y=$1-2\sqrt{5}$

a) calculer X puis Y^2

b) En utilisant les questions précédentes donner une écriture simplifiée de A=$\sqrt{14-6\sqrt{5}}$ et B=$\sqrt{21-4\sqrt{5}}$

<u>Exercice n°8</u>

1) a) calculer les carrées des nombres suivants :
   3 - $\sqrt{10}$ et $\sqrt{10}$ – 3.
   b) quelle est la racine carrée de 19 - 6$\sqrt{10}$?

2)a)Calculer le carré des nombres : $2 - \sqrt{3}$ et $\sqrt{3} - 2$

b)Quelle est la racine carrée de $7 - 4\sqrt{3}$?

Exercice n°9

Comparer les réels suivants :

a) $7\sqrt{2}$ et $3\sqrt{11}$; b) $6\sqrt{2}$ et $5\sqrt{3}$; c) $-6\sqrt{2}$ et $5\sqrt{3}$; d) $5\sqrt{6}$ et $3\sqrt{17}$; e) $5\sqrt{2}$ et 7 ;

f) $2\sqrt{45}$ et $3\sqrt{20}$; g) $-3\sqrt{5}$ et $-2\sqrt{11}$.

Exercice n°10

1 – On considère deux réels A et B tels que

$A = \sqrt{2} - 1$ et $B = \sqrt{2} + 1$

a) Calculer A x B ; A² ; B² ; A - B ; A + B

b) Montrer que B est l'inverse de A.

.

2 – Ecrivons plus simplement $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ et $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

Exercice n°11

Rendre rationnels les dénominateurs des écritures fractionnaires suivantes :

$\frac{1}{\sqrt{7}}$; $\frac{-4}{\sqrt{3}-1}$; $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}$; $\frac{1}{1+\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$; $\frac{2}{1+2\sqrt{3}}$; $\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}$; $\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$- $\frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$.

Exercice n°12

a) Démontrer que les réels $3 - 2\sqrt{2}$ et $3 + 2\sqrt{2}$ sont inverses l'un de l'autre.

b) Démontrer que les réels $\frac{1}{2\sqrt{2}-3}$ et $3 + 2\sqrt{2}$ sont opposés.

c) Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$, encadrer $\frac{1}{2\sqrt{2}-3}$ par deux décimaux d'ordre 2

CORRIGE

Exercice1

1)Ecrivons plus simplement

$A=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$; $B=\sqrt{96}=4\sqrt{6}$; $C=\sqrt{0,49}=0,7$; $D=\sqrt{98}-\sqrt{18}+\sqrt{72}=10\sqrt{2}$

2)Ecrivons A et B sous la forme $a+b\sqrt{c}$ où a , b et c sont des nombres entiers relatifs (c positifs)

$A=\sqrt{64}+5\sqrt{75}-2\sqrt{27}=8+19\sqrt{3}$; $B=3\sqrt{32}-2\sqrt{49}+2\sqrt{50}=-14+22\sqrt{2}$

3)Ecrivons sous la forme $a\sqrt{b}$ (a et b des entiers et b le plus petit possible)

$A=\sqrt{50}-2\sqrt{18}+4\sqrt{200}=39\sqrt{2}$; $B=2\sqrt{27}+5\sqrt{75}-4\sqrt{3}=27\sqrt{3}$

Exercice n°2

Calculons

a)

$\sqrt{98^2} = |98| = 98$

$\sqrt{(-8)^2} = |-8| = 8$

$\sqrt{16+3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

$\sqrt{(16+3)^2} = |16 + 3| = 19$

$\sqrt{4x9x25} = 2 \text{ x } 3 \text{ x } 5 = 30$

b) $\sqrt{2^4 \times 5^2} = 2^2 \text{ x } 5 = 20$

$\sqrt{16a^2} = 4a$

$\sqrt{a^2b^2} = ab$

c) $\sqrt{\frac{36 \, x \, 25}{81 \, x \, 16}} = \frac{6 \, x \, 5}{9 \, x \, 4} = \frac{5}{6}$

$\sqrt{\frac{0,25 \, x \, 0,49}{0,16 \, x \, 0,36}} = \frac{0,5 \, x \, 0,7}{0,4 \, x \, 0,6} = \frac{35}{24}$

$\sqrt{\frac{25}{16} \, a^2} = \frac{5}{4}a$

Exercice3

1) Calculons:

A=$\sqrt{1{,}21}$+$\sqrt{0{,}49}$-$\sqrt{0{,}64}$=1

B= $\sqrt{32} \times \sqrt{\frac{1}{2}}$ =4

C = (3 $\sqrt{3}$ + 2 $\sqrt{2}$)² =35+12$\sqrt{6}$

2) On donne x = 7 - 3 $\sqrt{5}$ et y = 7 + $\sqrt{45}$

Prouvons que x + y et xy sont des entiers naturels.

On a :x+y = x = 7 - 3 $\sqrt{5}$ + 7 + $\sqrt{45}$ = 7 - 3 $\sqrt{5}$+ 7 + 3 $\sqrt{5}$ =14 ∈ ℕ

xy=(7-3$\sqrt{5}$)$(7+\sqrt{45})$=(7-3$\sqrt{5}$)$(7+$ 3$\sqrt{5}$)

= 49- 45=4∈ ℕ

Exercice4

1)Ecrivons les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$.

A=2$\sqrt{242}-5\sqrt{162}+\sqrt{128}$ =-15$\sqrt{2}$

B=$\frac{5}{1-\sqrt{3}}-\frac{5}{1+\sqrt{3}}$ =-5$\sqrt{3}$

2)On donne f(x)=$\sqrt{(1-x)^2}-\sqrt{(4x+3)^2}$

a)Ecrivons f(x) sans radical

f(x)=$|1-x|-|4x+3|$

b)Ecrivons f(x) sans symbole de valeur absolue

$|1-x| = 1-x \; si 1-x \geq 0 \; c'est-à-dire \; si \; x \leq 1 \; ou \; x\epsilon]-\infty ; 1]$

$|1-x| = -1+x \; si \; 1-x \leq 0 \; c'est-à-dire \; si \; x \geq 1 \; ou \; x\epsilon [1;+\infty[$

$|4x+3|$=$4x+3 \; si \; 4x+3 \geq 0 \; c'est-à-dire \; si \; x \geq \frac{-3}{4} \; ou \; x\epsilon [\frac{-3}{4};+\infty[$

$|4x+3|$=$-4x-3 \; si \; 4x+3 \leq 0 \; c'est-à-dire \; si \; x \leq \frac{-3}{4} \; ou \; x\epsilon]-\infty;\frac{-3}{4}[$

On obtient le tableau suivant

x	$-\infty$	$\frac{-3}{4}$	1 $+\infty$
|1-x|	1-x	1-x	0 -1+x
|4x+3|	-4x-3	0 4x+3	4x+3
f(x)	3x+4	-5x-4	-3x-4

Ainsi,pour $x\epsilon]-\infty;\frac{-3}{4}[\; ; f(x) = 3x+4$

Pour $x\epsilon \left[\frac{-3}{4};1\right]$; $f(x) = -5x-4$

Pour $x\epsilon [1;+\infty[$;$f(x) = -3x-4$

3)Donnons une écriture simplifiée de

$(2-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})-(2\sqrt{2}-3\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$

On a : $(2-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})-(2\sqrt{2}-3\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$ =2

4)Montrons que$(2-\sqrt{7})^2 = 11-4\sqrt{7}$.

On a$(2-\sqrt{7})^2 = 4-2\times 2\times\sqrt{7}+(\sqrt{7})^2$

$= 4-4\sqrt{7}+7 = 11-4\sqrt{7}$

Donc $(2-\sqrt{7})^2 = 11-4\sqrt{7}$.

Ecriture simplifiée de A=$\sqrt{11-4\sqrt{7}}$

A=$\sqrt{11-4\sqrt{7}} = \sqrt{(2-\sqrt{7})^2}$=$|2-\sqrt{7}|$

$= -2+\sqrt{7}$

Exercice n° 5

1) Ecrivons les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, a étant un nombre décimal ou fractionnaire et b un nombre entier le plus petit possible :
   a) $\sqrt{50}$= 5$\sqrt{2}$; $\sqrt{108}$ = 6$\sqrt{3}$;$\sqrt{1000}$ = 10$\sqrt{10}$; $\sqrt{245}$ = 7$\sqrt{5}$; 5$\sqrt{18}$ = 15$\sqrt{2}$; 2$\sqrt{147}$ = 14$\sqrt{3}$
   b) $\sqrt{20}$ x $\sqrt{15}$ = 10$\sqrt{3}$; $\sqrt{32}$ x $\sqrt{14}$= 8$\sqrt{7}$; $\sqrt{18}$ x $\sqrt{108}$ = 18$\sqrt{6}$
   c) $\sqrt{2^3}$=2$\sqrt{2}$; $\sqrt{7^3}$= 7$\sqrt{7}$; $\sqrt{3^5}$= 81$\sqrt{3}$; $\sqrt{10^5}$ =100$\sqrt{10}$: $\sqrt{10^{-5}}$ = 0,01$\sqrt{0{,}1}$

2)Ecrivons plus simplement

a) $\sqrt{98}$ + $\sqrt{32}$ - $\sqrt{8}$

= 7$\sqrt{2}$ +4 $\sqrt{2}$ - 2$\sqrt{2}$

$= 9\sqrt{2}$

$\sqrt{20} - \sqrt{5} - \sqrt{45}$

$= 2\sqrt{5} - \sqrt{5} - 3\sqrt{5}$

$= -2\sqrt{5}$

b) $\frac{2}{3}\sqrt{3} - \frac{1}{4}\sqrt{18} + \frac{2}{5}\sqrt{2} - \frac{1}{4}\sqrt{12}$

$= \frac{2}{3}\sqrt{3} - \frac{3}{4}\sqrt{2} + \frac{2}{5}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$

$= \frac{2}{3}\sqrt{3} - \frac{3}{4}\sqrt{2} + \frac{2}{5}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$

$= \frac{1}{6}\sqrt{3} - \frac{7}{20}\sqrt{2}$

c) $\sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{1}{2}\sqrt{12} + 4\sqrt{27} - 2\sqrt{\frac{3}{16}}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{3} - \sqrt{3} + 12\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$

$= 11\sqrt{3}$

d) $\sqrt{4a} + \sqrt{9a} - 2\sqrt{a} - 3\sqrt{25a}$

$= 2\sqrt{a} + 3\sqrt{a} - 2\sqrt{a} - 15\sqrt{a}$

$= -12\sqrt{a}$

e) $10\sqrt{a} + 5\sqrt{36a} - 8\sqrt{25a}$

$= 10\sqrt{a} + 30\sqrt{a} - 40\sqrt{a}$

$= 0$

Exercice n°6

Simplification :

a) $\sqrt{9a^2 + 36a^2} = 3a\sqrt{5}$

$\sqrt{9a^2} + \sqrt{16a^2} = 3a + 4a = 7a$

$\sqrt{9a^2 + a^2} = a\sqrt{10}$;

$\sqrt{9a^2} + \sqrt{a^2} = 4a$

$\sqrt{8a^2} = 2a\sqrt{2}$; $\sqrt{90a^2} = 3a\sqrt{10}$

b) $\sqrt{\frac{a^2}{3}} = \frac{a}{3}\sqrt{3}$

$\sqrt{\frac{2a^2}{9}} = \frac{a}{3}\sqrt{2}$

$\sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}\sqrt{3}$

$\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2}\sqrt{5}$

et $\sqrt{a^2} + \sqrt{\frac{a^2}{4}} = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$

Exercice7

1) Ecrivons les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des entiers où b est le plus petit possible.

A=$\sqrt{12} + 5\sqrt{3} - 2\sqrt{75} = -3\sqrt{3}$

B=$\sqrt{27} - 8\sqrt{3} + \sqrt{300} = 5\sqrt{3}$

C=$20\sqrt{\frac{5}{4}} - \sqrt{20} - \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

2) soient les réels X et Y tels que

X=$(3 - \sqrt{5})^2$ et Y= $1 - 2\sqrt{5}$

a) calculons

X=$(3 - \sqrt{5})^2 = 14 - 6\sqrt{5}$

$Y^2 = (1 - 2\sqrt{5})^2 = 21 - 4\sqrt{5}$

b)Donnons une écriture simplifiée de A=$\sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$ et B=$\sqrt{21 - 4\sqrt{5}}$

A=$\sqrt{14 - 6\sqrt{5}} = \sqrt{(3 - \sqrt{5})^2} = |(3 - \sqrt{5})| = 3 - \sqrt{5}$

B=$\sqrt{21 - 4\sqrt{5}} = \sqrt{(1 - 2\sqrt{5})^2} = |1 - 2\sqrt{5}| = -1 + 2\sqrt{5}$

Exercice n°8

1)

a) Calculons les carrés de $3 - \sqrt{10}$ et de $\sqrt{10} - 3$

$(3 - \sqrt{10})^2 = 19 - 6\sqrt{10}$

$(\sqrt{10} - 3)^2 = 19 - 6\sqrt{10}$

b) $\sqrt{19 - 6\sqrt{10}} = \sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} = |3 - \sqrt{10}| = \sqrt{10} - 3$

2)

a) Calculs des carrés

$(2 - \sqrt{3})^2 = 7 - 4\sqrt{3}$ et $(\sqrt{3} - 2)^2 = 7 - 4\sqrt{3}$

b) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})2} = 2 - \sqrt{3}$

Exercice n°9

Comparaison :

a) $(7\sqrt{2})^2 = 98$; $(3\sqrt{11})^2 = 99$

$(3\sqrt{11})^2 > (7\sqrt{2})^2$ donc $7\sqrt{2} < 3\sqrt{11}$

b) $(6\sqrt{2})^2 = 72$; $(5\sqrt{3})^2 = 75$

$(5\sqrt{3})^2 > (6\sqrt{2})^2$ donc $5\sqrt{3} > 6\sqrt{2}$

c) $-6\sqrt{2} < 0$ et $5\sqrt{3} > 0$

donc - $6\sqrt{2} < 5\sqrt{3}$

d) $(5\sqrt{6})^2 = 150$ et $(3\sqrt{17})^2 = 153$

donc $3\sqrt{17} > 5\sqrt{6}$

e) $(5\sqrt{2})^2 = 50$ et $7^2 = 49$

$(5\sqrt{2})^2 > 7^2$ donc $5\sqrt{2} > 7$

f) $(2\sqrt{45})^2 = 180$

$(3\sqrt{20})^2 = 180$

$(3\sqrt{20})^2 = (2\sqrt{45})^2$

donc $2\sqrt{45} = 3\sqrt{20}$

g) $(-3\sqrt{5})^2 = 45$ et $(-2\sqrt{11})^2 = 44$

$(-3\sqrt{5}) < (-2\sqrt{15})$

Exercice10

1) $A = \sqrt{2} - 1$ et $B = \sqrt{2} + 1$

a) Calculons

$A \times B = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) = 1$; $A^2 = (\sqrt{2} - 1)^2 = 3 - 2\sqrt{2}$;

$B^2 = (\sqrt{2} + 1)^2 = 3 + 2\sqrt{2}$; $A - B = (\sqrt{2} - 1) - (\sqrt{2} + 1) = -2$;

$A + B = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2} + 1) = 2\sqrt{2}$

b) Montrons que B est l'inverse de A. On a AxB=1 donc A et B sont inverses l'un de l'autre.

2 – Ecrire plus simplement $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ et $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2} - 1$

$\sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = |\sqrt{2}+1|$
$= \sqrt{2} + 1$

Exercice n°11

Rendons rationnels les dénominateurs des écritures fractionnaires suivantes :

$\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$

$\frac{-4}{\sqrt{3}-1} = \frac{-4(1+\sqrt{3})}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = -2 - 2\sqrt{3}$

; $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} = 5 + 2\sqrt{5}$

$\frac{1}{1+\sqrt{3}} = \frac{1-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

$\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = 2 - \sqrt{3}$

$\frac{2}{1+2\sqrt{3}} = \frac{2(1-2\sqrt{3})}{(1+2\sqrt{3})(1-2\sqrt{3})} = \frac{-2+4\sqrt{3}}{11}$

$\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{(\sqrt{6}-\sqrt{5})(\sqrt{6}+\sqrt{5})} = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})} - \frac{4(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}$

$= \sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{6} + \sqrt{2}$

$= \sqrt{5} - 6$

Exercice n° 12

1-a) Démontrons que $3 - 2\sqrt{2}$ et $3 + 2\sqrt{2}$ sont inverses l'un de l'autre.

$(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2}) = 9 – 8 = 1$ donc $3 - 2\sqrt{2}$ et $3 + 2\sqrt{2}$ sont inverses l'un de l'autre.

b)Démontrons que $\frac{1}{2\sqrt{2}-3}$ et $3 + 2\sqrt{2}$ sont opposés.

$\frac{1}{(2\sqrt{2}-3)} + (3 + 2\sqrt{2}) = \frac{2\sqrt{2}+3}{(2\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+3)} + 3 + 2\sqrt{2}$

$= -2\sqrt{2} - 3 + 3 + 2\sqrt{2} = 0$ donc $\frac{1}{2\sqrt{2}-3}$ et $3 + 2\sqrt{2}$ sont opposés.

d) Encadrement de $\frac{1}{2\sqrt{2}-3}$

$1,414 < \sqrt{2} < 1,415$

$2 \times 1,414 < 2\sqrt{2} < 2 \times 1,415$

$2,828 – 3 < 2\sqrt{2} - 3 < 2,830 – 3$

$-0,172 < 2\sqrt{2} - 3 < -0,170$

$\frac{1}{-0,170} < \frac{1}{2\sqrt{2}-3} < \frac{1}{-0,172}$

$-5,88 < \frac{1}{2\sqrt{2}-3} < -5,81$

Chapitre5 : Equations et Inéquations dans $\mathbb{R}$

I) Equation du premier degré à une inconnue

1)Rappel

Une équation est une égalité où se trouve une inconnue.

Résoudre une équation c'est trouver la /les valeur(s) des/l'inconnue pour que l'égalité se vérifie

2)Equation de type ax+b=cx+d

Exemple

Résoudre dans ℝ l'équation 3x+1=x- 4 et $\frac{x}{3}$ -5 = -2x +$\frac{3}{2}$

On trouve respectivement S$_R$=$\left\{-\frac{5}{2}\right\}$ et S$_R$= $\left\{\frac{39}{14}\right\}$

<u>Exercice d'application</u>

Résoudre dans ℝ, $\frac{x}{4}$ - $\frac{3}{2}$ = $\frac{-x+1}{6}$ et 17x +10 = -7x -9

3)Equation de types (ax+b)(cx+d)=0

Rappel si ab= 0 alors a=0 ou b=0

Exemple : Résoudre dans ℝ (3x+6)(x -3)=0

(3x+6)(x -3)=0 ⟺ $(3x+6)=0\ ou\ (x-3)=0$

$\Leftrightarrow x=-2\ ou\ x=3$

S$_R$=$\{-2\,;3\}$

4)Equation de type $\frac{ax+b}{cx+d}$ =e

Exemple : résoudre dans ℝ $\frac{3x-1}{2x-5}$ = 5

On trouve S$_R$=$\left\{\frac{24}{7}\right\}$

<u>Exercice d'application</u>

Résoudre dans ℝ; $\frac{7x-1}{2x-3}$ = $\frac{5}{3}$

II) Inéquation du 1er degré à une inconnue

1) Rappels

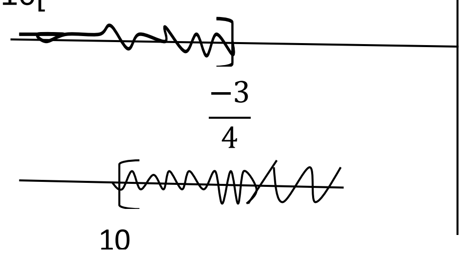
Une inéquation est une inégalité où se trouve une inconnue

Résoudre une inéquation c'est donner l'ensemble de toutes les inconnues pour que l'inégalité se vérifie.

2) L'inéquation de type ax+b <cx+d

Exemple : résoudre : 3x-7 <11x -1 et 2x -1< x+9

On trouve respectivement S$_R$=]-$\frac{3}{4}$; +∞[et S$_R$=]-∞ ; 10[



NB :L'ensemble solution est la partie non hachurée de la droite.

<u>Exercice d'application</u>

Résoudre dans ℝ : $\frac{3x+1}{8}$ - $\frac{2x+3}{4}$ < $\frac{x+5}{2}$

3) Inéquation de type (ax +b)(cx+d) <0

➢ Cas général

On étudie les signe de chaque facteur dans ℝ et on consigne les résultats obtenus dans un tableau

Exemple : Résoudre dans ℝ (2x +5)(3x+6) <0

Cherchons d'abord les valeurs de x pour lesquelles (2x +5)(3x+6)=0

On trouve x=- $\frac{5}{2}$ ou x =-3

<u>Tableau de signes</u>

X	-∞	-3	$-\frac{5}{2}$ +∞
2x +5	–	– 0	+
3x+6	– 0	+	+
(2x +5)(3x+6)	+	–	+

S$_R$=]- 3 ;- $\frac{5}{2}$ [

<u>Exercice d'application</u>

Résoudre dans ℝ

a)(x-1)(-x-2) ≤ 0 b) (-3x+7)(4x-5) ≥ 0

III) <u>Equations avec valeurs absolues</u>

1) Equations de types |ax+b| = C (c positif)

|ax+b| =C⟺ ax+b =C ou ax+b =-C

Exemple : résoudre |3x-5|= 1

3x-5=1 ↔ 3x=1+5 ↔ 3x=6 ↔ x=2

3x-5=-1 ↔ 3x=-1+5↔ 3x= 4 ↔ x=$\frac{4}{3}$

S$_R$= { $\frac{4}{3}$; 2}

2) Equations de types |ax+b|=cx+d

Exemple : Soit à résoudre |x-5|= 7x +1

Ecrivons |x-5|sans le symbole de valeur absolue.

Posons x-5=0 ↔ x= 5

X	$-\infty$	5	$+\infty$
$\lvert x-5\rvert$	$-x+5$	0	$x-5$

Sur $]-\infty;5[$; $|x-5|= -x+5 \leftrightarrow -x+5=7x+1$
$\leftrightarrow 7x+x=5-1 \leftrightarrow 8x= 4 \leftrightarrow x=\frac{1}{2}$
Sur $]5;+\infty[$; $|x-5|= x-5 \leftrightarrow x-5=7x+1$
$\leftrightarrow 7x-x=-5-1 \leftrightarrow 6x= -6 \leftrightarrow x=-1$
$S_R= \{ -1;\frac{1}{2} \}$

3)Equations de types $|ax+b|=|cx+d|$
Exemple : Soit à résoudre $|5x+2|=|x-1|$
$\leftrightarrow |5x+2|-|x-1|=0$
On écrit $|5x+2|-|x-1|$ sans le symbole de la valeur absolue

X	$-\infty$	$-\frac{2}{5}$	1	$+\infty$
$\lvert 5x+2\rvert$	$-5x-2$	0	$5x+2$	$5x+2$
$\lvert x-1\rvert$	$-x+1$	$-x+1$	0	$x-1$
$\lvert 5x+2\rvert-\lvert x-1\rvert$	$-4x-3$	$6x+1$		$4x+3$

Sur $]-\infty;-\frac{2}{5}]$ $|5x+2|-|x-1|=0 \leftrightarrow -4x-3=0 \leftrightarrow -4x=3 \leftrightarrow x=-\frac{3}{4}$ $S_1= \{ -\frac{3}{4} \}$
Sur $[-\frac{2}{5};1]$ $|5x+2|-|x-1|=0 \leftrightarrow 6x+1=0 \leftrightarrow 6x=-1 \leftrightarrow x=-\frac{1}{6}$ $S_2= \{ -\frac{1}{6} \}$
Sur $]1;+\infty]$ $|5x+2|-|x-1|=0 \leftrightarrow 4x+3=0 \leftrightarrow 4x=-3$
$\leftrightarrow x=-\frac{3}{4}$ $S_3= \{ \}$
$S_R= \{ -\frac{3}{4} ; -\frac{1}{6} \}$

EXERCICES

Exercice n°1

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations et inéquations suivantes :

a) $x + 1 = 3$; b) $3x -5 = x + 1$;
c) $3 (x -2) = 3x + 5$; d) $\frac{x-1}{2} + \frac{x-3}{3} = 1$
e) $(x-5)^2 > x^2 - 10x$;
f) $(x-4)(x-8) \geq x^2 + 32$; g) $\frac{1-x}{3} = \frac{1}{2}$;
h) $\frac{1}{3}(\frac{x}{3} - 3) - 2 < 0$
i) $\frac{9x+7}{2} - (x - \frac{x-2}{7}) = 36$;
j) $(x-2)(2x+5) = 0$; k) $(x-1)^2 = -4$; ℓ) $|2x-1| = |x+4|$

Exercice n°2

On considère les applications f et g définies de IR vers IR par :
$f(x)= (x-3)(2x+3)-(3-x)(x+5)-(x^2-9)$ et
$g(x)= (2x+5)(-x+4)$

1) Développer réduire et ordonner f(x) et g(x) suivant les puissances croissantes de x
2) Mettre f(x) sous forme d'un produit de facteur du 1er degré
3) Résoudre algébriquement dans R l'inéquation $g(x) \geq 0$

Exercice n°3

Après avoir perdu 20% de sa valeur, un objet vaut 64 F. Quel était le prix initial de cet objet ?

Exercice n°4

Un homme de 40 ans a un fils de 9 ans. Dans combien de temps l'âge du père sera-t-il le double de celui du fils ?

Exercice n°5

Trouver la mesure x du côté d'un carré dans chacun des cas suivants :

a) Si on augmente la longueur de chaque côté du carré de 4 cm, son aire augmente de 28 cm²,
b) Si on augmente un côté de 4 cm et si l'on diminue l'autre de 7 cm, l'aire diminue de 52 cm².
c) Si l'on diminue chaque côté de 4 cm, l'aire diminue de 20 cm².

Exercice n°6

Déterminer trois entiers consécutifs dont la somme est 57.

Exercice n°7

La somme de trois entiers consécutifs est strictement plus petite que 15.
Quelles sont les valeurs possibles des trois nombres ?

Exercice n°8

Une agence de location de voitures propose deux tarifs :
T1 : 300 F par jour, plus 3,50 F par km parcouru.
T2 : 1000 F par jour (kilométrage illimité).
On appelle x le nombre de kilomètres parcourus.
Pour quelles valeurs de x, le tarif T2 est-il le plus avantageux ?

Exercice n°9

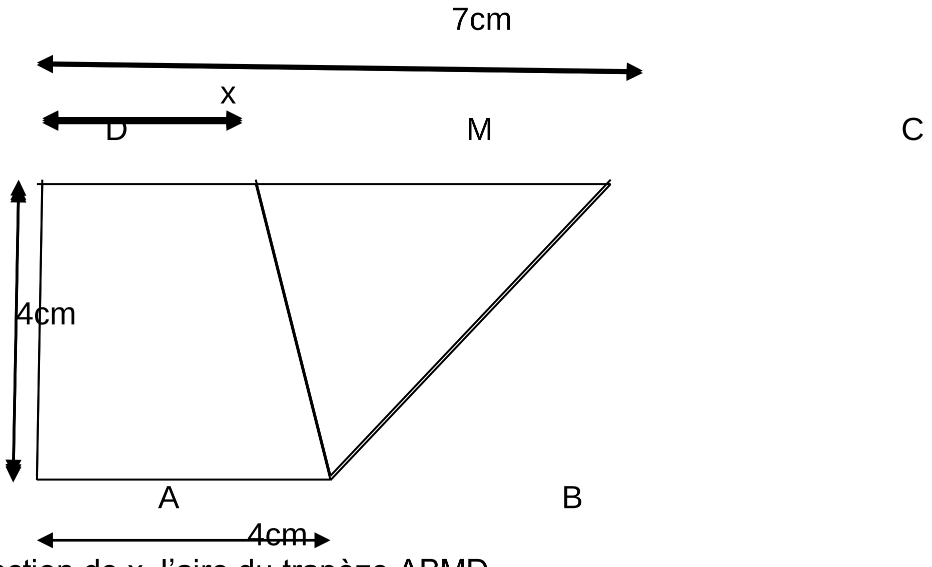
En 1994,dans une classe, la moitié des élèves est née en 1976, le cinquième en 1977, le sixième en 1978 et le reste, soit quatre élèves, en 1979.
Quel est le nombre d'élèves de la classe ?

Exercice n°10

Un père a 35 ans et ses enfants, 5 et 8 ans.
Dans combien d'années, l'âge du père sera-t-il égal à la somme des âges de ses deux enfants ?

Exercice n°11

Soit la figure ci-dessous :



1) Calculer en fonction de x, l'aire du trapèze ABMD.
2) Calculer en fonction de x, l'aire du triangle BCM
3) Déterminer la position du point M pour que les deux aires soient égales.

Exercice n°12

La longueur d'un rectangle mesure 3 cm de plus que sa largeur.
1) Exprimer le périmètre P de ce rectangle en fonction de x
2) Donner un encadrement de P lorsque la largeur est comprise entre 5,2 cm et 5,7 cm.
3) Donner un encadrement des deux dimensions du rectangle, lorsque P est compris entre 28 cm et 30 cm

Exercice n°13

Trois élèves se partagent 5 250. La part du deuxième représente les 2/5 de celle du premier et la part du troisième est égale à la demi - somme de celle des deux autres. Quelle est la part de chacun ?

Exercice n°14

Le premier jour du BEPC, Charifa effectue les dépenses suivantes :

Elle dépense 500F pour le taxi, 400 pour le déjeuner, donne la moitié de ce qui lui reste à sa sœur puis achètent de l'eau à 50F. Il lui reste maintenant moins du tiers de la somme qu'elle avait au départ.

Combien possédait-elle au maximum ? (le résultat est un nombre entier de francs).

Exercice 15

La somme de trois nombres impairs consécutifs est égale à 243.

Quels sont ces trois nombres ?

NB : Un nombre impair est de la forme 2n+1 avec $n \in \mathbb{N}$

Exercice n°16

Un enfant qui vend des tickets de loterie a une prime de 500F par semaine et gagner 10F par ticket vendu.

Combien de tickets doit-il vendre pour gagner entre 1 500F et 3 000F par semaine ?

Exercice N°17

Sur une droite graduée (D), on considère les points A et B d'abscisses respectives -2 et 5

1) Calculer les abscisses des points M de (D) tel que MA – 2MB =5
2) Calculer l'abscisse du point N de (D) tel que $NA^2 – NB^2 = 7$.

Exercice n°18

Deux camions, l'un roulant à 75km/h, l'autre à 50km/h partant en même temps, le premier de Moussodougou et le second de Tiédougou. Tiédougou est situé à 40 km de Moussodougou.

Les deux camions se rencontrent à Fouroudougou, situé à 142 km de Moussodougou.

Sachant que Tiédougou est situé entre Moussodougou et Fourougougou, à quelle distance de Moussodougou le premier camion rejoindra-t-il le second ?

Exercice n°19

On considère un trapèze, la petite base a pour longueur x, la grande base a pour longueur $3x$ et la hauteur $(\frac{3}{2})x$.

1) Exprimer l'aire A du trapèze en fonction de x.
2) Déterminer x pour que l'aire soit égale à 75 cm².
3) En déduire les longueurs de la grande base et de la hauteur.

CORRIGE

Exercice2

1)Développons réduisons et ordonnons f(x) et g(x)

f(x)= (x-3) (2x+3)-(3-x)(x+5)-$(x^2$-9)

=$2x^2$+3x-6x-9-3x-15+x^2+5x-x^2+9

f(x)=$2x^2$-x-15

g(x)= (2x+5) (-x+4)

=$-2x^2$+8x-5x+20

g(x)=$-2x^2$+3x+20

2)Mettons f(x) sous forme d'un produit de facteur du 1er degré

f(x)= (x-3) (2x+3)-(3-x)(x+5)-$(x^2$-9)

= (x-3) (2x+3)+(x-3)(x+5)-(x-3)(x+3)

=(x-3)[(2x+3)+(x+5)-(x+3)]

=(x-3)(2x+3+x+5-x-3)

f(x) =(x-3)(2x+5)

3)Résolution d'inéquations

a) g(x)≥0 ⇔(2x+5) (-x+4)≥ 0

Déterminons les valeurs de x pour lesquelles (2x+5) (-x+4)$= 0$

(2x+5) (-x+4)$= 0 \Leftrightarrow x = \frac{-5}{2}$ ou $x = 4$

Tableau de signes

x	$-\infty$		$\frac{-5}{2}$		4		$+\infty$
2x+5		-	0	+		+	
-x+4		+		+	0	-	
g(x)		-		+		-	

$$S = [\frac{-5}{2} ; 4]$$

Exercice n° 3

Soit x le prix initial de cet objet :

$x - \frac{20}{100}x = 64 \Leftrightarrow \frac{80}{100}x = 64 \Leftrightarrow x=80$

Le prix initial de cet objet était donc 80f

Exercice n° 5

Trouvons la mesure x du carré dans chaque cas :

a) La mise en équation donne :$(x+4)^2= x^2+28$
   On trouve x=1,5cm
b) La mise en équation donne :$(x+4)(x-7) =x^2-52$
   On trouve x=8cm
c) La mise en équation donne : $(x-4)^2 = x^2-20$
   On trouve x= 4,5 cm

Exercice n°7

Soit x le plus petit des trois nombres entiers, x+1 le suivant et (x+1) + 1 le plus grand

On a $x+ x+1 +(x+1) +1 < 15 \Leftrightarrow x< 4$

Les valeurs Possibles sont donc 0 ; 1 ; 2 ou 1 ; 2 ; 3 ou 2 ; 3 ; 4 ou 3 ; 4 ; 5

Exercice n°10

Soit x le nombre d'années au bout duquel l'âge du père serait égal à la somme des âges de ses deux enfants.

La mise en équation du problème est :

$x + 35 = (x+5) +(x+8) \Leftrightarrow x=22$

Ainsi, dans 22 ans l'âge du père serait égal à la somme des âges de ses deux enfants.

Chapitre6 : Rapport de projection

I)Définition du rapport de projection

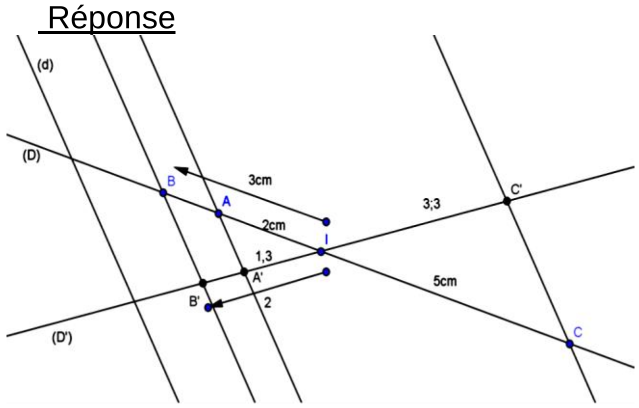
1)Activité

Trace deux droites (D) et (D') séante en I et une droite (d) qui n'est ni parallèle a (D) ni parallèle à (D).

Choisir les points A ; B ; C sur (D) tel que IA= 2cm ; IB=3cm ; IC=5cm et construire les points A' ; B' et C' les projetés respectifs de A ; B ; C sur (D') //(d).

Calculer : $\frac{IA'}{IA}$; $\frac{IB'}{IB}$; $\frac{IC'}{IC}$ et les comparer.

Réponse



$\frac{IA'}{IA} = \frac{1,3}{2}$ =0,65; $\frac{IB'}{IB} = \frac{2}{3}$ =0,66 ; $\frac{IC'}{IC} = \frac{3,3}{5}$ =0,66 on remarque que : $\frac{IA'}{IA} = \frac{IB'}{IB} = \frac{IC'}{IC}$ =0,66

2)Définition

Soit p la projection de (D) sur (D') parallèlement à (d). A ; B ; M sont des points sur (D).On note A'=p(A) ; B'=p(B) C'=p(C) et $\frac{IA'}{IA} = \frac{IB'}{IB} = \frac{IC'}{IC}$ =k .

Le réel k est appelé le rapport de projection de (D) sur (D') parallèlement à (d).

Exercice d'application

Soit ABC un triangle tel que AB=8cm BC= 6cm AC=4cm

1)Faire une figure et calculer le rapport de projection de (AB) sur (AC) parallèlement à(BC).

2)Calculer le rapport de projection de (AB) sur (BC) parallèlement (AC)

II)Rapport de projection orthogonale

1) Défnition du rapport de projection orthogonale

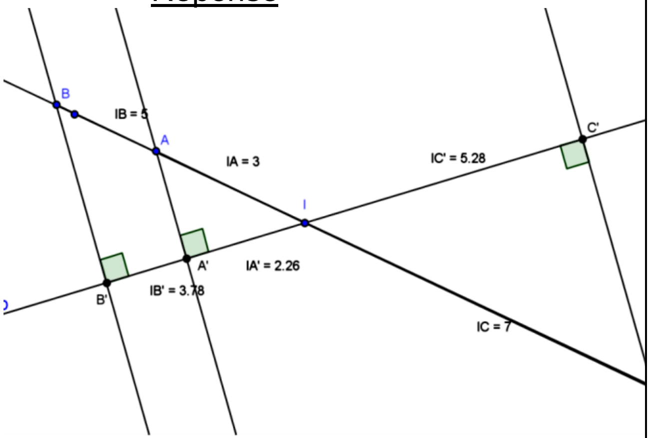
a)Activité

Trace deux droites (D) et (D’) séante en I

Choisir les points A ; B ; C sur (D) tel que IA= 3cm ; IB=5cm ; IC=7cm et construire les points A’ ; B’ et C’ les projétés orthogonaux respectifs de A ; B ; C sur (D’)

Calculer : $\frac{IA'}{IA}$; $\frac{IB'}{IB}$; $\frac{IC'}{IC}$ et les comparer.

Réponse



$\frac{IA'}{IA} = \frac{2,26}{3} = 0,75$ $\frac{IB'}{IB} = \frac{3,78}{5} = 0,75$; $\frac{IC'}{IC} = \frac{5,28}{7} = 0,75$ On remarque que : $\frac{IA'}{IA} = \frac{IB'}{IB} = \frac{IC'}{IC} = 0,75$

b)Définition

Soit p le projeté orthogonal de (D) sur (D’) . A ; B ; C sont des points sur (D).

On note A’=p(A) ; B’=p(B) C’=p(C) et $\frac{IA'}{IA} = \frac{IB'}{IB} = \frac{IC'}{IC} = k$.

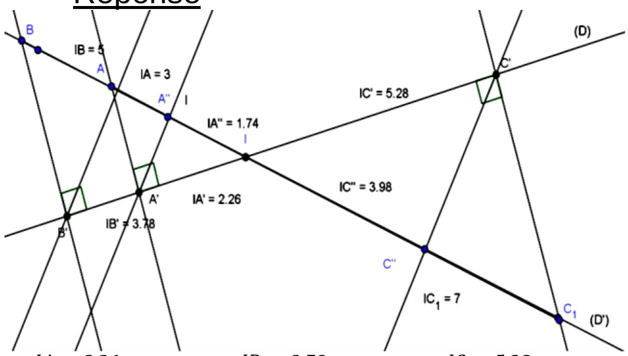
Le réel k est appelé le rapport de projection orthogonal de (D) sur (D’)

2)Propriété du rapport de projection orthogonale

a)Activité

Dans l’activité précédente calculer k le rapport de projection orthogonale de (D) sur (D’) et k’ le rapport de projection orthogonale de (D’) sur (D).Comparer k et k’ ?

Réponse



$K = \frac{IA'}{IA} = \frac{2,26}{3} = 0,75 = \frac{IB'}{IB} = \frac{3,78}{5} = 0,75 = \frac{IC'}{IC} = \frac{5,28}{7} = 0,75$

$K' = \frac{IA''}{IA'} = \frac{1,74}{2,26} = 0,75 = \frac{IB''}{IB'} = \frac{3}{3,78} = 0,75 = \frac{IC''}{IC'} = \frac{3,98}{5,28} = 0,75$

On a k=k’

b) Propriété

(D) et (D’) étant deux droites sécantes du plan , le rapport de projection orthogonale de (D) sur (D’) est égal au rapport de projection orthogonale de (D’) sur (D)

EXERCICES

Exercice 1

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB = 4 cm.

1) Le rapport de projection orthogonale de (BC) sur (AB) est $k_1 = 0,8$.
   Calculer BC.
2) Le rapport de projection orthogonale de (BC) sur (AC) est $k_2 = 0,6$.
   Calculer AC.
3) Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC). Calculer BH et CH.

Exercice n°2

On considère deux points A et B tels que AB = 4 cm

1) a – Tracer la droite (Δ) passant par B et perpendiculaire à (AB).
   b – Placer un point C sur (Δ) tel que
   AC = 8 cm.

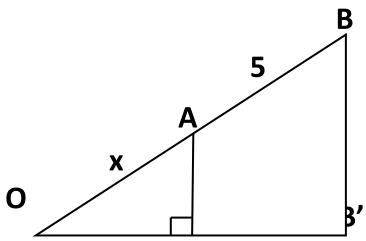
Déterminer le rapport de projection orthogonale de (AC) sur (AB).

2) Soit M le point de (AC) dont le projeté orthogonal sur (AB) est I milieu de[AB].
   a) Montrer que M est le milieu de [AC]

b) Quelle est la nature du triangle AMB ?

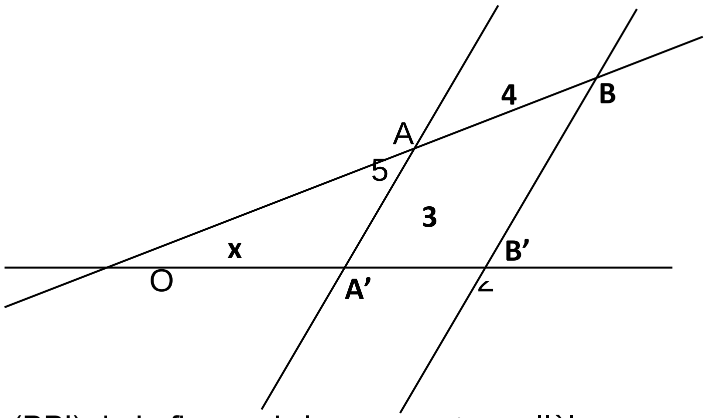
Exercice n°3

Soit la figure suivante :



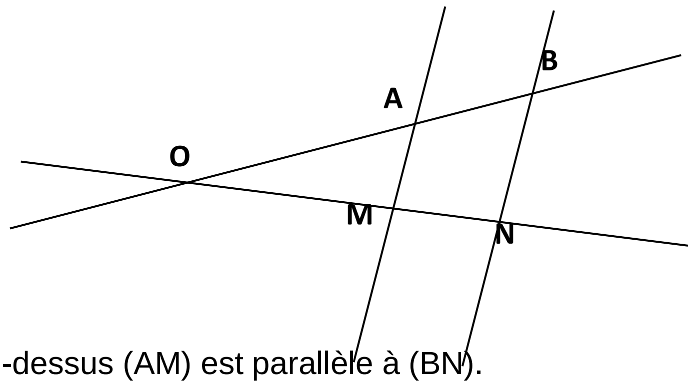
Déterminer x.

Exercice n°4



Les droites (AA') et (BB') de la figure ci-dessus sont parallèles.
Calculer le rapport de projection de (OA) sur (OA') parallèlement à (BB').
Déduire alors la valeur de x.

Exercice n°5



Sur la figure ci-dessus (AM) est parallèle à (BN).
On donne : OA = x ; AB = 8 ; OM = 3 et MN = 2x.

1) Justifier l'égalité $\frac{x}{3} = \frac{8}{2x}$
2) En déduire les longueurs OA et MN.

Exercice n°6

1) a- Tracer un triangle ABC tel que AB=5 cm ; BC = 7cm ; AC = 3,5 cm.
   b- Placer le point D sur [AB] tel que AD = 3 cm ; le point E, projeté de D sur (AC) parallèlement à (BC) ; puis le F tel que $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{DE}$
2) Quel est le projeté du point E sur la droite (BC) parallèlement à (AB) ? Justifier.
3) a - Calculer le rapport de projection de la droite (AB) sur(AC) parallèlement à (BC).

b – Calculer de rapport de projection de la droite (AC) sur (BC) parallèlement à(BA).
c – En déduire les distances CE et CF.

CORRIGE

Exercice n°3

Déterminons x :
On a: $\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{x+5}{3+4} \Leftrightarrow x = \frac{15}{4}$

Exercice n° 4

On a $\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{AB}{A'B'}$

On déduit que $\frac{5}{x} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = \frac{15}{4}$

Exercice n° 5

1) On a : $\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{ON} = \frac{AB}{MN}$ d'où en remplaçant chaque distance par sa valeur on obtient l'égalité $\frac{x}{3} = \frac{8}{2x}$
2) Valeurs de OA et MN
On a : $\frac{x}{3} = \frac{8}{2x} \Leftrightarrow 2x^2 = 24 \Leftrightarrow x^2 = 12$

$x = 2\sqrt{3}$ ou $x = -2\sqrt{3}$

Or $x > 0$ car une distance est toujours positive d'où $x = 2\sqrt{3}$
Ainsi ; $OA = 2\sqrt{3}$ et $MN = 2(2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$

Chapitre 7 : Monômes et polynômes

I)Rappels

1)Application Monômes

On appelle application monômes toute application définie par :

$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$x \longmapsto f(x) = ax^n$

a est le coefficient
x est la variable
n est le degré du monôme

Exemple :
$g(x)=4x^2$ est un monôme : 4 est le coefficient; x est la variable ; 2 est le degré

1) Application polynômes

On appelle polynôme une somme de monômes définie par :

$g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
$x \mapsto g(x)=ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \ldots\ldots\ldots + k$

Le degré d'un polynôme est le degré le plus grand des monômes du polynôme
Exemple : $h(x)= 3x^4 + 7x^3 + 2x^2 + x + 9$; 4 est le degré du polynôme

II)Opération sur les polynômes

1) Rappels
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a+b)(a-b) = a^2 – b^2$

2) Développement d'un polynôme
Développer un polynôme c'est transformer une expression du polynôme en une somme de monômes.

Exemple

1) Développer puis réduire les polynômes suivants
$A(x)= 3x(5x^2+ 2x -2)+(x+4)(3x+7)$;
$B(x)=(3x+5)(6x-4)$

2) Développer en utilisant les identités remarquables
$F(x)=(3x+5)^2+(x+7)(x-7)$
$G(x)=(2x-1)^2 – (4x+1)(4x-1)$

2) Factorisation d'un polynôme

a)Recherche de facteurs communs
Exemple: Factoriser les polynômes suivants :
$A(x)= (2x-3)(x+1)-(x+9)(2x-3)$

$B(x)= (2x-5)(1+x)-2(7x-1)(2x-5) + 2x-5$
b) Recherche de facteurs communs cachés
Exemple : factoriser
$F(x)=(2x+4)(x-1)+(3x+7)(x+2)$
$G(x)=(2x+1)(3-x)+(1+x)(-1-2x) +2x^2+x$
c)Utilisation des produit remarquables
Exemples :Factoriser
$H(x)=25x^2-30x +9$
$J(x)=(x+5)^2-(7x-3)^2$
$I(x)= 49x^2+14x +1$
d) Utilisation de factorisation partielle
$k(x)=4x^4-16x^3+16x^2$
$l(x)= 7x- 7y +2ax-2ay$
<u>Exercice d'application</u>
Factoriser les polynômes suivants
$F(x)=(x+3)(x+5) -3(x+5)$
$G(x)=(3x-1)(x-2)+(3x-1)(2x+5)+(3x-1)(x-4)$
$H(x)=x^2-x + \frac{1}{4} +(-x+\frac{1}{2})(2x+5)$
$K(x) = (2x+1)^2- (3x+2)^2$
4) Addition et multiplication d'applications polynômes
a)Addition
Soient $f(x)=x^2+10x +25$ et $g(x)=2x^3+x^2 +5x +1$
Calculer le polynôme $k(x)= f(x)+g(x)$
Réponse $k(x)=2x^3 2x^2 + 15x +26$
La somme de deux applications polynômes est une application polynôme
b) Multiplication
soient $f(x)=x^2+2x +1$ et $g(x)=(3x+1)$.Calculer $h(x)=f(x)xg(x)$
Réponse $h(x)=3x^3+7x^2+5x +1$
<u>Conclusion</u> : Le produit de deux applications polynômes est une application polynôme

EXERCICES

<u>Exercice n°1</u>
Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :
$A = (x - 3) (2x + 4)$
$B = x^2 - (3x + 1)^2$
$C = 4(x + 3) + 2(x - 3)^2$
$D = 8 - (2x + 5)^2 - 2x(x +3)$
$E = 3x^2 - (-x+ 2)^2$
$F = x + 7 - (- 4-x)^2$
$G = (3x - 5)^2 - (2x + 3) (x-2)$
$H = (x- 1)^2 (2 x - 3)$

<u>Exercice n°2</u>
On considère les polynômes f(x) et g(x) tels que $f(x) = 4 x^2 - 2 x +7$ et $g(x) = -7 x^4 + 5 x +2$.
Réduire et ordonner les expressions suivantes :
$f(x) + g(x)$; $f(x) - g(x)$; $- f(x) + \frac{1}{2}g(x)$; $g(x) -2 f(x)$

<u>Exercice n°3</u>
Développer, réduire et ordonner chaque expression algébrique en utilisant les produits remarquables
$A = (x + 3)^2 + (x - 5)^2$; $B = 4 (x - 1)^2 - (2x + 2)^2$; $C = (x - 2) (x + 2) - (x - 1)^2$; $D = (x + \frac{1}{2})^2 - \left(\frac{x}{2} + 1\right)^2 - \frac{3}{4}(x-1)(x+1)$

<u>Exercice n°4</u>
Factoriser les expressions suivantes:
$5a^3 - 20a^2$;
$3a^2b - 9ab^2 + 36a^2b^2$;
$21x^4 - 14x^2 + 35x^6$;
$27a^2+36ab$;
$(3x -1)^2 - 2(6x - 2)$;
$x(x - 4) - 2(x-4)$;
$-x - 1 + x(x +1)$;
$(2x + 5)^2 - 10x - 25 + 2 (8x + 20)$;
$49x^2 - 1$; $x^2 - 0,2x + 0,01$; $1 - x^2$; $\frac{9}{4}x^2 - \frac{25}{16}$;
$(x - 1)^2 - 9(x^2 + 4x + 4)$; $(3x + 1)^2 - (x^2 + x+ \frac{1}{4})$

<u>Exercice n°5</u>
Soit $A = (x + 5) (2 x -3)$ et $B = (2x - 3) (7x + 6) + 2 x^2 + 7x- 15$
1) Développer, réduire et ordonner A
2) En déduire une factorisation de B
3) Calculer B pour $x = -1$; $x = \frac{3}{2}$

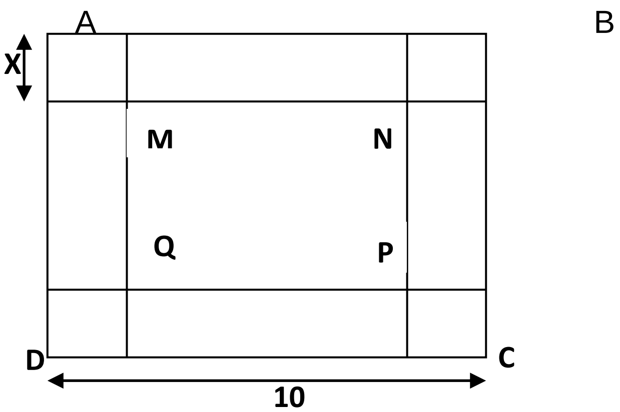
<u>Exercice n°6</u>

1) Soit la fonction polynôme définie dans$\mathbb{R}$ par :
$f(x) = (2x-3)^2 - (x-2)(4x-3) - 2(2x-3)$
a) Développer, réduire et ordonner f (x) suivant les puissances décroissantes de x.
b) Calculer f $(\sqrt{2})$ puis donner un encadrement de f $(\sqrt{2})$ à 10^{-2} près sachant que
$1{,}414<\sqrt{2}< 1{,}415$.
c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation
$[f(x)-5]^2 \leq 16$.
2) f et g sont deux applications définies dans $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = (2x+1)^2 - (-x+3)^2$.
$g(x) = x^2 - 16 - (2x+8)(-2x+1)$
   a) Développer et réduire f(x) et g(x).
   b) Mettre f(x) et g(x) sous forme de produits de polynômes de premier degré
   c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation f(x) = g(x) puis l'inéquation f(x) ≥ 0

Exercice n°7

ABCD est un carré de côté 10 cm. On découpe aux quatre coins de ce carré des petits carrés de côtés x (figure ci-dessous).

1) Exprimer en fonction de x l'aire A du carré MNPQ
2) a – pour quelles valeurs de x l'aire A est-elle égale au quart de l'aire du carré ABCD ?
   b – déterminer x pour que l'aire A soit égale à la somme des aires des quatre petits carrés.



CORRIGE

Exercice 1

Développons puis réduisons les expressions suivantes :

A = (x – 3) (2x + 4)
  = $2x^2 + 4x - 6x - 12$

$\boxed{A = 2x^2 - 2x-12}$

B= $x^2 - [3x+1]^2$
  = $x^2-[9x^2-6x+1]$
  = $x^2 -9x^2+6x-1$

$\boxed{B = -8x^2 + 6x-1}$

  = $4x + 12 +2[x^2-6$
  =$4x +12+2 x^2-12x$

$\boxed{C = 2x^2 -8x+30}$

D= $8-(2x+5)^2 -2x(x-3)$
  = $8-[4x^2+20x +25]-2x^2+6x$
  =$8-4x^2 -20x-25-2x^2+6x$

$\boxed{D= -6x^2 -14x- 17}$

E= $3x^2-(-x+2)^2$
  = $3x^2-[x^2-4x+4]$
  = $3x^2-x^2+4x-4$

$\boxed{E= 2x^2+4x-4}$

F= $x+7-(-4-x)^2$
  = $x+7-[16+8x+x^2]$
  = $x+7-16-8x-x^2$

$\boxed{F=- x^2-7x-9}$

G= $(3x-5)^2 - (2x+3)(x-2)$

$= 9x^2-30x+25-2x^2+4x-3x+6$
$= 9x^2-30x+25-2x^2+4x-3x+6$

$\boxed{G= 7x^2-29x+31}$

$H= (x-1)^2 (2x-3)$
$= [x^2-2x+1](2x-3)$
$= 2x^3-3x^2-4x^2+6x+2x-3$

$\boxed{H= 2x^3-7x^2+8x-3}$

Exercice 2

$F(x) = 4x^2 -2x+7$ et $g(x) = -7x^4 +5x+2$

Réduisons et ordonnons :

- $F(x)+g(x) = 4x^2-2x+7-7x^4+5x+2$

$\boxed{F(x)+g(x) = -7x^4 +4x^2+3x+9}$

$F(x)-g(x) = 4x^2-2x+7-[-7x^4+5x+2]$
$= 4x^2-2x+7+7x^4-5x-2$

$\boxed{F(x)-g(x) =7x^4 +4x^2 -7x+5}$

$-F(x)+\frac{1}{2} g(x)= -(4x^2-2x+7)+ \frac{1}{2} (-7x^4+5x+2)$
$= 4x^2+2x-7-\frac{7}{2}x^4+\frac{5}{2}x+1$

$\boxed{-F(x)+\frac{1}{2}g(x)=-\frac{7}{2}x^4-4x^2 + \frac{9x}{2} - 6}$

$g(x)-2f(x) = -7x^4+5x+2-2(4x^2-2x+7)$
$= -7x^4+5x+2-8x^2+4x-14$

$\boxed{g(x)-2f(x) = -7x^4 -8x^2 +9x-12}$

Exercice 3

Développons, réduisons puis ordonnons chaque expression en utilisant les produits remarquables :

Rappel : $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2 =a^2-2ab+b^2$
$(a-b)(a+b)= a^2-b^2$

$A=(x+3)^2 +(x-5)^2$
$= x^2+6x+9+ x^2-10x+25$

$\boxed{A= 2x^2-4x+3}$

$B = 4(x^2-2x+1) -(4x^2+8x+4)$

$\boxed{B= -16x}$

$C= (x-2)(x+2)- (x-1)^2$
$= x^2-4-(x^2-2x+1)$
$= x^2-4-x^2+2x-1$

$\boxed{C= 2x-5}$

$D= (x+\frac{1}{2})^2 -(\frac{x}{2}+1)^2- \frac{3}{4} (x-1)(x+1)$
$= x^2+x+\frac{1}{4}-(\frac{1}{4}x^2+x+1)-\frac{3}{4}(x^2-1)$
$= x^2+x+\frac{1}{4}-\frac{x2}{4}-x-1-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{4}$

$\boxed{D=0}$

Exercice 4

Factorisons les expressions suivantes :

Rappel sur les identités remarquables :

$a^2-b^2 =+(a-b)(a+b)$
$a^2+2a+b^2=(a+b)^2$
$a^2-2a+b^2=(a-b)^2$

- $5a^3-20a^2 =5a^2(a^2-4)$

$\boxed{5a^3-20a^2 =5a^2(a-4)}$

$21x^4-14x^2+35x^6=7x^2(5x^4+3x^2-2)$

$\boxed{27a^2+36ab=9a(3a+4b)}$

$\boxed{3a^2b-9ab^2 +36a^2b^2 = 3ab(a-3b+12ab)}$

$(3x-1)^2-(6x-2)=(3x-1)^2 -2(3x-1)$
$= (3x-1)[3x-1-2]$

$\boxed{(3x-1)^2-(6x-2)=(3x-1)(3x-3)}$

$x(x-4)-2(x-4)=(x-4)(x-2)$

$-x-1+x(x+1)$
$=-(x+1)+x(x+1)$

$\boxed{= (x+1) (x-1)}$

$(2x+5)^2-10x-25+2(8x+20)$
$=(2x+5)^2-10x-25+16x+40$
$=(2x+5)^2 +6x+15$
$=(2x+5)^2 +3(2x+5)$
$=(2x+5) [2x+5+3]$
$=(2x+5)(2x+8)$

$\boxed{=2(2x+5)(x+4)}$

$49x^2-1 =(7x)^2-(1)^2$

$\boxed{49x^2-1 =(7x-1)(7x+1)}$

$x^2-0,2x+0,01 = x^2-2(x)(0,1)+(0,1)^2$

Identité remarquable

d'où $\boxed{x^2-0,2x+0,01 = (x-0,1)^2}$

$1-x^2 =(1)^2-x^2$

$\boxed{1-x^2=(1-x)(1+x)}$

$\frac{9}{4} x^2-\frac{25}{16} =(\frac{3}{2} x)^2-(\frac{5}{4})^2$

$\boxed{\frac{9}{4}x^2- \frac{25}{16} =(\frac{3}{2}x-\frac{5}{4})(\frac{3}{2} x + \frac{5}{4})}$

$(x-1)^2-9(x^2+4x+4)=(x-1)^2-9(x+2)^2$
$=(x-1)^2-[3(x+2)]^2$
$= [x-1-3(x+2)]\,[x-1+3(x+2)]$
$= (x-1-3x-6)(x-1+3x+6)$

$\boxed{(x-1)^2-9(x^2+4x+4)=(-2x-7)(4x+5)}$

$(3x+1)^2-(x^2+x+\frac{1}{4})= (3x+1)^2-(x+\frac{1}{2})^2$
$= (3x+1-x-\frac{1}{2})\,(3x+1+x+\frac{1}{2})$

$\boxed{(3x+1)^2-(x^2+x+\frac{1}{2}) =(2x+\frac{1}{2})(4x+\frac{3}{2})}$

<u>Exercice 5</u>

Soit $A= (x+5)(2x-3)$ et $B= (2x-3)(7x+6)+2x^2+7x-15$

1)Développons ,réduisons puis ordonnons A.

$A=(x+5)(2x-3)=2x^2+7x-15$

2)Déduisons une factorisation de B

$B= (2x-3)(7x+6)+2x^2 +7x-15$
$= (2x-3)(7x+6) + A$
$=(2x-3)(7x+6) + (x+5)(2x-3)$
$= (2x-3)[7x+6+x+5]$

$\boxed{B=(2x-3)(8x+11)}$

Calculons B :

- Pour $x = -1$

$B= [2(-1)-3][8(-1)+11]$
$= (-2-3)(-8+11)$
$= -5 \times 3$

$\boxed{B=-15}$

- Pour $x=\frac{3}{2}$

$B= [2(\frac{3}{2})-3][8(\frac{3}{2})+11]$
$= (3-3)(12+11)$

$\boxed{B=0}$

<u>Exercice 6</u>

- Soit $f(x) = (2x-3)^2-(x-2)(4x-3)-2(2x-3)$

a) Développons ,réduisons et ordonnons f(x) suivant les puissances décroissantes de x.

$f(x) = 4x^2 -12x+9-4x^2+3x+8x-6-4x+6$

$\boxed{f(x) =-5x+9}$

b). Calculons $f(\sqrt{2})$

$f(\sqrt{2})=-5\sqrt{2}+9$

$\boxed{F(\sqrt{2})=9-5\sqrt{2}}$

- Encadrement de $f(\sqrt{2})$ à 10^{-2} près sachant que $1,414< \sqrt{2} < 1,415$

On a :

$5 \times 1,414<5\sqrt{2} <5\times1,415$
$7,07<5\sqrt{2} < 7,08$
$-7,08< -5\sqrt{2} < -7,07$
$-7,08+9<-5\sqrt{2} +9<-7,07+9$

$\boxed{1,92< f(\sqrt{2}) < 1,93}$

c) Résolvons dans R l'inéquation $[f(x) - 5]^2 \leq 16$

$[f(x) - 5]^2 \leq 16$ se qui signifie que $(-5x+9-5)^2\leq 16$
$(-5x+4)^2\leq 16$
$(-5x+4)^2-(4)^2\leq 0$
$(-5x+4-4)(-5x+4+4)\leq 0$
$-5x(-5x+8)\leq 0$

<u>Tableau de signes</u>

x	$-\infty$ $+\infty$	0	$\frac{8}{5}$
$-5x$	+	-	-
$-5x+8$	+	+	-
$-5x(-5x+8)$	+	-	+

$S=[0 ;\frac{8}{5}]$

2)$f(x)=(2x+1)^2-(-x+3)^2$ et $g(x)=x^2-16-(2x+8)(-2x+1)$

a)Développons et réduisons f(x) et g(x)
$f(x)=3x^2+10x-8$ et $g(x)=5x^2+14x-24$
b)Factorisation de f(x) et g(x)
$f(x)=(3x-2)(x+4)$ et $g(x)= (x+4)(5x-6)$
c)Résolution de $f(x) = g(x) \Leftrightarrow (3x-2)(x+4)=(x+4)(5x-6)$
S={ -4 ;2}
.$f(x)\geq 0 \Leftrightarrow (3x-2)(x+4)\geq 0$

Tableau de signe

x	-∞	-4	$\frac{2}{3}$ +∞
3x-2	-	-	+
x+4	-	+	+
f(x)	+	-	+

S =]-∞ ; - 4]U[$\frac{2}{3}$;+∞[

Exercice 7

ABCD est un carré de côté 10cm

1) Exprimons en fonction de x l'aire A du carré MNPQ
Le carré MNPQ a pour côté : 10cm -2x
$A=(10-2x)^2$ cm²
2) A) valeur de x par laquelle l'aire A est égale au quart de l'aire du carré ABCD.
Aire de ABCD = $(10cm)^2=100cm^2$
$A=\frac{100}{4}=25$
$(10-2x)^2= (5)^2$
$(10-2x-5)(10-2x+5)=0$
$(5-2x)(15-2x)=0$
$x=\frac{5}{2}cm$ ou $x=\frac{15}{2}cm$
3) On prend $x=\frac{5}{2}cm$ car pour $x=\frac{15}{2}cm$ la longueur du côté du carré MNPQ est négative(ce qui n'est jamais possiple)

b) Déterminons x pour que l'aire A soit égale à la somme des aires des quatre petit carrés.
$A= x^2 +x^2+x^2+x^2$
$(10-2x)^2=4x^2$
$(10-2x)^2- (2x)^2=0$
$(10-2x-2x)(10-2x+2x)=0$
$10(10-4x)=0$
$x= \frac{10}{4}$
$x=\frac{5}{2}cm$

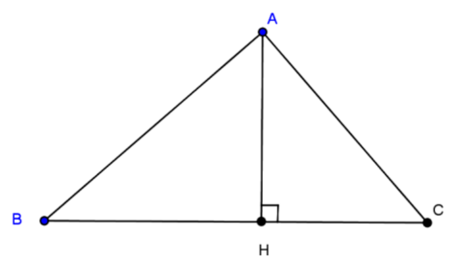
Chapitre 8 : Théorème de Pythagore

I)Relations métriques dans un triangle rectangle

1) Activité

Construire un triangle ABC rectangle en A. construire l'hauteur [AH]
1) Ecrire le rapport de projection orthogonale de la droite (BA) sur (BC)
2) Ecrire le rapport de projection orthogonale de la droite (BC) sur (BA)
3) Etablir une égalité entre les deux rapports de projection orthogonaux

Réponse



Soit p le projeté orthogonal de (BA) sur (BC) et k son rapport ; on a :
P(B)=B ; P(A)= H alors k= $\frac{BH}{BA}$
Soit P' le projeté orthogonal de (BC) sur (BA) et k' son rapport ; on a :
P(B)=B ; P(C)= A alors k'= $\frac{BA}{BC}$
Comme k=k' on a $\frac{BH}{BA} = \frac{BA}{BC} \Leftrightarrow$
BA^2= BH x BC

2)Première relation métrique dans le triangle rectangle

- THEOREME

Etant donné un triangle ABC de hauteur [AH] , si ABC est rectangle en A alors

$\boxed{BA^2 = BH \times BC}$

Remarque : En utilisant le même triangle et en exprimant le rapport de projection de (CA) sur (CB) , de (CB) sur (CA) et sachant les rapports k et k' sont égaux on aura : k=$\frac{CH}{CA}$ et k'=$\frac{CA}{CB}$
$\frac{CH}{CA} = \frac{CA}{CB} \Leftrightarrow$ $\boxed{CA^2 = CH \times CB}$

Exercice d 'application
Soit ABC un triangle en A de hauteur [AH] tel que BC=8 et BH=2
Calculer BA et CA

II) Théorème de Pythagore et sa réciproque
1)Théorème de Pythagore
a)Activité

Soit ABC un triangle rectangle en A de hauteur [AH]. A 'aide des relations métriques dans le triangle rectangle BA^2= BH x BC et CA^2=CH x CB exprimer BC en fonction de CA et BA
Réponse :
BA^2= BH x BC et BA^2+CA^2 = BH x BC + CH x CB
En additionnant membre à membre on a
CA^2 = CH x CB
BA^2+CA^2 = BC(BH + CH)

BA^2+CA^2 = BC xBC

$\boxed{BA^2+CA^2 = BC^2}$

b)Théorème de Pythagore
Dans un triangle le carré de l'hypoténuse est égale à la somme des carrés des côtes perpendiculaires. Alors si ABC est un triangle rectangle en A on a :

$\boxed{BC^2 = AB^2+AC^2}$

Exercice d'application
ABC est un triangle rectangle en A . Trouver la mesure du troisième côté dans les cas suivants :

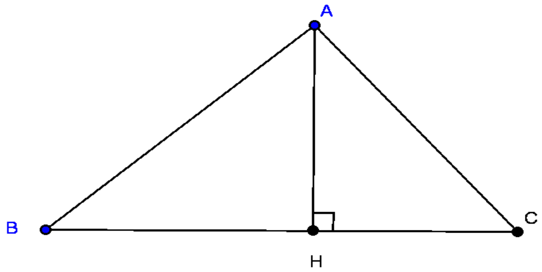
a) AC=5cm ; BA=3cm
b) AB=4cm ; BC= 6cm

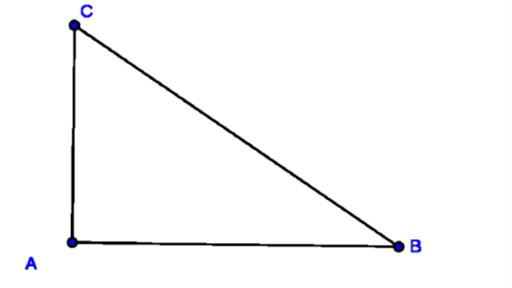
2)Réciproque du théorème de Pythagore

Si dans un triangle on a BC^2 = AB^2+AC^2 alors ABC est un triangle rectangle en A
Exercice d'application
Soit un triangle ABC ; donner la nature de ce triangle dans les cas suivants :

a) AB=5cm ; AC= 12cm ; BC=13Cm
b) AB=7Cm ; AC=12Cm ; BC= $\sqrt{95}$

III) Autres relations métriques dans le triangle rectangle
1) Activité1
Soit ABC un triangle rectangle en A et [AH] son hauteur.
a) Calculer la surface du triangle dans les deux représentations 1 et 2
b) Quelle relation peut –on déduire des deux calculs
Reponse





a) $S_1 = \frac{BC \times AH}{2}$

$S_2 = \frac{AC \times AB}{2}$

b) $S_1 = S_2 \Leftrightarrow \frac{BC \times AH}{2} = \frac{AC \times AB}{2}$

$(BC \times AH) = (AC \times AB)$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{BC \times AH = AC \times AB}$

2)Activité2

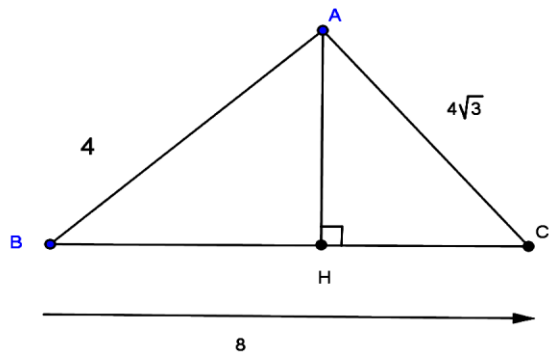
Soit ABC un triangle rectangle en A de hauteur [AH] telle que AB = 4 ; AC=$4\sqrt{3}$ et BC =8

a) Calculer AH en utilisant la relation $BC \times AH = AC \times AB$

b) Calculer HB et HC en considérant les triangles BHA et AHC

c) Calculer et comparer AH^2 et HB x HC

Réponse



a)Calculons AH

$BC \times AH = AC \times AB$; AH=$\frac{AC \times AB}{BC}$;

AH=$\frac{4\sqrt{3} \times 4}{8}$; AH= $2\sqrt{3}$

b)Calculons HB et HC

Considérons le triangle rectangle BHA

$AH^2 + HB^2 = AB^2$; $HB^2 = AB^2 - AH^2$;

$HB^2 = 4^2 - (2\sqrt{3})^2 = 16 - 12 = 4$ donc

HB=$\sqrt{4}$; HB=2

Considérons le triangle rectangle CHA

$AH^2 + HC^2 = AC^2$; $HC^2 = AC^2 - AH^2$

$= (4\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{3})^2$ $HC^2 = 48 - 12 = 36$ donc

HC=$\sqrt{36}$; HC=6

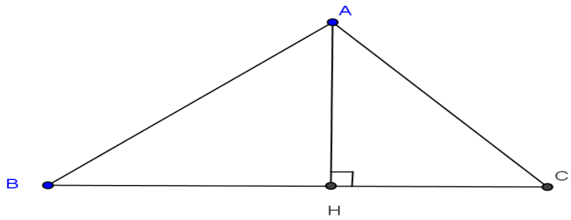
3) calculons

$AH^2 = (2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$

HB x HC= 2 x 6= 12

Alors

$\boxed{AH^2 = HB \times HC}$



3) Relatons Métriques

- Théorème :

Etant donné un triangle ABC de hauteur [AH], si ABC est rectangle en A alors :

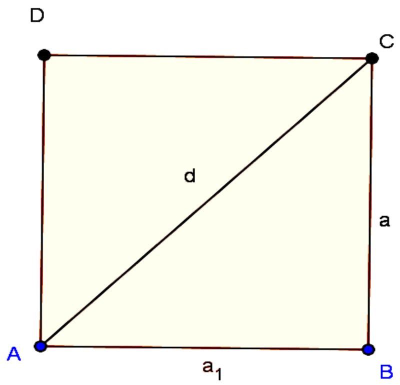
$\boxed{AC \times AB = BC \times AH}$

$\boxed{AH^2 = HB \times HC}$

<u>IV)Application du théorème de Pythagore</u>

1) Carré

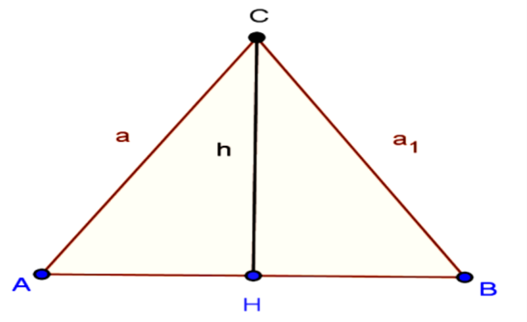
ABCD est un carré de côté a . Déterminer la mesure de la diagonale d.



Considérons le triangle ABC rectangle en B

$AC^2 = AB^2 + BC^2$; $d^2 = a^2 + a^2$; $d^2 = 2a^2$; $d = \sqrt{2a^2}$; $d = a\sqrt{2}$

2)Triangle équilatéral
ABC est un triangle équilatéral de côté a .
Déterminer la mesure de la hauteur h

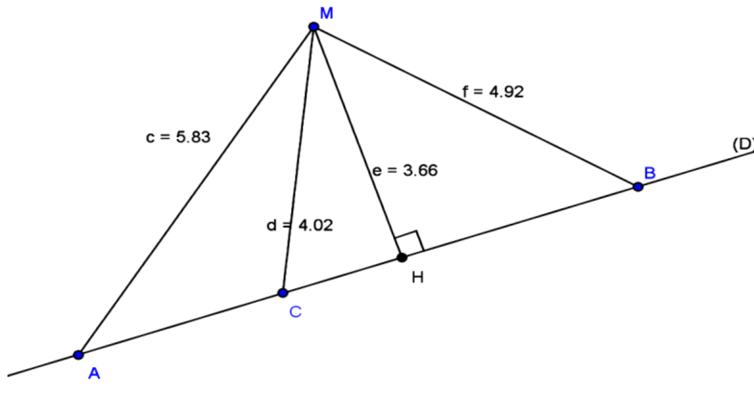


Considérons le triangle ACH
$AC^2 = AH^2 + CH^2$; $a^2 = (\frac{a}{2})^2 + h^2$;

$h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$; $h^2 = \frac{3a^2}{4}$; $h = \sqrt{\frac{3a^2}{4}}$

; $h = a\frac{\sqrt{3}}{2}$

4)Distance d'un point à une droite
a)Activité
Soit une droite (D) et M un point n'appartenant pas à (D) ; H est le projeté orthogonal de M sur (D).
Placer les points A ; B et C sur (D) et déterminer la plus petite distance de M à (D)

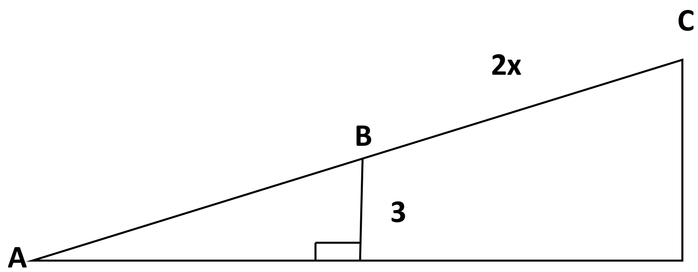


La distance MH est la plus courte distance de M à (D)
b) Définition
La distance d'un point M à une droite (D) est la plus courte des distances du point à la droite (D)
C) Propriété
La distance d'un point M à une droite (D) est la distance de ce point à son projeté orthogonal H sur (D).

EXERCICES

Exercice n°1
Le triangle ABC est tel que AB = 5 ; AC= $5\sqrt{2}$; et BC = $5\sqrt{3}$ (les longueurs sont en cm)
Le triangle ABC est-il rectangle ? Si oui préciser en quel point.
Exercice n°2
Soient deux triangle ABB' et ACC' rectangles respectivement en B' et C'. On a BB' = 3 cm ; AB' = 4 cm, B'C' = x + 3, BC = $2x$

1) Calculer AB.
2) En utilisant la projection orthogonale de (AC) sur (AC') calculer x.
3) Calculer AC, AC', CC'.



4 B' x+3 C'

Exercice n°3

On considère un triangle ABC rectangle en A, de hauteur [AH].
Calculer la mesure de la hauteur de ce triangle dans chacun des cas suivants :

a) BH = 4 et HC = 16
b) AB = 5 et BH = 3
c) AC = 8 et BC = 10
d) BH = $\sqrt{3}$ - 1 et HC = $\sqrt{3}$ + 1
e) AB = $2\sqrt{5}$ et HB = 4

Exercice n°4

IJK est un triangle rectangle en I. H est pied de la hauteur issue de I. On donne JH = 6,4 et JK = 10

1) Construire le triangle IJK
2) Calculer IJ ; IK et IH

Exercice n°5

ABC est un triangle rectangle en B.H est le pied de la hauteur issue de B.
On donne AB = 3 cm et AC = 6 cm

1) Construire le triangle ABC.
2) Calculer BC, BH, AH, et CH.

Exercice n°6

On donne un segment [BC] tel que BC = 8
Soit (Δ)la médiatrice de [BC] ; H le milieu de [BC] et A un point de (Δ) tel que AB = 2BH.

a) Quel est la nature du triangle ABC ?
b) Calculer AH

Exercice n°7

Construire un segment [BC] dont la mesure est $\sqrt{2}$ (l'unité est le dm). Soit (Δ) la médiatrice de [BC] et I le point d'intersection de (Δ) avec (BC).
On considère le point A de (Δ) tel que
BC = 2AI.

a) Montrer que ABC est un triangle isocèle et rectangle en A
b) On désigne par A' et C' les images respectives de A et C par la symétrie de centre B. calculer A'C'.

Exercice n°8

On considère un triangle ABC rectangle en A et H le projeté orthogonal de A sur (BC).

a) Démontrer que AH² = $\frac{AB^2 \text{ x } AC^2}{BC^2}$
b) En déduire que $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$.

Exercice n°9

Soit un triangle ABC isocèle en A tel que AB = 10 et
BC = 12 ;
[AA'], [BB'] et [CC'] sont les trois hauteurs de ce triangle.

a) Calculer AA'
b) Démonter que BB' = CC'.
c) On considère le cercle de diamètre [AA'] qui recoupe (AB) en M et (AC) en H.
   Calculer BM e A'H.
   Démontrer que CC' = 2A'H

Exercice n°10

Soit un entier naturel n supérieur à 1
Un triangle ABC est tel que :
AB = 2n ; AC = n² + 1 ; et BC = n² -1

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle pour :
   a) n= 2 ; b) n = 3 ; c) n = 4 ; d) n = 5
   Préciser chaque fois le point en lequel le triangle est rectangle.
2) Démontrer que le triangle ABC est rectangle pour tout nombre n supérieure à 1.

Exercice n°11

1. Construire un triangle ABC tel que AB = 6 cm ;

AC = 8 cm et BC = 10 cm.
2. Démontrer que ce triangle est rectangle en A.
3. On appelle O le centre du cercle circonscrit de ce triangle.
a) Où se trouve le point O ? Justifier votre réponse.
b) En déduire le rayon de ce cercle.
4. Construire le point D pour que le quadrilatère ABDC soit un rectangle.
Le point D appartient-il au cercle circonscrit du triangle ABC ? Justifier.

CORRIGE

Exercice1

$BC^2=(5\sqrt{3})^2 = 75$

$AB^2 = (5)^2=25$

$AC^2= (5\sqrt{2}) = 50$

$BC^2= AB^2+AC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore ABC est un triangle rectangle en A

Exercice2

Calculons AB

A B B' étant rectangle en B' donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$AB^2=AB'^2+BB'^2$ ce qui signifie que

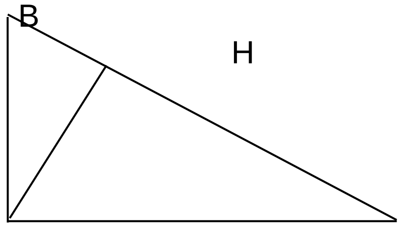
$AB=\sqrt{AB'^2+BB'^2}$

$AB=\sqrt{4^2+3^2}$

$AB=5$

4) Calculons x
$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'}$ ce qui signifie que $\frac{5}{4} = \frac{2x+5}{X+7}$
Ce qui signifie que 5x+ 35 = 8x+20
x = 5
5) Calculons AC, AC' et CC'
On trouve : AC=15 ; AC' = 12 ; CC'=9

Exercice n°3



Calculons AH dans chacun des cas suivants :

a) $AH^2=BHxHC$ ce qui signifie que AH = $\sqrt{BHxHC}$
$AH=\sqrt{4x16}$
AH=8
b) $AH^2+HB^2=AB^2$ ce qui signifie que AH=4
c)Calculer d'abord AB
$AB^2+AC^2=BC^2$ Ce qui signifié que AB =6

AH x BC= AB x AC donc AH $=\frac{ABxAC}{BC}=\frac{6\ x\ 8}{10}=\frac{24}{5}$

d)$AH^2=BH$ x HC donc AH $=\sqrt{BHxHC}=\sqrt{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\sqrt{2}$

e)$AH^2+HB^2=AB^2$ ce qui donne AH =2

Exercice n°6

a) Nature du triangle ABC

(Δ) médiatrice de [BC] et A∈(Δ) entraîne que AB = AC = 2BH ; or H milieu de [BC] donc BC =2BH.
En remplaçant 2BH par BC dans l'égalité AB = AC = 2BH on obtient
AB=AC =BC d'où ABC est un triangle équilatéral.

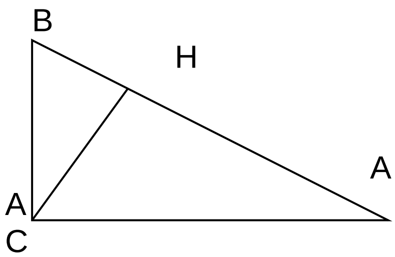
b) Calculons AH

ABH étant un triangle rectangle en H donc d'après le théorème de Pythagore
$AB^2 = AH^2+BH^2$

$BC^2 =AH^2+(\frac{1}{2}BC)^2 \Leftrightarrow AH^2=BC^2-\frac{1}{4}BC^2=\frac{3BC^2}{4} \Leftrightarrow AH=\sqrt{\frac{3}{4}BC^2}=\frac{1}{2}BC\sqrt{3}=\frac{1}{2}\times 8\times\sqrt{3}$

$AH = 4\sqrt{3}$

Exercice 8



a) Démontrons que $AH^2 = \left(\frac{AB \times AC}{BC}\right)^2$

On a $AH \times BC = AB \times AC$

$\Leftrightarrow AH = \frac{AB \times AC}{BC}$ d'où $AH^2 = \left(\frac{AB \times AC}{BC}\right)^2 = \frac{AB^2 \times AC^2}{BC^2}$

b) En déduisons que $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

On a $AH^2 = \left(\frac{AB \times AC}{BC}\right)^2 = \frac{AB^2 \times AC^2}{BC^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{BC^2}{AB^2 \times AC^2}$

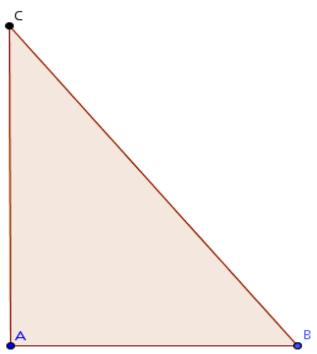
Or ABC étant un triangle rectangle en A, on a d' après le Théorème de Pythagore, $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Ainsi, $\frac{1}{AH^2} = \frac{AB^2+AC^2}{AB^2 \times AC^2} = \frac{AB^2}{AB^2 \times AC^2} + \frac{AC^2}{AB^2 \times AC^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

D'où $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

Exercice 11

1. On obtient la figure suivante :



2. Dans le triangle ABC, le plus long côté est [BC].

On a : $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

et $BC^2 = 10^2 = 100$.

Donc : $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

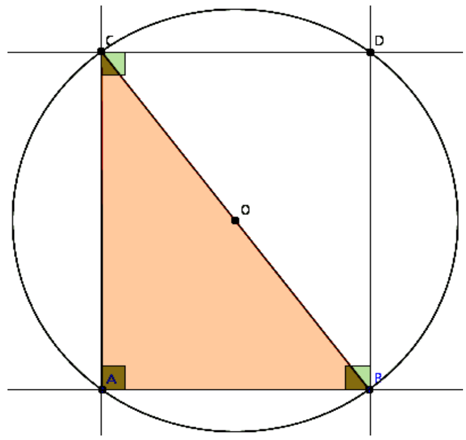
3. a) On sait que le triangle ABC est rectangle en A.

Or, si un triangle est rectangle, alors le centre du cercle circonscrit au triangle est le milieu de l'hypoténuse.

Donc, le point O est le milieu de l'hypoténuse [BC].

3. b) Le rayon de ce cercle est donc $\frac{BC}{2} = \frac{10}{2}$ soit 5 cm.

4. On obtient la figure suivante :



Le point O étant le milieu de la diagonale [BC] du rectangle ABDC, c'est également le centre de symétrie du rectangle. Par conséquent, le point D est le symétrique du point A par rapport à O, d'où OA = OD : Le point D appartient donc au cercle circonscrit au triangle ABC.

Chapitre 9 :Fonctions rationnelles

I)Activité

Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

x $\longmapsto$ f(x)=$\frac{2x+5}{x-3}$

Compléter le tableau suivant :

x	-1	0	$\sqrt{3}$	3	4
f(x)	$\frac{-3}{4}$	$\frac{-5}{3}$	$\frac{-21-11\sqrt{3}}{6}$		13

L'image de -1 par f est $\frac{-3}{4}$

3 n'a pas d'image par f.

4 est l'antécédent par f de 13

La fonction f(x)= $\frac{2x+5}{x-3}$ n'existe que si x ≠3

II) Définition

Soit f et g deux applications polynômes

La fonction h définie par h(x)= $\frac{f(x)}{g(x)}$ est appelée une fonction rationnelle

Une fonction rationnelle est donc le quotient de deux applications polynômes.

Exemples :k(x)= $\frac{7x+1}{x+4}$; q(x)= $\frac{4x^2+4x+1}{2x+1}$

III) Ensemble de définition d'une fonction rationnelle

L'ensemble de définition ou domaine de définition d'une fonction rationnelle est un sous-ensemble de ℝ dans lequel la fonction existe ou la fonction a un sens .

Exemple : Soit f(x)= $\frac{5x+3}{3x+7}$

f(x) existe si le dénominateur 3x+7≠o signifie x≠ $\frac{-7}{3}$

On note ensemble de définition de f :D_f.

D_f =ℝ- {$\frac{-7}{3}$} qui se lit ℝ privé de $\frac{-7}{3}$

Exercice d'application

Trouver l'ensemble de définition des fonctions suivantes

G(x)=$\frac{3x+1}{(2x+5)(x-2)}$;

H(x)= $\frac{(x+5)(4x+9)}{16-4x^2}$;K(x)= $\frac{3x^2+2x+2}{4x^2-8x+4}$

IV) Simplification de l'expression d'une fonction rationnelle

Soit f(x)= $\frac{(x+1)(2x-3)}{(4-x)(x+1)}$

f(x) existe si et seulement si $(4-x)(x+1)$ ≠0

⟺ 4-x≠0 et x+1≠0

⟺ x≠4 et x≠-1

D_f=ℝ- {-1 ; 4}

Sur D_f on a f(x)= $\frac{(x+1)(2x-3)}{(4-x)(x+1)} = \frac{2x-3}{4-x}$

On dit qu'on a simplifié f sur Df.

V) Images et antécédents

Soit f(x)=$\frac{x+4}{2x+5}$; $g(x) = \frac{3x+2}{2x+1}$

1) Calculer les images par f des réels -1 et 3

2) Calculer l'antécédent par g du réel 0 et 1

EXERCICES

Exercice n°1

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

f(x) = $\frac{3x-1}{x}$; g(x) = $\frac{x+1}{x-1}$; h(x) = $\frac{8x-16}{4-x^2}$; i (x) = $\frac{3x^2+2x\sqrt{3}}{x^2\sqrt{3}+x}$; j($x$) = 4$x^2 - 2x + 3$

k(x) = $\frac{-3}{1+x^2}$; $\ell(x)$ = $\frac{(2x+1)(3x+4)}{(2x+1)^2-(3x+4)^2}$

Exercice n°2

Soient les fonctions rationnelles f, g et h définies par :

f(x) = $\frac{1}{x-1}$; g(x) = $\frac{1}{x+1}$ et h(x) = f(x) + $g(x)$

1) Donner l'ensemble de définition de f, g et h.
2) Trouver une écriture simplifiée de h(x).

Exercice n°3

Soient les fonctions rationnelles f, g et h définies par :

f(x) = $\frac{x^2-4}{3x-9}$; g(x) = $\frac{3x^3}{x+2}$; h(x) = f(x).$g(x)$.

1) Donner l'ensemble de définition de f, g et h.
2) Trouver une écriture simplifiée de h (x).

Calculer f ($\sqrt{2}$); f ($\sqrt{2}$+ 1); f ($-\sqrt{5}$); $f(0)$.

Exercice n°4

Soit f et g deux fonctions définis par :
f(x)=(12x^2 −3)($x+3$) + (x^2- 9)($2x-1$)
et g(x)= 4x^3- x
on pose q(x) = $\frac{f(x)}{g(x)}$

1) Factoriser f(x) et g(x).
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $g(x)$ = 0
3) Déterminer l'ensemble de définition Dq de q
4) Simplifier q (x) sur son ensemble de définition.
5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :
   a) q(x) = 3 ; b) q(x) = 0

Exercice n°5

Soit la fonction rationnelle f définie par :
f(x) = $\frac{(2x-1)(2-5x)+(2x-1)^2}{4x^2-1}$

1) pour quelle (s) valeurs (s) de x f(x) a un sens ?
2) simplifier f(x) sur $\mathcal{D}f$.
3) Résoudre dans $\mathcal{D}f$ l'équation |f(x) | = $\frac{1}{4}$
4) Résoudre dans $\mathcal{D}f$ l'inéquation $f(x) \leq 0$
5) On donne $g(x) = \frac{1-3x}{2x+1}$; calculer g($\sqrt{2}-1$) et rendre rationnel le dénominateur

CORRIGE

Exercice 4

1) Factorisons f(x) et g(x)

f(x) = (12x²- 3) (x +3) + (x² -9) (2x- 1)
= 3 (4x² -1) (x+3) +(x-3) (x+3) (2x-1)
= 3(2x -1) (2x+1) (x+3) + (x-3) (x+3) (2x-1)
= (2x-1)(x+3) $[3(2x+1) + (x-3)]$
= (2x-1) (x+3) (6x +3 +x -3)
f(x) = 7x (2x-1) (x+3)
G(x) = 4 x³ - x
= x (4x² -1)
G(x) = x(2x - 1) (2x + 1)

2) Résolvons dans $\mathbb{R}$; g(x)=0

G(x)=0 ⇔ x (2x -1)(2x + 1)=0
x=0 ou 2x-1 =0 ou 2x + 1 =0
x=0 ou x= $\frac{1}{2}$ ou x= $-\frac{1}{2}$
$S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{1}{2} ; 0 ; \frac{1}{2}\right\}$

3) Ensemble définition Dq de q

Q(x)= $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{7x\,(2x-1)(x+3)}{x\,(2x-1)(2x+1)}$
q(x) existe si et seulement si x(2x -1)(2x+1) ≠ 0
x ≠0 et 2x -1 ≠ 0 et 2x +1 ≠0
x≠0 et x≠ $\frac{1}{2}$ et x ≠ $-\frac{1}{2}$
$D_q = \mathbb{R}/\left\{-\frac{1}{2} ; 0 ; \frac{1}{2}\right\}$

4) Simplifions q(x) sur son ensemble de définition

Pour tout x $\epsilon\, Dq$; q(x) = $\frac{7(x+3)}{2x+1}$

5) Résolvons dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) q(x) = 3 ⇔ $\frac{7(x+3)}{2x+1} = 3$ ⇔ 7x +21 = 6x + 3
⇔ x= -18
$S_{\mathbb{R}} = \{-18\}$

b) q(x)= 0 ⇔ $\frac{7(x+3)}{2x+1} = 0$ ⇔ 7(x+3)=0
⇔ x+3 =0 (car 7≠ 0)
⇔x=-3
$S_{\mathbb{R}} = \{-3\}$

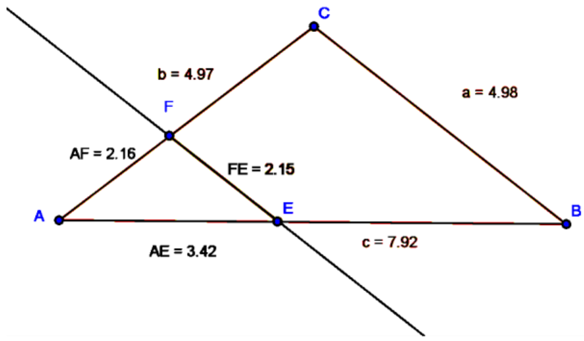
Chapitre 10 : Théorème de Thalès

I)Théorème de Thalès relatif aux triangles

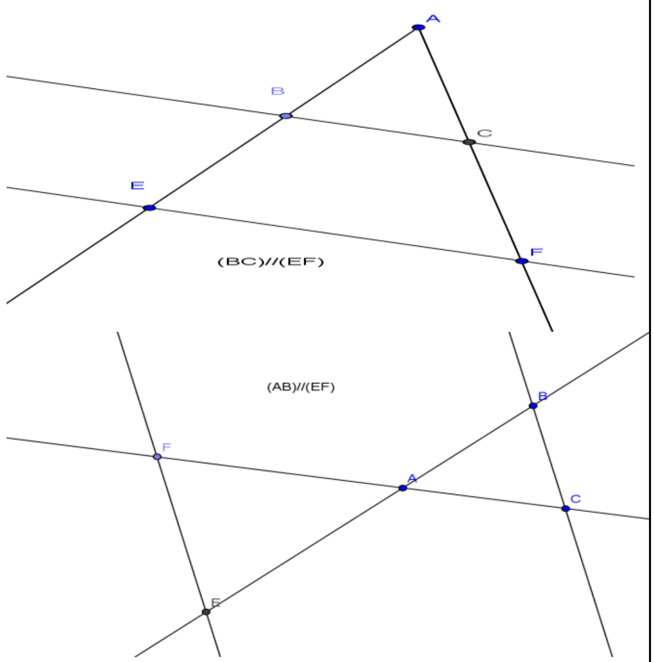
1)Activité

a)Construire un triangle ABC tel que AB=8cm AC=7cm et BC= 6cm

b)Placer le point E sur (AB) tel que AE=3cm et tracer la parallèle à (BC) passant par E,elle coupe (AC) en F.
c)Mesurer les distances AF ; EF et calculer les rapports $\frac{AE}{AB}$; $\frac{AF}{AC}$; $\frac{EF}{BC}$ et les comparer
Réponse

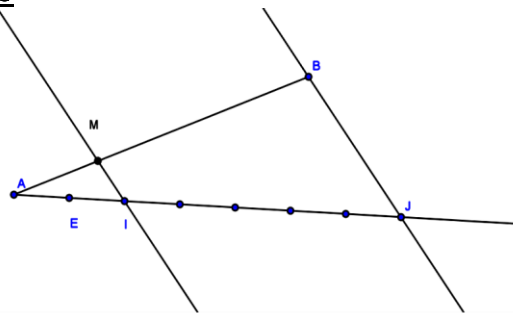


3)Calculer $\frac{AE}{AB}$= $\frac{3,42}{7,92}$= 0,43 ; $\frac{AF}{AC}$ = $\frac{2,16}{4,97}$=0,43 ; $\frac{EF}{BC}$ = $\frac{2,15}{4,98}$ =0,43
On remarque que $\frac{AE}{AB}$ = $\frac{AF}{AC}$ = $\frac{EF}{BC}$. On dit que les triangles AEF et ABC forment une configuration de Thalès.
2)Définition
On dit que deux triangle forment une configuration de Thalès s'ils sont déterminés par deux droites sécantes coupées par deux droites parallèles
Exemple



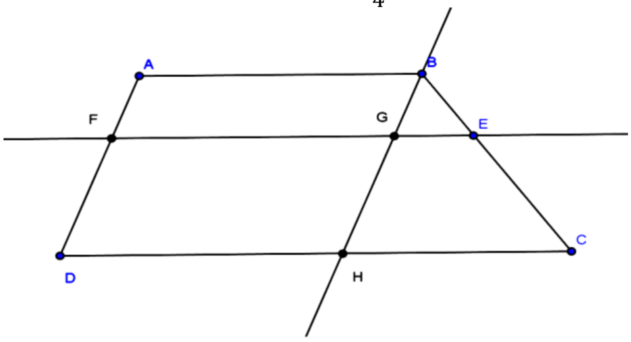
ABC et AEF forment une configuration de Thalès

3)Théorème de Thalès
Si les triangles ABC et AEF forment une configuration de Thalès alors $\frac{AE}{AB}$ = $\frac{AF}{AC}$ = $\frac{EF}{BC}$
Exercice d'application
ABC est un triangle quelconque ; M est un point situé sur le segment [AB] et N est un point situé sur [AC] tel que (MN)//(BC)
On a : AB= 7cm ; AC =6cm ; BC = 5cm et AM=2cm
Calculer les distances AN et MN
4)Application du Théorème de Thalès
a)Partage d'un segment dans un rapport donné
Soit [AB] un segment , placer un point M sur le segment tel que AM=$\frac{2}{7}$AB.
Réponse



-Traçons le segment [AB]
-Traçons une demi droite [Ax)qui ne passe pas par B
-Avec un compas construisons sur [Ax) les points E ; I ;J tels que AE=1 ; AI=2 et AJ=7
-Traçons (BJ) et par I on mène la parallèle à (BJ) elle coupe (AB) en M.
D'après le théorème de Thalès appliqué aux triangles ABJ et AMI on a : $\frac{AM}{AB}$ = $\frac{AI}{AJ}$ = $\frac{2}{7}$ alors $\frac{AM}{AB}$ = $\frac{2}{7}$ AM=$\frac{2}{7}$AB.On dit qu'on partagé le segment [AB] dans le rapport $\frac{2}{7}$
Exercice d'application
Soit un segment [EF] de longueur 8cm.Sans utiliser la règle graduée construire le point M sur la demi droite [EF) tel que EM=$\frac{4}{3}$EF.
b)Cas de trapèze
Soit ABCD un trapèze. E est le point du segment [BC] tel que BE= $\frac{1}{4}$ BC. La

parallèle à [DC] passant par E coupe (AD) en F . Démontrer que AF=$\frac{1}{4}$ AG



Réponse

Traçons la parallèle à (AD) passant par B elle coupe (EF) en G et (DC) en H

Les triangles BGE et BHC forment une configuration de Thalès alors $\frac{BG}{BH}=\frac{BE}{BC}=\frac{GE}{HC}$

ABGF est un parallélogramme donc AF=BG

ABHD est un parallélogramme donc AD=BH

$\frac{BG}{BH}=\frac{BE}{BC}$; $\frac{AF}{AD}=\frac{BE}{BC}$; $\frac{AF}{AD}=\frac{\frac{1}{4}BC}{BC}$

$\frac{AF}{AD}=\frac{1}{4}$; ainsi AF = $\frac{1}{4}$ AD

II)Réciproque du Théorème de Thalès

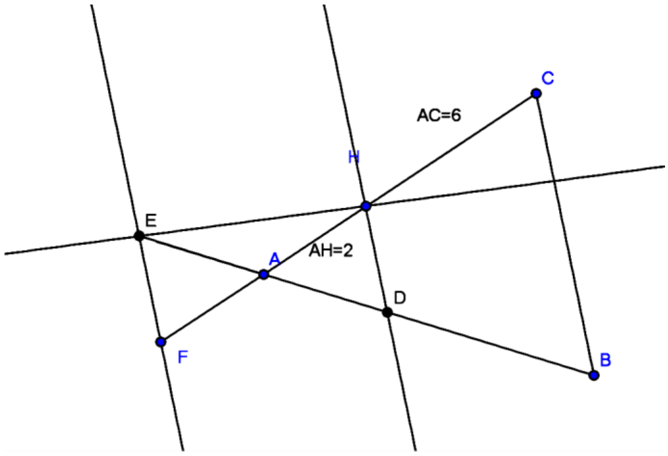
1)Activité

Soit un segment [AC] de 6 cm .Prendre un point H sur [AC] tel que AH =2cm . Soit B un point n'appartenant pas à (AC).

Placer le point G sur le segment [AB] tel que AG =$\frac{1}{3}$AB

a)E est le symétrique de G par rapport à A ; comparer les rapports $\frac{AE}{AB}$ et $\frac{AH}{AC}$; les triangles AEH et ABC forment –ils une configuraton de Thalès ?

b)Soit F le symétrique de H par rapport à A. Comparer les rapports $\frac{AE}{AB}$ et $\frac{AF}{AC}$ .Les triangles AEF et ABC forment –ils une configuration de Thalès ? Pourquoi ?



E symétrique de G par rapport à A donc EA =AG

$\frac{AE}{AB}=\frac{AG}{AB}=\frac{\frac{1}{3}AB}{AB}=\frac{1}{3}$

$\frac{AH}{AC}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ alors $\frac{AE}{AB}=\frac{AH}{AC}$ .Les triangles AEH et ABC ne forment pas une configuration de Thalès car (EH) et (BC) ne sont pas parallèles.

1) AF = AH ; $\frac{AE}{AB}=\frac{1}{3}$; $\frac{AF}{AC}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ donc $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$ .Les triangles AEF et ABC forment une configuration de Thalès car ils sont déterminés par deux droites (EF) et (BC) parallèles coupées par deux droites sécantes.

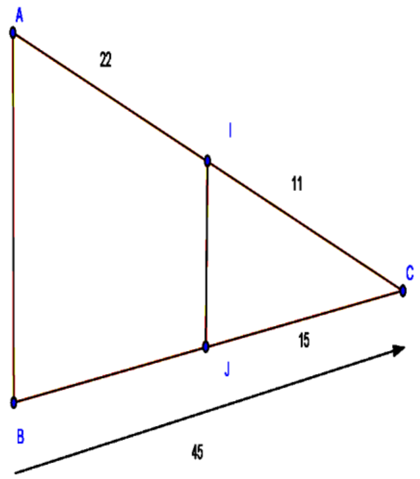
2) Réciproque du théorème de Thalès

Soit ABC un triangle, E est un point de (AB) si

$\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$ et si A, B et E sont dans le même ordre que A, C et F alors les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

Exercice d'application

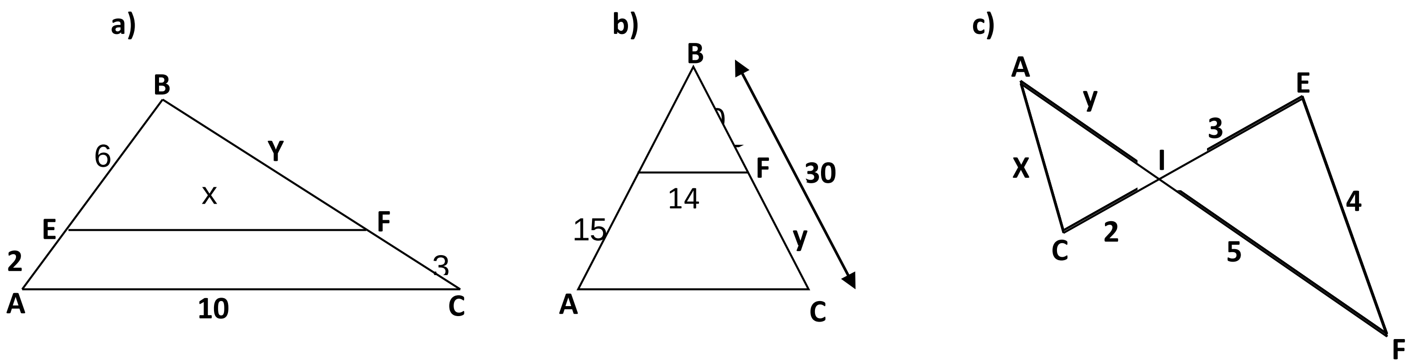
(AB) et (IJ) sont – elles parallèles ? Justifier



EXERCICES

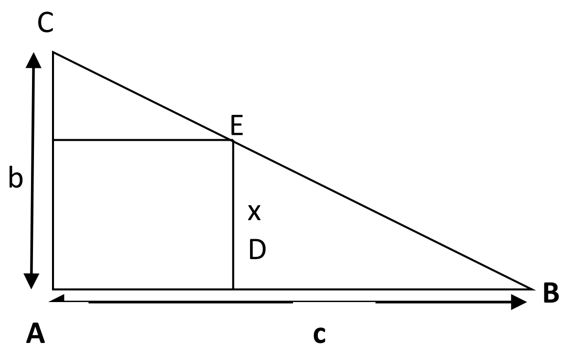
Exercice n°1

Calculer x et y dans les figures ci-dessous sachant que (AC) || (EF)



Exercice n°2

ABC est un triangle rectangle dont les côtés [AB] et [AC] mesurent respectivement c
Et b.
Utiliser le théorème de Thalès pour calculer la longueur x du côté du carré inscrit dans ce triangle en fonction de b et c.



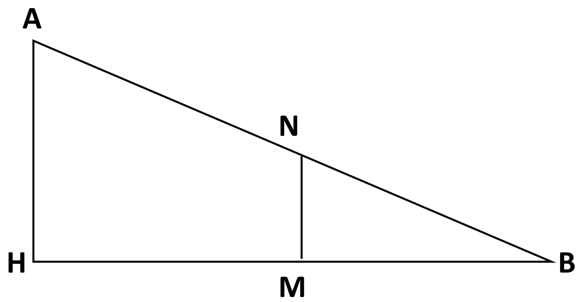
Exercice n°3

Deux demi-droites [Ax) et [Ay) et trois cercles de centre A, de rayons respectifs 1 ; 2 ; et 4 coupent [Ax) respectivement en B, M et P et [Ay) respectivement en C, N et Q.

1) Faire une figure (unité 1cm)
2) Prouver que les droites (AB), (MN) et (P Q) sont parallèles.

Exercice n°4

On considère le schéma suivant :



(AH) et (MN) sont perpendiculaires à (BM).
AH = 15 cm, BH = 20 cm et BM = 12 cm

1) Démontrer que : (AH) || (MN).
2) a – Calculer le rapport $\frac{BM}{BH}$
   b- en déduire la valeur du rapport $\frac{MN}{AH}$
3) Calculer MN

Exercice n°5

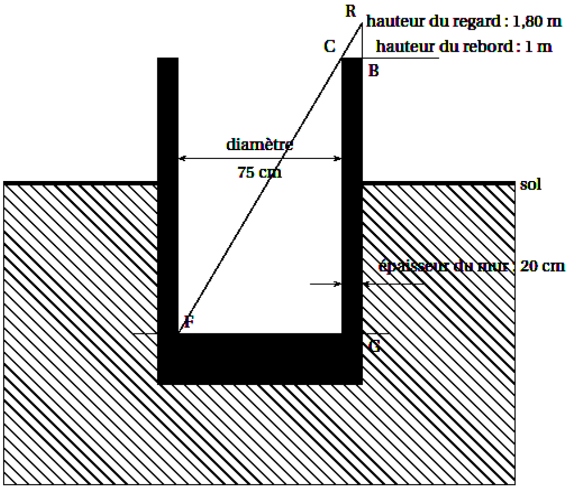
Construire un triangle ABC. Placer les points O, E, I et F, milieu respectifs des segments [BC], [AB], [OA], et [AC].

Montrer que les points E, I, F sont alignés et que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

1) Calculer $\frac{EI}{BO}$ et$\frac{IF}{OC}$.
2) La droite (OE) coupe la droite (BI) en K. calculé $\frac{KE}{KO}$
3) En déduire les valeurs des rapports $\frac{OK}{OE}$ et $\frac{EK}{EO}$
4) La droite(CI)coupe la droite (OF)en L.
   Montrer que les droites (KL) et (BC) sont parallèles.

Exercice 6

Un jeune berger se trouve au bord d'un puits de forme cylindrique dont le diamètre vaut 75 cm : il aligne son regard avec le bord inférieur du puits et le fond du puits pour en estimer la profondeur.
Le fond du puits et le rebord sont horizontaux. Le puits est vertical.
1. En s'aidant du schéma ci-dessous (il n'est pas à l'échelle), donner les longueurs CB, FG, RB en mètres.

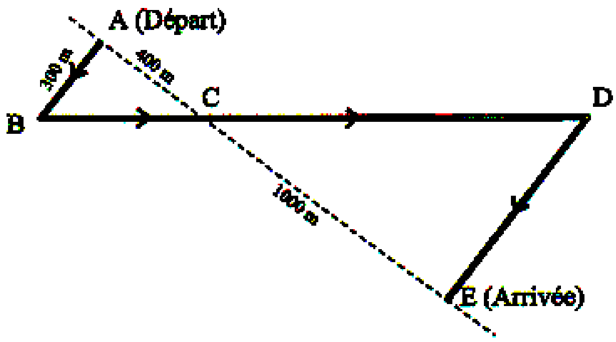


2. Calculer la profondeur BG du puits.
3. Le berger s'aperçoit que la hauteur d'eau dans le puits est 2,60 m.
Le jeune berger a besoin de 1 m^3 d'eau pour abreuver tous ses moutons.
En trouvera-t-il suffisamment dans ce puits ?

Exercice 7

Des élèves participent à une course à pied. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis.

Il est représenté par la figure ci-dessous.



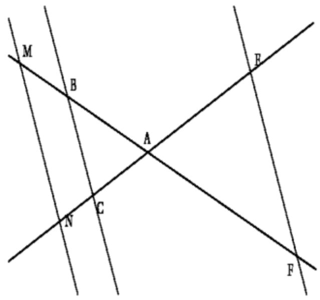
On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- ABC est un triangle rectangle en A.

Calculer la longueur réelle du parcoure ABCDE.

Exercice 8

La figure ci-dessous n'est pas réalisée en vraie grandeur. Elle n'est pas à reproduire.



Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.
On donne : AB = 4,5 cm ; AC = 3 cm ; AN = 4,8 cm et MN = 6,4 cm.
1. Calculer AM et BC.
2. On sait de plus que AE = 5 cm et AF = 7,5 cm.
Montrer que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

CORRIGE

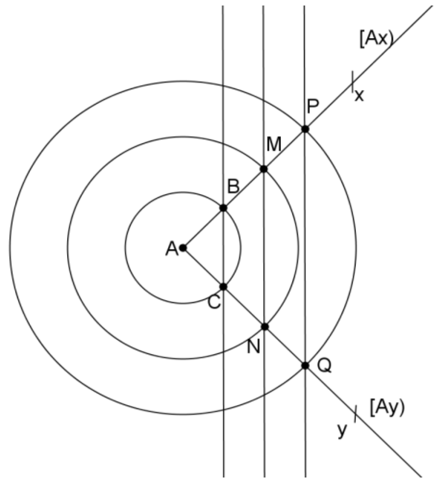
Exercice1

Calculons x et y sachant que (AC)//(EF)

1. $\frac{BE}{EF}=\frac{BA}{AC}$ signifie que $\frac{6}{x}=\frac{8}{10}$
On trouve x=$\frac{15}{2}$
$\frac{BF}{BC}=\frac{BE}{BA}$ signifie que $\frac{y}{y+3}=\frac{6}{8}$
On trouve y=9
a) $\frac{BE}{EF}=\frac{BA}{AC}$ signifie que $\frac{10}{14}=\frac{25}{x}$ (x non nul)
On trouve x=35
$\frac{BF}{BC}=\frac{BE}{BA}$ signifie que $\frac{30-y}{30}=\frac{10}{25}$
On trouve y=18
c)$\frac{AC}{CI}=\frac{EF}{IE}$ signifie que$\frac{x}{2}=\frac{4}{3}$
On trouve x= $\frac{8}{3}$
$\frac{AI}{CI}=\frac{IF}{IC}$ signifie que $\frac{y}{2}=\frac{5}{3}$
On trouve y=$\frac{10}{3}$

$\underline{Exercice2}$
$\frac{BD}{DE}=\frac{BA}{AC}$ signifie que $\frac{c-x}{x}=\frac{c}{b}$
On trouve x=$\frac{bc}{b+c}$

Exercice3



$\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}$ et A, B et M sont dans le même ordre que A, C et N donc d'après la réciproque du théorème de Thalès (BC)//(MN).
De même $\frac{AB}{AC}=\frac{AP}{AQ}$ et A, M et P sont dans le même ordre que A , N et Q donc d'après la réciproque du théorème de Thalès (BC)//(PQ)

(BC)//(MN) et (BC)//(PQ) donc (BC)//(MN)//(PQ)

.

Exercice 6

1)A l'aide du schéma, on a :
CB = 20 cm = 0,2 m (correspond à l'épaisseur du mur)
FG = 75 + 20 = 95 cm = 0,95 m (correspond au diamètre du puits plus l'épaisseur du mur)
RB = 1,80 - 1 = 0,80 m (correspond à la hauteur du regard moins la hauteur du rebord)
2. Calculons la profondeur BG du puits :
Les droites (CF) et (BG) sont sécantes en R, les droites (CB) et (FG) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{RC}{RF}=\frac{RB}{RG}=\frac{CB}{FG}$$

$$\frac{RC}{RF}=\frac{0,8}{RG}=\frac{0,2}{0,95}$$

$$RG=\frac{0,8\times 0,95}{0,2}=3,8\text{ m}$$

Or, B appartient au segment [RG], donc : BG = RG - RB = 3,8 - 0,8 = 3.
La profondeur du puits est de 3 mètres.
3. Calculons le volume d'eau dans le puits (on utilise la formule permettant de déterminer le volume d'un cylindre) :
$\pi\times R^2\times h$ (où R désigne le rayon du puits et h la hauteur d'eau dans le puis)

$$=\pi\times\left(\frac{0,75}{2}\right)^2\times 2,6\approx 1,15\text{ m}^3$$
.

Le puits contient environ 1,15 m³ d'eau. Le jeune berger ayant besoin de 1 m³ d'eau trouvera assez d'eau dans ce puits.

Exercice 7

- Dans le triangle ABC rectangle en A, on applique le théorème de Pythagore :
  $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 300^2 + 400^2 = 250\,000$
  $$BC = \sqrt{250000} = 500$$
  La longueur BC est égale à 500 m.
  ▸Les droites (AE) et (BD) sont sécantes en C, les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
  D'après le théorème de Thalès, on a :
  $$\frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CE} = \frac{BA}{DE},$$
- $$\frac{500}{CD} = \frac{400}{1000} = \frac{300}{DE}$$
  $$CD = \frac{500 \times 1000}{400} = 1250$$
  La longueur CD est égale à 1 250 m.
  $$DE = \frac{1000 \times 300}{400} = 750$$
  La longueur DE est égale à 750 m.
  ▸Longueur du parcours :
  AB + BC + CD + DE = 300 + 500 + 1 250 + 750 = 2 800

La longueur du parcours est de 2 800 mètres.

Exercice8

1)Les points A, B, M d'une part, et A, C, N d'autre part, sont alignés dans cet ordre. De plus, les droites (BC) et (MN) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a :
$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}.$$
On en déduit :
$$AM = \frac{AB \times AN}{AC} = \frac{4,5 \times 4,8}{3} = 7,2.$$
$$BC = \frac{AC \times MN}{AN} = \frac{3 \times 6,4}{4,8} = 4.$$
2. Les points E, A, C d'une part, et F, A, B d'autre part, sont alignés dans cet ordre. De plus,
$$\frac{AB}{AF} = \frac{4,5}{7,5} = 0,6$$
$$\frac{AC}{AE} = \frac{3}{5} = 0,6$$
Ainsi $\frac{AB}{AF} = \frac{AC}{AE}$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

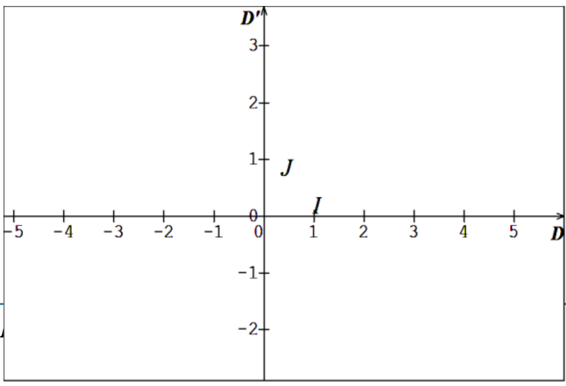
Chapitre11 : Repère orthonormé-distance

I)Repère orthonormé

1) Définition

Soit (O ;I ;J) un repère du plan.
On dit que le repère (O ; I ;J)est un repère orthonormé(ou orthogonal) si les deux droites sont perpendiculaires.
L'unité est la même sur chacun des deux axes ; OI=OJ ; i=OI et j =OJ

2) Représentation



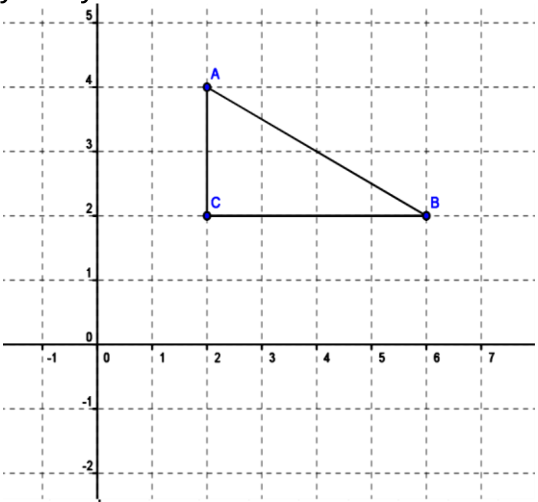
OI=OJ et (OI)⊥(OJ)
Repère orthonormé

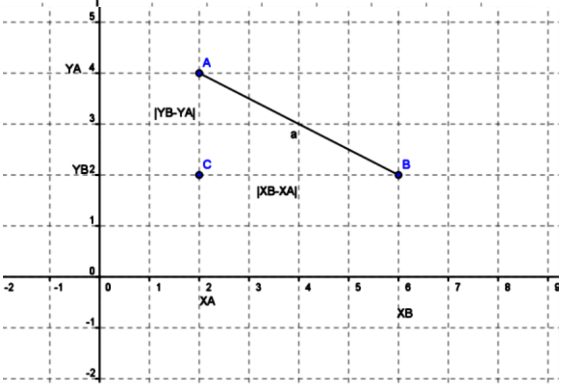
II) Distance de deux points

Activité

a)(O ;I ;J) est un repère orthonormé d'unité(1cm) placer les points A(2 ;4) ;B(6 ;2) et C(2 ;2).
En considérant le triangle ABC et en appliquant le théorème de Pythagore, calculer AB et trouver la valeur exacte de AB.
b) Dans un repère (O ;i ;j) orthonormé placer $A(x_A ;y_A)$ $B(x_B ;y_B)$; $C(x_C ;y_C)$

Exprimer BC^2 en fonction de x_A et x_B
Exprimer AC^2 en fonction de y_A et y_B
.Calculer AB^2
En déduire AB en fonction de x_A et x_B ; y_A et y_B





$AB^2=AC^2+BC^2$
$BC^2=(x_B-x_A)^2$
AC=|4-2|=2
$AC^2=(y_A-y_B)^2$
BC=|6-2|=4
Calculons AB^2
$AB^2=2^2+4^2=4+16=20$
$AB^2=BC^2+AC^2=(x_B-x_A)^2+(y_A-y_B)^2$
$AB=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
$AB=\sqrt{xB-xA)2+(yA-yB)2}$

2) Définition

La distance des points A(x_A ;y_A) et B(x_B ;y_B) du plan muni d'un repère orthonormé est :
$AB=\sqrt{xB-xA)2+(yA-yB)2}$

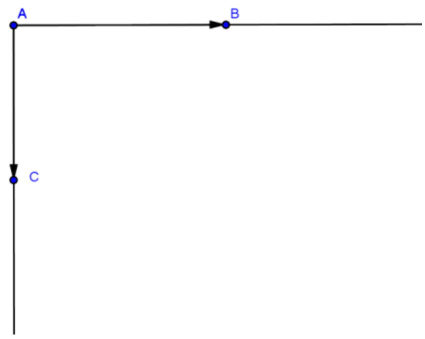
Exercice d'application

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ;i ;j).
a)Placer les points A(-1 ;3) ;B(-2 ;1) ;C(3 ;1)
b) Démontrer que le triangle ABC est rectangle et préciser en quel point.

III) Orthogonalité de deux vecteurs

1) Représentation

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls tels que : $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$ et (AB)⊥(AC)



2) Définition

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux signifie que les droites (AB) et (AC)sont perpendiculaires.

3)Caractérisation de l'orthogonalité de deux vecteurs non nuls.

- Théorème :

Dans un repère orthonormé $\vec{u}\binom{x}{y}$ et $\vec{v}\binom{x'}{y'}$ étant deux vecteurs non nuls.
si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux alors ;xx'+yy'=0 et réciproquement.
Si xx'+yy'=0 alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

Conséquence du théorème

Dans un repère orthonormé $\vec{u}\binom{x}{y}$ et $\vec{v}\binom{x'}{y'}$ étant deux vecteurs non nuls.
Si xx'+yy'≠0 alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas orthogonaux.

EXERCICES

Exercice n°1

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J)

Soient les points A$(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, B $(\frac{1}{6} ; \frac{7}{6})$;

C $(\frac{5}{6} ; \frac{1}{2})$

1) Calculer les longueurs des côtés du triangle ABC
2) Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.

Exercice n°2

Soients les points : A(0 ; 1) ,B $(\frac{\sqrt{3}}{2} ; -\frac{1}{2})$ et

C $(-\frac{\sqrt{3}}{2} , -\frac{1}{2})$

Montrer que le triangle ABC est équilatéral et que le centre du cercle circonscrit au triangle ABC est l'origine du repère.

Exercice n°3

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(o; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ on donne les points : A (-1 ; 2) ; B (-2 ;-1) ;C (1 ;-2) ; et D (2 ; 1).

Montrer que ABCD est un carré.

Exercice n°4

Dans un plan rapporté au repère orthonormé $(o; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ (On prendra comme unité le cm), on considère les points : A(-5; 3) ; B(-2; 0) ; C(0 ;2).

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
2) Calculer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme. Que peut-on dire de ce parallélogramme ?
3) On désigne par (C) le cercle de centre C passant par B. Ce cercle coupe l'axe des ordonnées en E (ordonnée positive) et en E'(ordonnée négative).

Quelle est la nature du triangle BCE ? Déterminer les coordonnées de E et de E'.

Exercice 5

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(o; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

On a : $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\y-3\end{pmatrix}$. déterminer y pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient orthogonaux.

Exercice n°6

Soient les points A (1 ; 1), B (0 ; 6) , C (-5 ;5),

D (-4 ;0) et I (-2 ;3).

1) Monter que les points A, B, C, et D sont sur un cercle $(\mathcal{C})$ de centre I dont on calculera le rayon.
2) Calculer les coordonnées du point E appartenant à $(\mathcal{C})$ et de même abscisse que A.
   Que peut-on en déduire pour le triangle AEC ?
   Préciser la position du point E par rapport au segment [AC].
3) Quelles sont les coordonnées des points de$(\mathcal{C})$:
   a- dont l'abscisse est – 1 ? – 3 ?
   b- dont l'ordonnée est 2 ? 4 ?

Exercice n°7

Soient les points A (4 ; 0) et B (8 ; 0) dans le plan muni d'un repère orthonormé $(o; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

Déterminer l'abscisse du point C de coordonnée $(x ; y)$, pour que le triangle ABC soit isocèle en C ?

Exercice n°8

Soit a et b deux réels tous non nuls. Dans un repère orthonormé lesquels des vecteurs suivants sont orthogonaux ?

$\overrightarrow{v\,1}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{v2}\begin{pmatrix}b\\a\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{v3}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{v4}\begin{pmatrix}b\\-a\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{v5}\begin{pmatrix}-b\\-a\end{pmatrix}$; $\vec{u}6\begin{pmatrix}-a\\b\end{pmatrix}$

Exercice 9

Soit (O, I, J) un repère orthonormé.
1. Sur votre copie, construire le repère et placer les points suivants :

A(4 ; 2) B(3 ; -1) C(6 ; -2)

2. Calculer les distances AC et AB.

Pour la suite, on admet que BC $=\sqrt{10}$

3. Préciser la nature du triangle ABC.
4. On appelle E le symétrique de B par rapport à A. On appelle D l'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

Placer E et D dans le repère précédent.

5. Démontrer que le quadrilatère BCDE est un rectangle.
6. Déterminer l'aire du rectangle BCDE puis l'aire du quadrilatère ACDE.

Exercice 10

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I , J), on considère les points :

A(-2 ; 1) B(0 ; 5) C(6 ; -3)

1. Sur la copie, faire une figure et placer les points A, B et C.
2. Montrer que : $AC = 4\sqrt{5}$.
3. On admet que $AB = 2\sqrt{5}$ et BC = 10. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
4. Sur la figure, placer le point M tel que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CM}$ soient égaux.
5. Préciser la nature du quadrilatère ABMC. Justifier.

Exercice11

Dans ce problème, l'unité de longueur est le cm et l'unité d'aire, le cm². On utilisera une feuille de papier millimétré pour la figure.

(O, I, J) est un repère orthonormé, avec OI = OJ = 1 cm.

1. Placer les points suivants : A(3 ;-5) ; B(1 ; 6) et C(-3 ; 3).
2. a) Montrer par le calcul que AB $= 5\sqrt{5}$;
AC = 10 et BC = 5.
   b) Démontrer que ABC est un triangle rectangle en C.
3. a) Construire le point D, image de A dans la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
   b) Justifier que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
4. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$.
5. a) Calculer l'aire du parallélogramme ABCD.
   b) Soit K le centre de symétrie du parallélogramme ABCD.
Calculer les coordonnées du point K.

Exercice 12

Soit (O; I, J) un repère orthonormé du plan (unité le cm).

1. Sur la copie, dans le repère (O; I, J), placer les points A(-3 ; 1); B(-2 ; 3); C(2 ; 1).
2. Calculer la distance BC.
3. On admet que AB = $\sqrt{5}$ et AC = 5. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
4. Calculer les coordonnées du milieu M de [AB].
5. Construire le point N, image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
6. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$.
7. Calculer les coordonnées du point N.
8. Démontrer que la droite (MN) coupe le segment [AC] en son milieu.

Exercice 13

On considère un repère orthonormé (O, I, J). L'unité de longueur est le centimètre.

1. Placer les points A (3 ; 7), B (-1 ; 2) et C (7 ; 2).
2. Démontrer que le triangle ABC est isocèle de sommet principal A.
3. Soit A' le milieu du segment [BC].

Calculer les coordonnées de A'.
4. Placer le point D tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$.
Que peut-on dire du quadrilatère ABDC ? Justifier la réponse.
5. Montrer que le point A' est le milieu du segment [AD] .

CORRIGE

Exercice n° 1

1) Calculons les longueurs des côtés du triangle ABC

AB= $\sqrt{\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{7}{6}-\frac{1}{2}\right)^2}$; AB = $\frac{2}{3}\sqrt{2}$

AC= $\sqrt{(\frac{5}{6}+\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{2}-\frac{1}{2})^2}$; AC= $\frac{4}{3}$

BC=$\sqrt{(\frac{5}{6}-\frac{1}{6})^2+(\frac{1}{2}-\frac{7}{6})^2}$; BC = $\frac{2}{3}\sqrt{2}$

2) Démontrons que ABC est un triangle rectangle et isocèle
On a : AC²= $\frac{16}{9}$; AB²= $\frac{8}{9}$ et BC²= $\frac{8}{9}$
AB² + BC² = AC² donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore ABC est un triangle rectangle en B.
De plus AB = BC donc ABC est aussi un triangle isocèle de sommet B
Des réponses précédentes on conclut que ABC est un triangle rectangle et isocèle.

Exercice n°2

Montrons qu'ABC est un triangle équilatéral

AB =$\sqrt{(\frac{\sqrt{3}}{2}-0)^2+(-\frac{1}{2}-1)^2}$ = $\sqrt{3}$

AC= $\sqrt{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-0\right)^2+\left(-\frac{1}{2}-1\right)^2}$ = $\sqrt{3}$

BC= $\sqrt{(-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2})^2+(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2})^2}$ = $\sqrt{3}$

AB= AC=BC donc ABC est un triangle équilatéral

Montrons que le centre du cercle circonscrit au triangle ABC est l'origine du repère

On a : OA = $\sqrt{(0-0)^2+(1-0)^2}$ =1

: OB= $\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-0\right)^2+\left(-\frac{1}{2}-0\right)^2}$ = 1

OC=$\sqrt{\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}-0\right)^2+\left(-\frac{1}{2}-0\right)^2}$ =1

OA=OB=OC=rayon du cercle circonscrit au triangle ABC donc O(0 ;0) est le centre de ce cercle .

Exercice 5

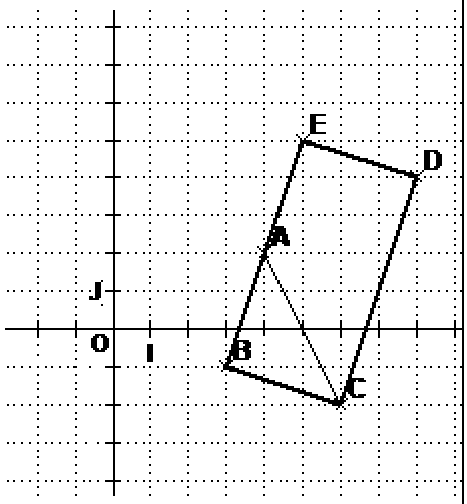
Déterminons y pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient orthogonaux
$\vec{u} \perp \vec{v}$ ⇔ 6(-4) + 3(y-3)=0 donc y =11

Exercice n° 7

Déterminons l'abscisse du point C
ABC est un triangle isocèle de sommet C entraîne que C appartient à la médiatrice de $[AB]$
Or $[AB\,] \subset$ (o ;$\vec{\imath}$) donc l'axe (0 ;$\vec{\imath}$) et perpendiculaire à la médiatrice de $[AB]$
Tout point de cette médiatrice a pour abscisse x= $\frac{xA+xB}{2}$
Soit x =6 d'où C(6 ; y)

Exercice 9

1.



2. Calculons la distance AC :

$\mathrm{AC} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \boxed{2\sqrt{5}}$

Calculons la distance AB :

$\boxed{\mathrm{AB} = \sqrt{10}}$

3. On sait que

$\mathrm{AB}^2 + \mathrm{BC}^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2 = 10 +$

et

$\mathrm{AC}^2 = (\sqrt{20})^2 = 20$

Donc : $AB^2 + BC^2 = AC^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en déduit que le triangle ABC est rectangle en B.

De plus, on sait que $\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = \sqrt{10}$, donc le triangle ABC est isocèle en B.

Conclusion : le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.

4. cf repère précédent

5. On sait que D est l'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$, donc $\overrightarrow{\mathrm{ED}} = \overrightarrow{\mathrm{BC}}$

.

Donc le quadrilatère BCDE est un parallélogramme.

De plus, on sait que le triangle ABC est rectangle en B, donc que les droites (BE) et (BC) sont perpendiculaires.

Donc le parallélogramme BCDE a un angle droit.

Conclusion : le quadrilatère BCDE est un rectangle.

6. Déterminons l'aire du rectangle BCDE :

$\mathcal{A}_{\mathrm{BCDE}} = \mathrm{BE} \times BC$

Or, on sait que E est le symétrique de B par rapport à A, donc

$\mathrm{BE} = 2 \times \mathrm{BA} = 2\sqrt{10}$

D'où :

$\mathcal{A}_{\mathrm{BCDE}} = \mathrm{BE} \times BC = 2\sqrt{10} \times \sqrt{10} = 2 \times 10 = 20$

D'où : l'aire du rectangle BCDE est de 20 unités d'aire.

Déterminons l'aire du quadrilatère ACDE :

$\mathcal{A}_{\mathrm{ACDE}} = \mathcal{A}_{\mathrm{BCDE}} - \mathcal{A}_{\mathrm{ABC}}$

Déterminons l'aire du triangle ABC rectangle en B :

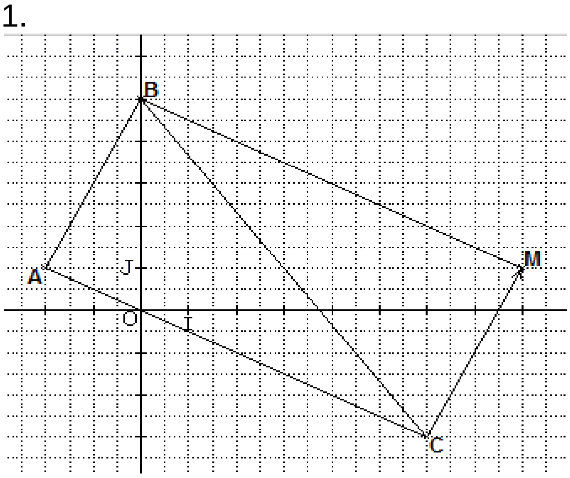
D'où :

$\mathcal{A}_{\mathrm{ACDE}} = \mathcal{A}_{\mathrm{BCDE}} - \mathcal{A}_{\mathrm{ABC}} = 20 - 5 = 15$

L'aire du quadrilatère ACDE est de 15 unités d'aire.

Exercice 10

1.



2. Montrons que :

$\mathrm{AC} = 4\sqrt{5}$;

Donc :

$\mathrm{AC} = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5}$

D'où : $\boxed{AC = 4\sqrt{5}}$

3. On admet que $AB = 2\sqrt{5}$ et BC = 10.
Démontrons que le triangle ABC est rectangle :

$AC^2 + AB^2 = (4\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 = 16 \times 5 + 4 \times 5 = 80 + 20 = 1$

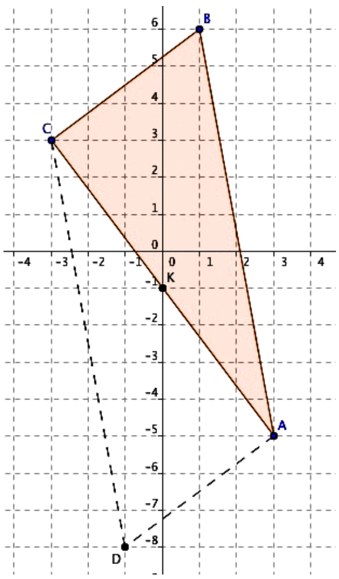
et $BC^2 = 100$
Donc : $AC^2 + AB^2 = BC^2$
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en conclut que le triangle ABC est rectangle en A.

4. cf figure

5. Déterminons la nature du quadrilatère ABMC :
On a placé le point M tel que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CM}$ soient égaux, donc le quadrilatère ABMC est un parallélogramme.
De plus, on sait que ABC est un triangle rectangle en A, donc $\hat{A}$ est un angle droit.
Donc le parallélogramme ABMC a un angle droit.
D'où : ABMC est un rectangle.

Exercice11

1.



2.a)

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 11^2} = \sqrt{4 + 121} = \sqrt{125} = \sqrt{}$

. De même,
$AC = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$
et
$BC = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{25} = 5$
.

2b) On a $AB^2 = 125$, et $AC^2 + BC^2 = 25 + 100 = 125$ aussi. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

3.a) voir la figure.

.b) D est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$:
on a donc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$; on en déduit que ABCD est un parallélogramme. .

4. Le vecteur $\overrightarrow{BC}$a pour coordonnées

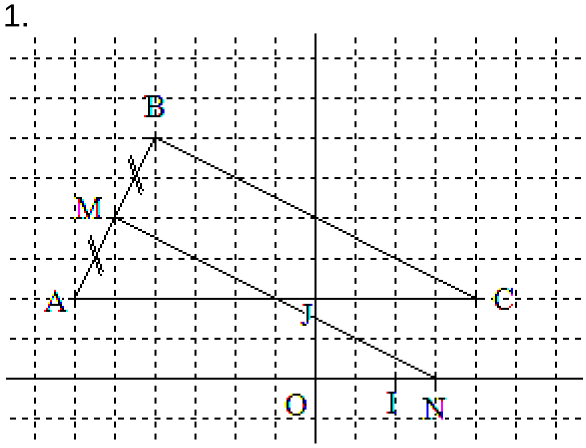
$(x_C - x_B, y_c - y_B) = (-4, -3)$
.

5.a) L'aire du parallélogramme ABCD vaut $BC \times AC = 5 \times 10 = 50$cm²
(car (AC) est perpendiculaire à (BC)).

5.b) K est le milieu de [AC] ; ses coordonnées sont donc $\left(\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2}\right)$, soit $K(0, -1)$.

Exercice 12

1.



2. Calculons la distance BC :
$BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$

$BC^2 = (2 - (-2))^2 + (1 - 3)^2$
$BC^2 = 4^2 + (-2)^2$
$BC^2 = 16 + 4$
$BC^2 = 20$
D'où :
$\mathrm{BC} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$
Donc la distance BC est égale à $2\sqrt{5}$ cm.

3. Démontrons que le triangle ABC est rectangle :
On a : $AC^2 = 5^2 = 25$ et
$\mathrm{BC}^2 + \mathrm{AB}^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2 = 20$
Donc : $AC^2 = BC^2 + AB^2$
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en conclut que le triangle ABC est rectangle en B.

4. Calculons les coordonnées du milieu M de [AB] :
$$x_{\mathrm{M}} = \frac{x_{\mathrm{A}} + x_{\mathrm{B}}}{2} = \frac{-3 + (-2)}{2} =$$
$$y_{\mathrm{M}} = \frac{y_{\mathrm{A}} + y_{\mathrm{B}}}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$$
$$\mathrm{M}\left(-\frac{5}{2} \; ; \; 2\right)$$

5. Construisons le point N, image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$.
cf graphique

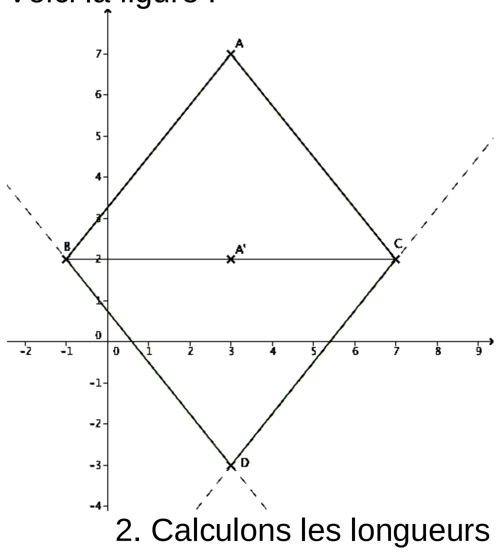
6. Calculons les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$:

7. Calculons les coordonnées du point N :
Le point N est l'image du point M par la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$, donc $\overrightarrow{\mathrm{BC}} = \overrightarrow{\mathrm{MN}}$
.
Or, si deux vecteurs sont égaux, alors ils ont les mêmes coordonnées.
Donc les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ ont les mêmes coordonnées.
$\overrightarrow{\mathrm{BC}}$a pour coordonnées (4 ; -2) et $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ a pour coordonnées
$$\left(x_{\mathrm{N}} + \frac{5}{2} \; ; \; y_{\mathrm{N}} - 2\right)$$ Donc
$$\mathrm{N}\left(\frac{3}{2} \; ; \; 0\right)$$

8. Démontrons que la droite (MN) coupe le segment [AC] en son milieu :
On sait que $\overrightarrow{\mathrm{BC}} = \overrightarrow{\mathrm{MN}}$, donc MBCN est un parallélogramme.
On en déduit que $\overrightarrow{\mathrm{MB}} = \overrightarrow{\mathrm{NC}}$
On sait que M est le milieu de [AB], donc $\overrightarrow{\mathrm{MB}} = \overrightarrow{\mathrm{AM}}$.
De $\overrightarrow{\mathrm{MB}} = \overrightarrow{\mathrm{NC}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{MB}} = \overrightarrow{\mathrm{AM}}$, on en déduit que $\overrightarrow{\mathrm{NC}} = \overrightarrow{\mathrm{AM}}$. Donc le quadrilatère AMCN est un parallélogramme. Ses diagonales [MN] et [AC] se coupent en leur milieu.
Donc la droite (MN) coupe le segment [AC] en son milieu .

<u>Exercice 13</u>

1. Voici la figure :



2. Calculons les longueurs des côtés [AB] et [AC] :
$AC = \sqrt{(7-3)^2 + (2-7)^2}$
$= \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$

$\mathrm{AB} = \sqrt{(-1-3)^2 + (2-7)^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$
, et. Ainsi, $\mathrm{AB} = \mathrm{AC}$: le triangle ABC est isocèle en A.

3. Le milieu A' de [BC] a pour coordonnées

$$\left(\frac{-1+7}{2},\frac{2+2}{2}\right)=(3,2)$$.

A'(3 ;2).

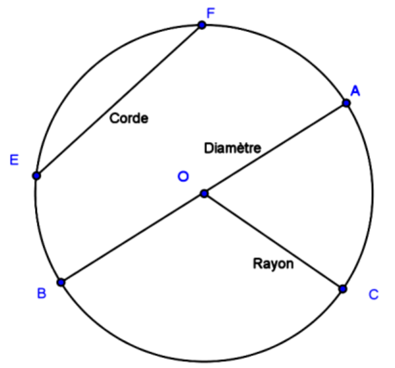
4. Le quadrilatère ABDC est un parallélogramme car $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$. De plus, d'après la question 2., il a deux côtés consécutifs de même longueur ([BA] et [AC]) : c'est donc un losange.

5. Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu. Comme A' est le milieu de [BC], c'est aussi le milieu de [AD].

Chapitre12: Angles inscrits

I)Angle inscrit et Angle au centre associé

1)Rappel



Soit le cercle de centre O

-Une Corde est le segment liant deux points du cercle.

Exemple : [EF]

-Un diamètre est une corde passant par le centre du cercle. Exemple :[AB]

-Un rayon est tout segment liant le centre et un point du cercle.
Exemple :[OC]

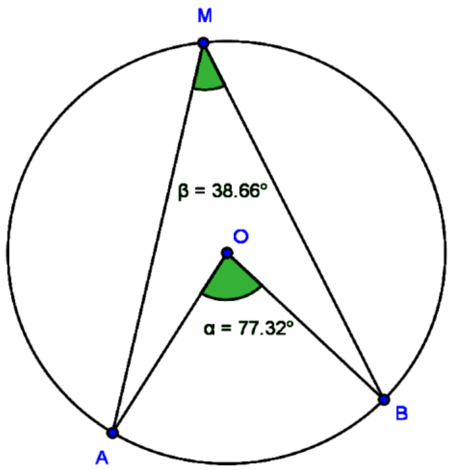
- ZQS BNL'arc de cercle est la portion du cercle comprise entre deux points du cercle. Exemple : $\widehat{EF}$

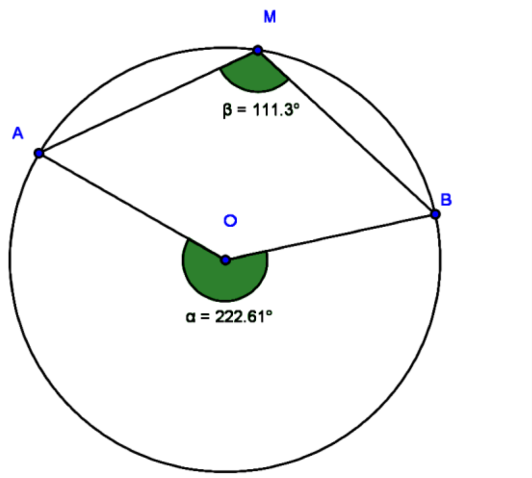
2) Activité

Tracer un cercle (C) de centre O . Soit A et B deux points distincts de (C) . Placer un point M sur le cercle distinct de A et de B et mesurer $\widehat{AMB}$ et $\widehat{AOB}$ dans les cas suivants :

a) $\widehat{AMB}$ est un angle aigu
b) $\widehat{AMB}$ est un obtus

Remarque



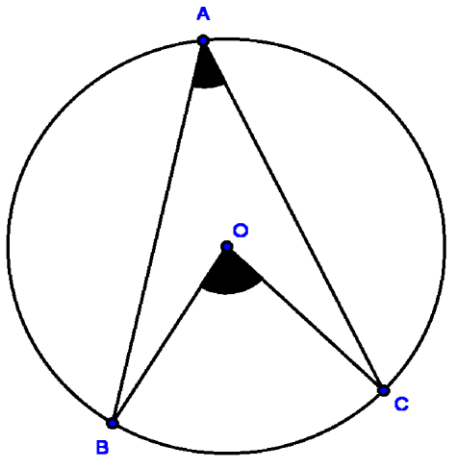


$\widehat{AMB}$ =38,66°
$\widehat{AMB}$ =111,3°

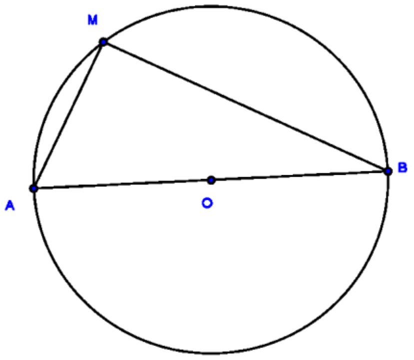
$\widehat{AOB}$ =77,32°
$\widehat{AOB}$=222,61°
On remarque que dans tous les deux cas $\widehat{AOB}$=2$\widehat{AMB}$

3)Définition
L' angle $\widehat{AMB}$ est appelé angle INSCRIT dans le cercle (C). On dit qu'il intercepte l'arc $\widehat{AB}$.
L'angle $\widehat{AOB}$ est un angle AU CENTRE ASSOCIE car il intercepte le même arc que l'angle $\widehat{AMB}$ et son sommet O est le centre du cercle.

4)Théorème de l'angle inscrit
Soit un cercle de centre O. Si A ; B ; M sont trois points distincts de ce cercle , alors $\widehat{AOB}$=2$\widehat{AMB}$
Exercice d'application
On donne le triangle ABC et son cercle circonscrit de centre O. $\widehat{ABC}$=50°
$\widehat{BCA}$=70° .
Calculer $\widehat{BOC}$



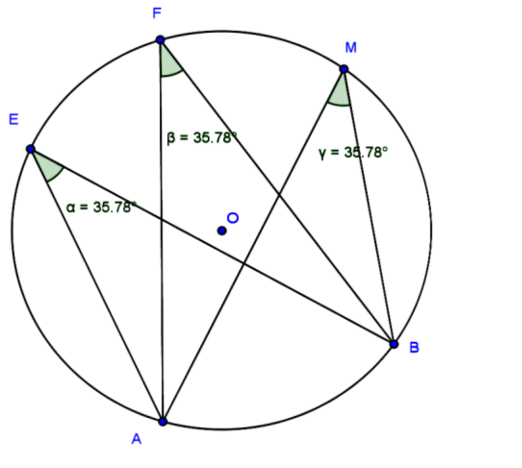
2) Application : Triangle inscrit dans un demi – cercle
a) Activité
Soit un cercle de centre O,de diamètre[AB] et M un point du cercle . Démontrer que AMB est un triangle rectangle
Réponse



$\widehat{AMB}$ est un angle inscrit interceptant l'arc AB et $\widehat{AOB}$ est un angle au centre associé interceptant le même arc AB ,
on a $\widehat{AOB}$=2$\widehat{AMB}$; $\widehat{AMB}$=$\frac{\widehat{AOB}}{2}$;
$\widehat{AMB}$= $\frac{180°}{2}$ = 90°
Alos le trangle AMB est rectangle en M.

b)Propriété
Si un triangle AMB est inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AB] alors AMB est un triangle rectangle en M.

II)Angles inscrits interceptant le même arc
1)Activité
Tracer un cercle de centre O ,placer deux points distinct A et B sur ce cercle . Placer les points E ; F et M sur le grand arc AB et mesurer les angles $\widehat{AEB}$; $\widehat{AFB}$; $\widehat{AMB}$. Que remarque t-on ?
Réponse



$\widehat{AEB}$ =35,78° ; $\widehat{AFB}$ =35,78° ;
$\widehat{AMB}$ =35,78°. On remarque que $\widehat{AEB}$; $\widehat{AFB}$; $\widehat{AMB}$ sont des angles inscrits interceptant le même arc et qu'ils sont égaux
2)Propriété
Si deux angles inscrits interceptent le même arc alors ils sont égaux.

EXERCICES

Exercice n°1

Soit $(\mathcal{C})$ le cercle de centre O et de diamètre [ST]. La médiatrice de [OT] coupe [ST] en H et le cercle$(\mathcal{C})$ en P et P'

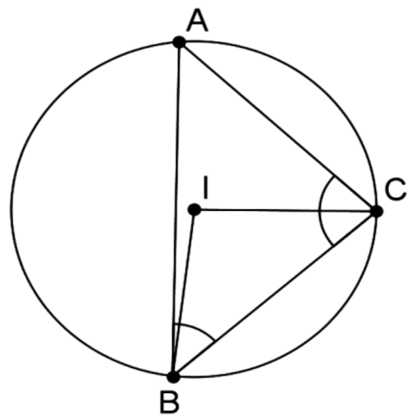
1) Faire une figure
2) Sachant que l'angle $\widehat{TPP'}$ = 30°, calculer la mesure des angles $\widehat{TSP'}$, puis $\widehat{TOP'}$
3) Sachant que le rayon du cercle$(\mathcal{C})$ est 6cm, calculer les distances PS et PT.

Exercice n°2

On donne le triangle ABC et son cercle circonscrit de centre I.

$\widehat{ABC}$ = 48° ; B$\hat{C}$A = 72°

Calculer BÎC



Exercice n°3

ABC est un triangle inscrit dans un cercle$(\mathcal{C})$ de centre O.

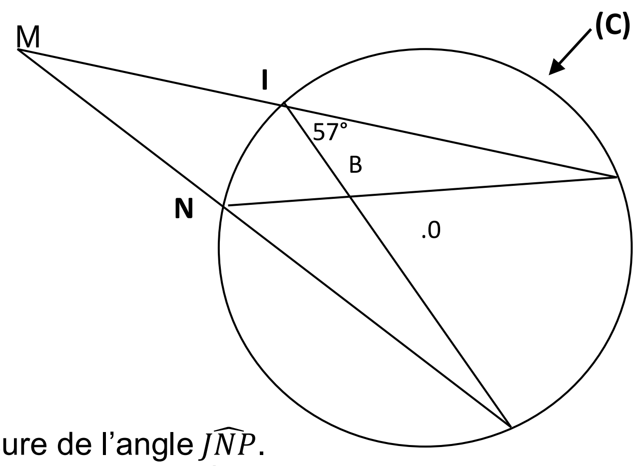
La bissectrice de l'angle BÂC coupe le cercle$(\mathcal{C})$ au point A'.

[A'B'] est La corde de $(\mathcal{C})$ telle que [A'B'] soit parallèle à [AB].

1) Faire une figure
2) Démontrer que les angles $\widehat{A'AB}$ et $\widehat{A'B'C}$ ont la même mesure

Exercice n°4

Dans la figure ci-contre :



1)Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{JNP}$.

En déduire celle de l'angle $\widehat{JNM}$.

2) Déterminer le mesure de l'angle $\widehat{NBP}$ dans le triangle NBP.

En déduire celle de l'angle $\widehat{IBN}$.

3) Déterminer la mesure de l'angle$\widehat{MIB}$.

4) En déduire de toutes les questions précédentes la mesure de l'angle $\widehat{JMP}$.

Exercice n°5

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ on donne les points A(-1 ; 2) ; B(2 ; 6) ; et C(3 ; -1).

1) Quelle est la nature du triangle ABC ?
2) Soit$(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle ABC.
   Déterminer son centre M et son rayon r.
3) Le point P(5 ;5) appartient-il au cercle $(\mathcal{C})$?
4) Que vaut l'angle $\widehat{APC}$? Justifier.

Exercice n° 6

1.Trace le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de diamètre [AB] tel que AB = 8 cm.
2. Place un point M appartenant à $\mathcal{C}$ tel que $\widehat{BOM}$=36°.
3. Calcule la mesure de l'angle inscrit $\widehat{\text{MAB}}$ qui intercepte le petit arc de cercle $\overset{\frown}{\text{MB}}$.
4. A l'aide des données de l'énoncé, laquelle de ces propositions te permet de montrer que AMB est un triangle rectangle en M : (Recopie sur ta copie la bonne proposition)

Proposition 1 :
Si dans le triangle AMB on a $AB^2 = AM^2 + BM^2$ alors AMB est un triangle rectangle en M.

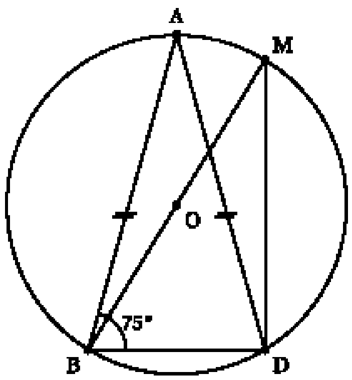
Proposition 2 :
Si le triangle AMB est inscrit dans le cercle $\mathcal{C}$ dont l'un des diamètres est [AB] alors AMB est un triangle rectangle en M.

Proposition 3 :
Si O est le milieu de [AB] alors AMB est un triangle rectangle d'hypoténuse [AB].

5. Calcule la longueur AM et arrondis le résultat au dixième.
6. Trace le symétrique N de M par rapport à [AB].
7. Place les points R et S de façon à ce que NMRAS soit un pentagone régulier.

Exercice n°7

On considère la figure ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur. On ne demande pas de refaire la figure.



- ABD est un triangle isocèle en A tel que $\widehat{\text{ABD}} = 75°$;
- $\mathcal{C}$est le cercle circonscrit au triangle ABD ;
- O est le centre du cercle $\mathcal{C}$

► [BM] est un diamètre de $\mathcal{C}$.

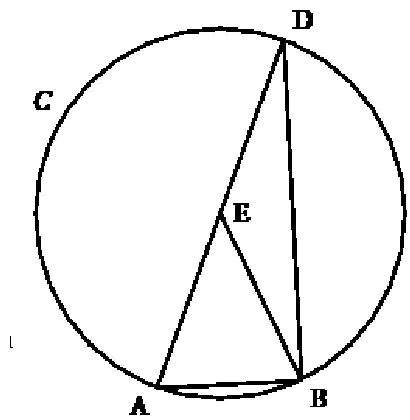
1. Quelle est la nature du triangle BMD ?
Justifier la réponse

2. a) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAD}$.
   b) Citer un angle inscrit qui intercepte le même arc que l'angle $\widehat{BMD}$.
   c) Justifier que l'angle $\widehat{BMD}$ mesure 30°.

3. On donne : BD = 5,6 cm et BM = 11,2 cm. Calculer DM. On arrondira le résultat au dixième près.

Exercice n° 8

Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, nous savons que :



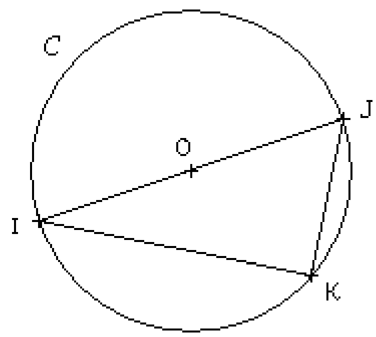
► (C) est un cercle de centre E dont le diamètre [AD] mesure 9 cm.

► B est un point du cercle (C) tel que : $\widehat{AEB} = 46$.

1. Faire la figure en respectant les dimensions données.
2. Montrer que le triangle ABD est un triangle rectangle.
3. Justifier que : $\widehat{ADB} = 23$.
4. Calculer la longueur AB et préciser sa valeur arrondie au centième de cm.
5. On trace la droite parallèle à la droite (AB) passant par E.
Elle coupe le segment [BD] au point F.
6. Calculer la longueur EF et préciser sa valeur arrondie au dixième de cm.

Exercice n°9

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur ; on ne demande pas de la reproduire.

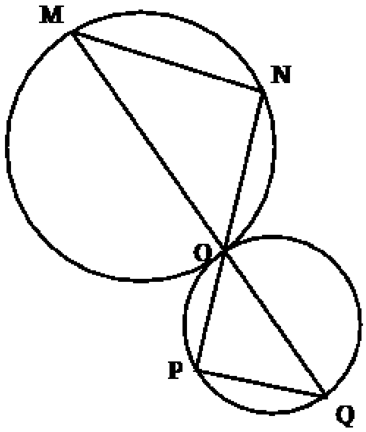


On considère un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de diamètre 8 cm.
I et J sont deux points de $\mathcal{C}$ diamétralement opposés ;
K est un point de $\mathcal{C}$ tel que JK = 4 cm.

1. Préciser la nature du triangle IJK. Justifier.
2. Préciser la nature du triangle OJK. Justifier.
3. On appelle R le symétrique de K par rapport à la droite (IJ). Démontrer que le quadrilatère ROKJ est un losange.

Exercice n° 10

On donne la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur et qui n'est pas à reproduire.



Les points M, O et Q sont alignés ainsi que les points N, O et P. Les segments [OM] et [OQ] sont des diamètres des deux cercles tracés ; on donne : OM = 7,5 cm et OQ = 4,5 cm.

1. Prouver que le triangle MNO est rectangle en N.

On admet pour la suite que le triangle OPQ est rectangle en P.

2. Justifier que les droites (MN) et (PQ) sont parallèles.

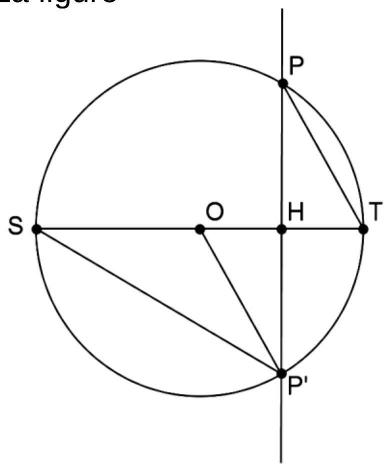
3. Dans le cas où ON = 5 cm, calculer la distance OP.

Justifier.

CORRIGE

Exercice 1

1) La figure



2) Calculons la mesure des angles TÔP ' et TŜP'

- On a TŜP' et $\widehat{TPP}$' des angles inscrits interceptant le même arc $\widehat{TP'}$

  Donc $\widehat{TSP'}$=$\widehat{TPP'}$ = 30°
- On a TÔP' est un angle au centre associé à l'angle TŜP'interceptant le même arc $\widehat{TP'}$que l'angle inscrit TŜP'

  Donc TÔP' =2 TŜP'

  TÔP'=2x30°=60°

TÔP'=60°

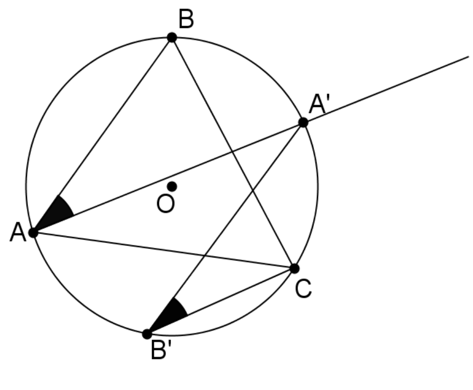
3) Calculons PS et PT
[ST] étant un diamètre du cercle (c) et P∈(c) donc SPT est un triangle rectangle en P.Ainsi ,
SP^2 =SHxST=(SO+ $\frac{1}{2}$SO)x ST
=(SO+ $\frac{1}{2}$SO)x2SO = 3SO^2 =3OT^2
ce qui signifie que SP =OT$\sqrt{3}$ =r$\sqrt{3}$ = 6$\sqrt{3}$ cm.
TP^2 =TH x ST =($\frac{1}{2}$OTx 2OT)=OT^2donc TP =OT =r =6cm.

Exercice n°2

Calculons BÎC
On a: BÂC un angle inscrit interceptant le même arc $\widehat{BC}$que l'angle BÎC au centre associé à BÂC
donc BÎC = 2BÂC
or BÂC+A$\hat{B}$C+B$\hat{C}$A=180°
signifie que BÂC=180°-(A$\hat{B}$C+B$\hat{C}$A)
=180°-(48+72°)
=60°
donc B$\hat{I}$C =2x60°
BÎC=120°

Exercice n°3

1) La figure

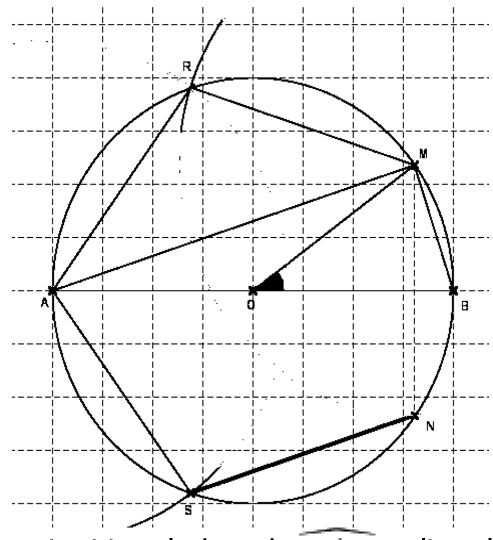


2) Démontrons que les angles $\widehat{A'AB}$ et $\widehat{AB'C}$ ont la même mesure.

On a $\widehat{BAA}$' = $\widehat{A'AC}$ car (AA') est la bissectrice de $\widehat{CAB}$:
De plus,les angles $\widehat{A'AC}$ et $\widehat{A'B'C}$ sont des angles inscrits interceptant le même arc $\widehat{A'C}$ donc A'$\widehat{B'C}$ = A'$\widehat{AC}$
$\widehat{A'AB}$ = $\widehat{A'AC}$ et A'$\widehat{AC}$ =$\widehat{A'B'C}$ par conséquent $\widehat{A'AB} = \widehat{A'B'C}$

Exercice 6

1.



1. L'angle inscrit $\widehat{MAB}$ et l'angle au centre $\widehat{MOB}$ interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{MB}$.
Or dans un cercle, si un angle au centre et un angle inscrit interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est le double de celle de l'angle inscrit.
Donc : $\widehat{MOB} = 2 \times \widehat{MAB}$
D'où :
$\widehat{MAB} = \frac{1}{2} \times \widehat{MOB} = \frac{1}{2} \times 36 = 18$
L'angle $\widehat{MAB}$ mesure 18°.
4. La seule proposition permettant de montrer que le triangle AMB est rectangle en M est la proposition n° 2 :
Si le triangle AMB est inscrit dans le cercle $\mathcal{C}$ dont l'un des diamètres est [AB] alors AMB est un triangle rectangle en M.
5. Dans le triangle AMB rectangle en M, on a :
cos($\widehat{AMB}$)= $\frac{AM}{AB}$
Donc : cos18° = $\frac{AM}{8}$
AM =8cos18≈ 7,6 (arrondi au dixième)
6. 7. cf figure ci-dessus

Exercice 7

1)$\mathcal{C}$ est le cercle circonscrit au triangle ABD donc D appartient au cercle. [BM] est un diamètre de $\mathcal{C}$.
Or, si un triangle est inscrit dans un cercle et a pour côté un diamètre de ce cercle alors ce triangle est rectangle. Le diamètre est son hypoténuse.
Donc le triangle BDM est rectangle en D.
2. a) On sait que ABD est isocèle en A, donc $\widehat{ABD}$= $\widehat{ADB}$=75°.
Or la somme des angles d'un triangle est égale à 180°,

donc $\widehat{BAD} = 180° - \widehat{ABD}$-$\widehat{ADB}$=180°-2× 75° =30°.
2. b) $\widehat{BAD}$ est un angle inscrit qui intercepte le même arc que l'angle $\widehat{BMD}$.
2. c) Les deux angles inscrits $\widehat{BAD}$ et $\widehat{BMD}$ interceptent le même arc donc ils sont égaux, donc$\widehat{BMD}$=30°.

3. méthode 1 : BDM est rectangle en D donc

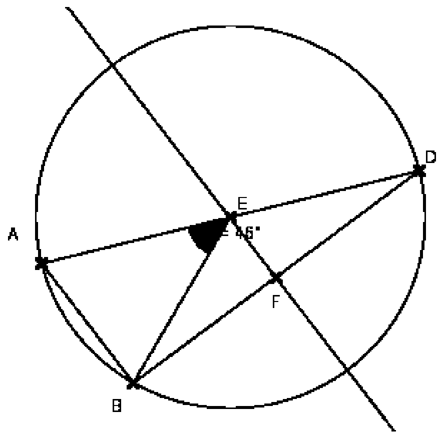
$$\tan(\widehat{BMD}) = \frac{BD}{DM}$$

$$DM = \frac{BD}{\tan(\widehat{BMD})} = \frac{5,6}{\tan 30} \approx 9,7$$

méthode 2 : BMD est un triangle rectangle en D (démontré en 1.). Donc, d'après le théorème de Pythagore,
$\mathrm{DM}^2 + \mathrm{BD}^2 = \mathrm{BM}^2$.
Donc $\mathrm{DM} = \sqrt{\mathrm{BM}^2 - \mathrm{BD}^2}$,
$\mathrm{DM} = \sqrt{11,2^2 - 5,6^2}$ d'où
$\mathrm{DM} = \sqrt{94,08} \approx 9,7$.

Exercice 8

1.



2. [AD] est un diamètre de (C) et B un point de ce cercle : ainsi, le triangle ADB est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés.
ADB est donc un triangle rectangle en B.
3. Les angles $\widehat{AEB}$et $\widehat{ADB}$ sont respectivement un angle au centre et un angle inscrit interceptant le même arc de cercle $\widehat{AB}$. On a donc d'après le théorème de l'angle inscrit et de l'angle au centre $\widehat{ADB} = \frac{1}{2}\widehat{AEB} = \frac{46°}{2} = \boxed{23°}$.
4. Dans le triangle ADB rectangle en B, on a . Autrement dit,
$AB = \sin\left(\widehat{ADB}\right) \times AD = \sin(23°) \times 9 \simeq 3,516$
soit environ 3,52 cm.
5. Dans le triangle ADB :
► $E \in [AD]$ (avec E milieu de [AD]) ;

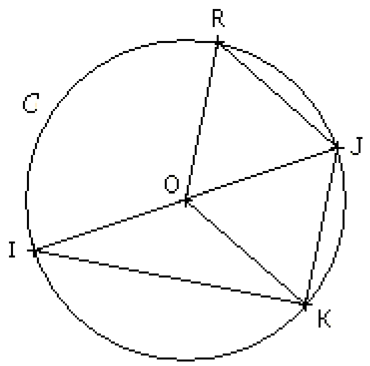
► $F \in [BD]$;

►(EF)//(AB).
Donc d'après le théorème de Thalès, sachant que E est le milieu de [AD], on a
$EF = \frac{AB}{2} \simeq 3,522 \simeq 1,76$
soit environ 1,8 cm

Exercice 9

1. Précisons la nature du triangle IJK :
Le triangle IJK est inscrit dans le cercle de diamètre [IJ], donc le triangle IJK est rectangle en K.
2. Précisons la nature du triangle OJK :
[OK] et [OJ] sont deux rayons du cercle $\mathcal{C}$ de rayon 4 cm, donc OK = OJ = 4 cm.
De plus, on sait que JK = 4 cm.
Donc : OK = OJ = JK = 4 cm. On en

conclut que OJK est un triangle équilatéral.
3. On appelle R le symétrique de K par rapport à la droite (IJ).



Démontrons que le quadrilatère ROKJ est un losange :
O et J sont deux points de l'axe de symétrie (IJ), donc leurs symétriques sont respectivement O et J. De plus, R est le symétrique de K par rapport à la droite (IJ).
Donc les segments [OR] et [OK] d'une part et [JR] et [JK] d'autre part sont symétriques par rapport à l'axe (IJ).
Or, la symétrie axiale conserve les longueurs, donc OR = OK et JR = JK.
De plus, on a vu que OK = JK, donc OR = OK = JR = JK.
D'où : le quadrilatère ROKJ a quatre côtés de même longueur, c'est donc un losange.

Exercice 10

1)On sait que N appartient au cercle de diamètre [MO].
Or, si dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point de ce cercle alors ce triangle est rectangle.
Donc le triangle MNO est rectangle en N.
2. Le triangle MNO est rectangle en N donc

$(MN)\perp(NO)$.

Les points N, O et P sont alignés, donc

$(MN)\perp(NP)$.

Le triangle OPQ est rectangle en P donc

$(PQ)\perp(PO)$.

Les points N, O et P sont alignés, donc

$(PQ)\perp(NP)$.

Or si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles ,donc

$(PQ)//(MN)$.

3. Les droites (MQ) et (NP) sont sécantes en O, les droites (QP) et (MN) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{OP}{ON}=\frac{OQ}{OM}=\frac{QP}{MN}$$

$$\frac{OP}{5}=\frac{4,5}{7,5}=\frac{QP}{MN}$$

$$OP=\frac{OQ\times ON}{OM}=\frac{4,5\times 5}{7,5}=3$$

D'où : OP = 3 cm.

Chapitre 13 : Droites-Equations de droites

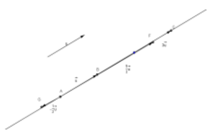
I) Equation de droites

1) Vecteurs directeurs d'une droite
Soit A un point quelconque du plan et soit $\vec{u}$ un vecteur non nul.
Construire les points B ; C ;F et G tel que :

$\overrightarrow{AB}=\vec{u}$; $\overrightarrow{AC}=3\,\vec{u}$; $\overrightarrow{AF}=\frac{5}{2}\vec{u}$; $\overrightarrow{AG}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{AB}$

a) Que peut-on dire des points A ;B ;C ;F ;G ? justifier.
b) Soit M un point quelconque pour lequel il existe un réel k tel que : $\overrightarrow{AM}$=k $\vec{u}$.
Que peut-on dire des points A ;B ;M ?justifier

Figure



On remarque que les points A ; B ;C ;F et G sont sur la même droite (D).
-Si M est un point tel que $\overrightarrow{AM}$=k $\overrightarrow{AB}$ alors A ; B et M sont alignés. $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont donc colinéaires et $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont aussi colinéaires.
Si M est un point de (D) alors il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AM}$=k $\vec{u}$;on dit que $\vec{u}$ est un vecteur directeur de (D)

2) Définition

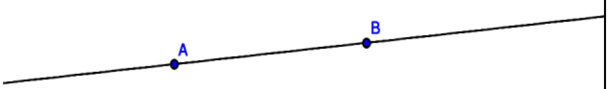
Etant donnés deux points A et B d'une droite (D) ,on appelle vecteur directeur tout vecteur $\vec{u}$ non nul colinéaire à $\overrightarrow{AB}$.

3) Conséquence

Etant donné un point A et un vecteur non nul $\vec{u}$, il existe une et une seule droite passant par A et ayant pour vecteur directeur le vecteur $\vec{u}$

Figure

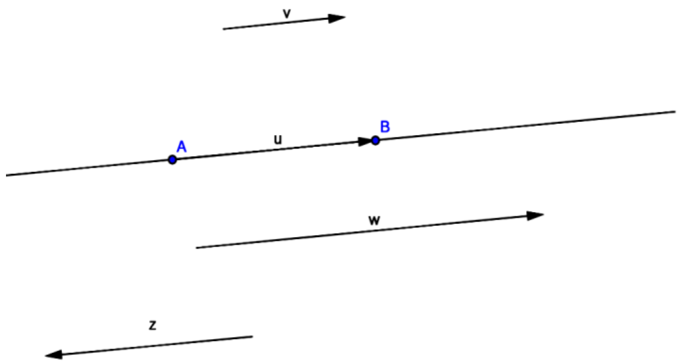
A et B etant deux points distincts d'une seule droite (D).le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur pour la droite (D).



- Remarque :

Si $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite (D) tout vecteur non nul qui est colinéaire à $\vec{u}$ est aussi un vecteur pour la droite (D).

Figure

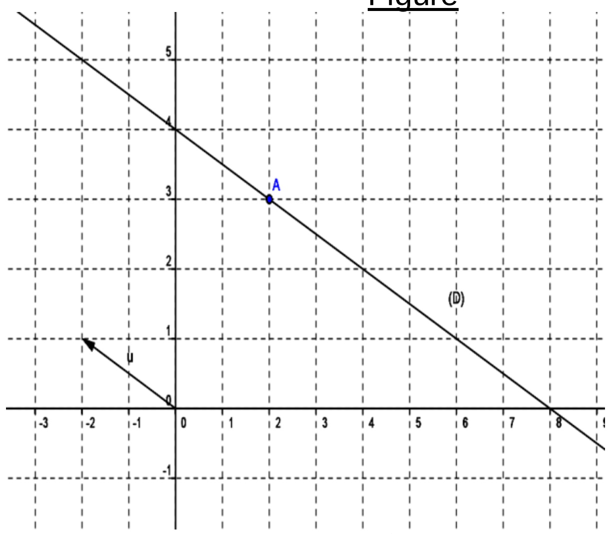


4) Equation cartésienne d'une droite

a) Activité

Dans un repère orthonormé du plan ,soit (D) la droite passant par le point A(2 ;3) de vecteur directeur $\vec{u}\binom{-2}{1}$ et M(x ;y) un point de la droite (D).
Trouvons une équation de la droite (D).

Figure



M(x ;y) ∈ (D) et $M(x;y).\overrightarrow{AM}$colinéaire à $\vec{u}$ si xy'-x'y=0

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x- & 2 \\ y- & 3\end{pmatrix}$ col $\vec{u}\binom{-2}{1}$

(x-2)-(-2) (y-3)=0

X+2y-8=0

On dit que x+2y-8=0 est une équation de la droite (D) et$\vec{u}\binom{4}{2}$ est son vecteur directeur .
Si les coordonnées d'un point vérifie l'équation x+2y-8=0 alors ce point appartient à la droite (D).

b) Propriété

Le plan étant muni d'un repère (o ;i ;j) a et b deux réels non nuls ;c un réel quelconque.

L'ensemble des points M dont les coordonnées x et y vérifie ax+by+c=0 est appelée équation de la droite (D) dans le (o ;i ;j).

Le vecteur $\vec{u}\binom{-b}{a}$ est un vecteur directeur de la droite (D).

Si b≠0 on a :ax +by+c=0

by=-ax-c

y=$\frac{-ax-c}{b}$=$\frac{-ax}{b}-\frac{c}{b}$ .Si on pose m=$\frac{-a}{b}$ et p=$\frac{-c}{b}$

on a :y=mx+p

Propriété2

Si (D) a pour équation y=mx+p alors $\vec{u}\binom{1}{m}$ est un vecteur directeur de (D) et m est appelé le coefficient directeur de (D)

Si le repère est orthonormé alors m est appelé pente de la droite.

P est l'ordonnée du point d'abscisse 0 ;p est l'ordonnée à l'origine.

Exercice d'application

Le plan est muni d'un repère (o ;i ;j).

a)Soit (Δ) la droite d'équation -2x+3y-5=0. Les points A(0 ;0) ;B(1 ;1) ;C(-2 ;4) ;E(4 ;10 ;H(3 ;6) ; I(-2 ;-5) appartiennent-ils à la droite (Δ)?

b)Déterminer une équation de la droite (D) passant par le point A(2 ;3) et de vecteur directeur $\vec{u}\binom{3}{-2}$

c)On a les points E(1 ;3) et F(-3 ;1).Trouver une équation de la (EF).

d)Déterminer le vecteur directeur des droites suivantes ; (D) :3x+5y-1=0 ;(d) :x+4y+5=0 ;(Δ) :y=3x-7

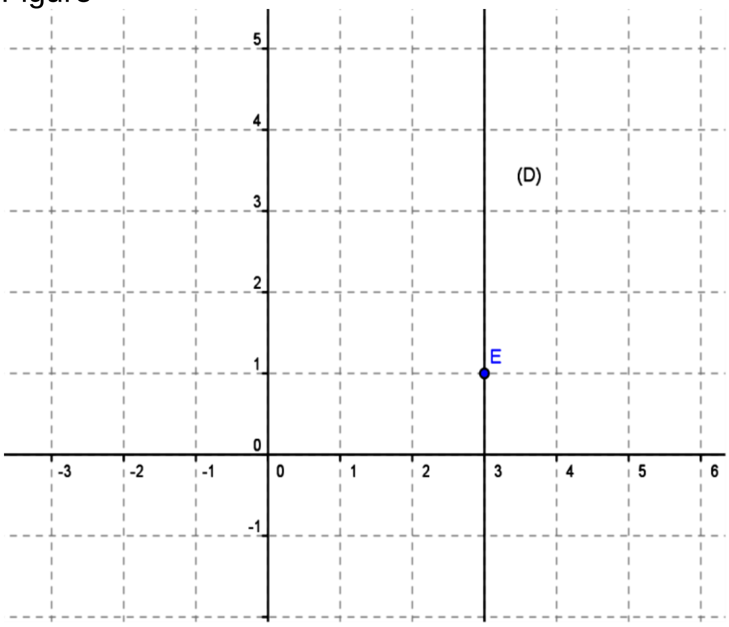
e) Construire les droites (D_1) :y=2x-3 et (D_2) :x+y-3=0

5) Cas particuliers

a) Droites parallèles à l'axe des ordonnées

Construire une droite (D) passant par le point E(3 ;1) et parallèle à l'axe des ordonnées. Que remarque-t-on ?

Figure



On remarque que tous les points situés sur (D) ont pour abscisses 3 ;on dit x=3 est une équation de la droite (D)

b) Conclusion

Toute droite parallèle a l'axe des ordonnées a une équation de la forme x=a ou « a » est l'abscisse d'un point de cette droite.

II) Droites parallèles-droites perpendiculaires

1) Droites parallèles

a) Rappels

Si deux droites sont parallèles alors leurs vecteurs directeurs sont colinéaires.

Si deux droites ont leurs vecteurs directeurs colinéaires alors elles sont parallèles.

b) Activité

Dans un repère (o ; i ;j) du plan :

1-Tracer les droites (Δ) ; (Δ′) d'équations respectives : (Δ) : y=-2x ;

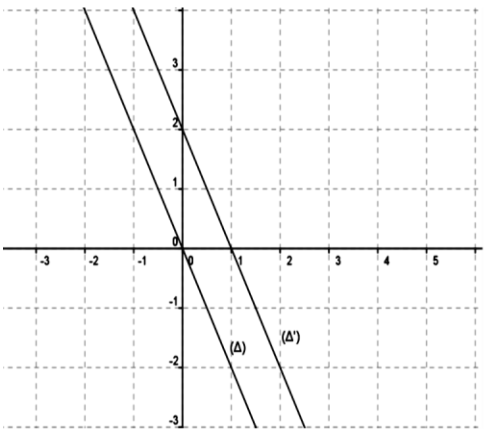
(Δ′) : y=-2x+2.Quelle est la position de (Δ) par rapport à (Δ′) ?
2-Donner les coordonnées des vecteurs directeurs de (Δ) et (Δ′).Que remarque-t-on ?

(Δ):Y=-2x

	x	Y
A	0	0
B	1	-2

(Δ’) : Y=-2x+2

	x	y
E	0	2
F	1	0



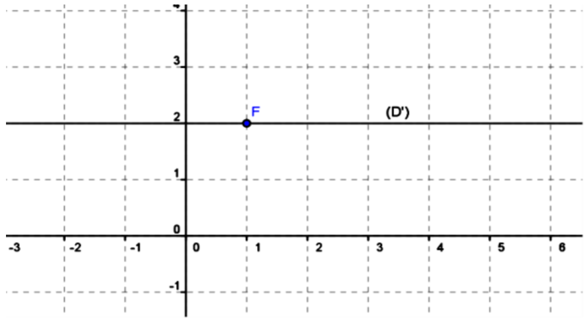
1-)On remarque que (Δ) et (Δ’) sont parallèles
2-)$\overrightarrow{u}\binom{1}{-2}$=$\overrightarrow{u'}\binom{1}{-2}$

c) Droites parallèles à l’axe des abscisses

Construire une droite (D’) passant par F(1 ;2) et parallèle à l’axe des abscisses. Que remarque-t-on ?

Réponse

On remarque que tous les points situés sur la droite (D’) ont pour ordonnée 2 ; on dit que y=2 est une équation de la droite (D’)



Conclusion

Toute droite parallèle à l’axe des abscisses a une équation de la forme y=b ou « b »est l’ordonnées d’un point de cette droite.
NB : La pente de droite d’équation y=b est nulle

d) Droites passant par l’origine du repère

_ Toute droite passant par l’origine du repère et distincte de l’axe des ordonnées à une équation de la forme y=ax. $\overrightarrow{u}\binom{1}{a}$ est un vecteur directeur de cette droite.
_ Toute droite d’équation y=ax passe par l’origine du repère.

2) Droites perpendiculaires

a) Activité

Soit (Δ) une droite d’équation : y=3x
1- Donner un vecteur directeur $\vec{u}$ de (Δ)
2- Déterminer un vecteur $\vec{v}\binom{2}{y'}$ non nul orthogonal à $\vec{u}$
3- Trouver une équation de droite de (Δ’) perpendiculaire à (Δ) qui a pour vecteur directeur $\vec{v}$ et qui passe par A (1 ; 1)
4-Calculer le produit des pentes de (Δ) et de (Δ’).

Réponse

1) (D) a pour vecteur directeur $\vec{u}\binom{1}{3}$
2) Déterminons un vecteur $\vec{v}\binom{2}{y'}$

$\vec{v}\binom{2}{y'} \perp \vec{u}\binom{1}{3}$; 2 X 1 + y’ X 3=0 ; 3y’= -2 ; y’= $\frac{-2}{3}$; $\vec{v}\binom{2}{\frac{-2}{3}}$

3)L’équation de (Δ’) :y = $\frac{-1}{3}$x +$\frac{4}{3}$

4)Calculons le produit des pentes : 3 X($\frac{-1}{3}$)= -1 alors ces droites sont perpendiculaires.

b) Propriété

_ Dans un repère orthonormé si le produit des pentes de deux droites est -1 alors ces droites sont perpendiculaires.

_ Dans un repère orthonormé si deux droites, non parallèles aux axes, sont perpendiculaires alors le produit de leurs pentes est -1.

EXERCICES

Exercice n°1

Dans un repère orthonormé tracer les droites dont on donne ci-dessous, un point et le coefficient directeur a :

D_1: A (3; 1), a = $\frac{3}{4}$ D_2: B (2; -1), a = $\frac{2}{3}$

D_3: C (1; -3), a = 2

D_4:D(1; 4), a = - 3

D_5: E(0; 3), a = $\frac{5}{3}$ D_6: F(-2; - 1) a = - 1

Exercice n°2

1)Tracer la droite (D): y = - 3 x + 4

2)Placer sur (D) le point A ayant pour abscisse 2.

Lire son ordonnée sur le graphique, puis la trouver par le calcul.

3)Placer sur (D) le point B ayant pour ordonnée -3.

4)Calculer son abscisse.

6)Les points C(1 ;-2) et D(-2 ; 10) appartiennent-ils à la droite (D) ? Justifier.

Exercice n°3

Tracer la droite (Δ) : y = – $\frac{1}{2}x$ + 2

Trouver les coordonnées du point I intersection de (Δ) avec l'axe des abscisses et celles du point J, intersection de (Δ) avec l'axe des ordonnées.

Exercice n°4

Dans un repère $(o;\ \vec{\imath};\vec{\jmath}\ )$ on donne les points

A(2 ; -1) et B (-3 ; 4). Ecrire une équation de la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{\imath}$. Ecrire une équation de la droite passant par B et de vecteur directeur $\vec{\jmath}$.

Donner une équation de la droite (O,$\vec{\imath}$) et celle de (O,$\vec{\jmath}$).

Exercice n°5

Dans un repère $(o;\ \vec{\imath};\vec{\jmath}\ )$ on donne les points A(-3 ; 0) ; B (0 ; 5/2) ; C (3 ; 0) et D (0 ; -4).

a) Trouver une équation de chacune des droites (AB), (BC), (CD) et (DA).
b) Trouver une équation de la droite (Δ) passant par C et parallèle à (AB).
c) Trouver une équation de la droite (Δ′) passant par D et parallèle à (BC).
d) Démontrer que les droites (Δ) et (Δ′) sont sécantes en un point E. trouver graphiquement les coordonnées du point E.

Exercice n°6

Dans le plan muni d'un repère $(o;\ \vec{\imath};\vec{\jmath}\ )$ on donne le point A(3 ; -2).

Tracer la droite (D_1) : 2 x - y + 4 = 0.

a) Le point A est-il élément de la droite (D_1) ?
b) B (-3 ; y) et C (x ; 6) sont deux points de la droite (D_1).
   Calculer l'ordonnée y de B et l'abscisse$x$ de C.
   Placer les points A, B et C.
c) (D_2) est la droite passant par A et parallèle à (D_1).
   Trouver une équation de (D_2)
d) B' étant le milieu de [AC] ; trouver une équation de la médiane (BB') du triangle ABC.

e) Les droites (BB') et (D_2) se coupent en un point E.
Quelles sont les cordonnées de E ?

Exercice n°7

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(o;\ \vec{\imath};\vec{\jmath}\ )$ on donne les points suivants : A (1 ;4), B (-3 ; 0), C (2 ; 0).

1) Calculer les coordonnées du point G, centre de gravité du triangle ABC.
2) Calculer les coordonnées du point H, orthocentre du triangle ABC.
3) Calculer les coordonnées de I, point de concours des médiatrices du triangle ABC.
4) Montrer que les points I, H et G sont alignés.

Exercice n°8

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(o;\ \vec{\imath};\vec{\jmath}\ )$, on donne les points A (0 ;3) et C (2 ;0).
Le point B est situé sur la demi-droite [CO). Le triangle ABC est rectangle en A.
Déterminer les équations cartésiennes des droites (AC), (BC) et (AB).

Exercice n°9

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(o;\ \vec{\imath};\vec{\jmath}\ )$,on donne le point A (0 ; $2\sqrt{3}$).
B et C sont deux points situés sur l'axe des abscisses tels que le triangle ABC soit équilatéral.
Déterminer les équations cartésiennes des droites (AB), (BC) et (AC).

Exercice n°10

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(o;\ \vec{\imath};\vec{\jmath}\ )$, d'unité graphique 1 cm, on donne les points
A (0 ; 8) et B (3 ; -1)

1) Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure.
2) Etablir une équation de la droite (AB)
3) Calculer les coordonnées du point M milieu du segment [AB].
4) Soit (D) la droite d'équation : y = $\frac{1}{3}\ x+\ \frac{4}{3}$.
Le point M est-il un point de la droite (D) ?
5) Démontrer que les droites (AB) et (D) sont perpendiculaires.
6) a) soit le point C (-3 ; 2). Déterminer une équation de la droite (T) parallèle à la droite (D) et passant par le point C.
   b) Démontrer que M est le point d'intersection des droites (AB) et (T).
   c) Calculer les distances AM et MC et en déduire la nature exacte du triangle AMC.
   d) Calculer le rapport de projection orthogonale K de la droite (AC) sur la droite (AM)
7) Soit$(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle AMC.
   a) Où se situe le centre K de $(\mathcal{C})$? Justifier.
   b) Calculer les cordonnées du point K.

CORRIGE

Exercice 3

Coordonnées de I.
L'axe des abscisses a pour équation y=0 donc I (x ;0)
On obtient 0=-$\frac{1}{2}x+2 \leftrightarrow x=4$
D'où I (4 ;0)
Coordonnées de J
L'axe des ordonnées a pour équation $x=0\ donc\ \ J(0;y)$
On obtient $y=\frac{1}{2}$(0)+2=2
D'où J $(0;2)$

Exercice 4

Equation de la droite (D) passant par A (2 ;-1) et de vecteur directeur $\vec{\imath}$.

Soit M $(x;y)\ \epsilon(D)$ tel que $\overrightarrow{AM}$colinéaire à$\vec{\imath}$. $\overrightarrow{AM}\binom{x-2}{y+1}$; et$\vec{\imath}\binom{1}{0}$

$\overrightarrow{AM}$Colinéaire à $\vec{\imath}$signifie que 0$(x-2)$-1$(y+1)$=0 $\leftrightarrow y=-1$

(D):y=-1

Equation de la droite (Δ) passant par B et de vecteur directeur $\vec{\jmath}$

Soit $\mathbb{N}(x;y)\epsilon(\Delta) telque\overrightarrow{BN}$ colinéaire à $\vec{\jmath}$. $\overrightarrow{BN}\binom{x+3}{y-4}et\vec{\jmath}\binom{0}{1}$

$\overrightarrow{BN}$colinéaire à $\vec{\jmath}$ signifie que 1(x+3)-0(y-4)=0 ↔ x= -3

(Δ) :x=-3

Chapitre 14 : Relations trigonométriques dans un triangle rectangle

I)Définitions

1)Cosinus d'un angle aigu

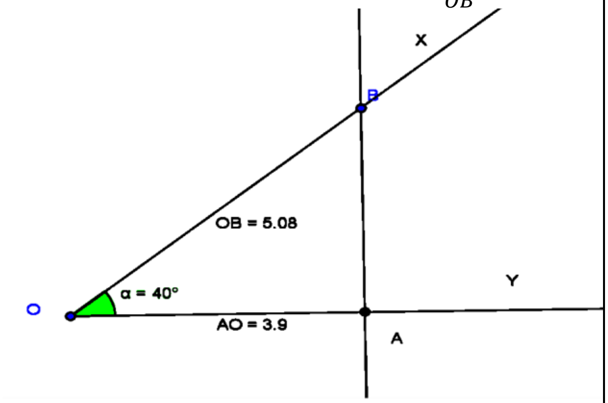
a)Activité

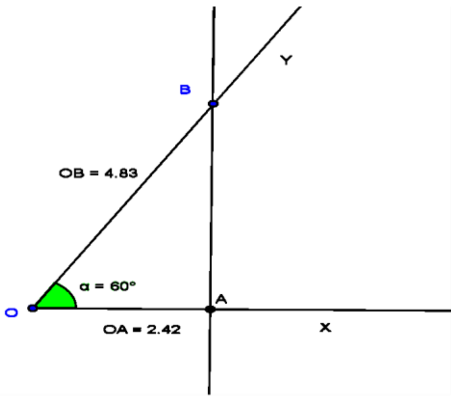
1)Soit deux demi-droites [ox) et [Oy) ; placer un point B sur [Ox) et construire son projeté orthogonal A sur [Oy)

a) $\widehat{XOY}$= 40°

b) $\widehat{XOY}$= 60°

2)Mesurer 0A et OB dans chaque cas et calculer le rapport de projection orthogonal de (OB) sur (OA) k=$\frac{OA}{OB}$





OB=5,08 ; OA= 3,9

OB=4,83 ; OA= 2,42

k=$\frac{OA}{OB}$= k=$\frac{3,9}{5,08}$ =0,8

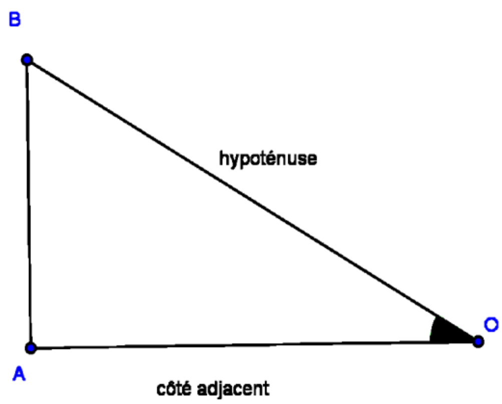
k=$\frac{OA}{OB}$= k=$\frac{2,42}{4,83}$ = 0,5

On remarque que le rapport k=$\frac{OA}{OB}$ dépend de l'angle $\widehat{AOB}$ .Ce rapport est appelé cosinus de l'angle $\widehat{AOB}$

b)Définition

ABO est un triangle rectangle en A.On appelle cosinus de l'angle $\widehat{AOB}$ le réel $\frac{OA}{OB}$

On note cos$\widehat{AOB}$=$\frac{OA}{OB}$



[OA] est appelé le côté adjacent de l'angle $\widehat{AOB}$

Alors cos$\widehat{AOB}$=$\frac{Côté\ adjacent}{Hypoténuse}$ = $\frac{OA}{OB}$

Remarque

-Si $\widehat{AOB}$=0° alors OA=OB donc cos0°=1

-Si $\widehat{AOB}$=90° alors OA=0 donc cos90°=0

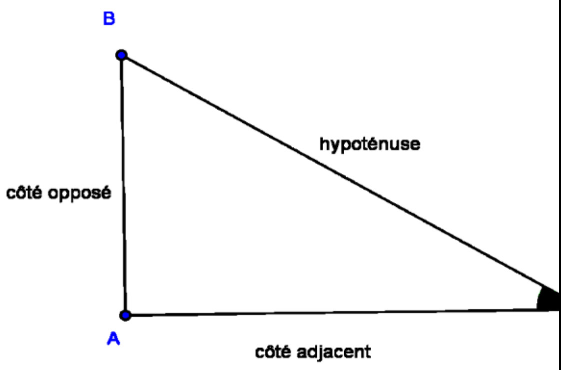
2)sinus d'un angle aigu

(Calculer le rapport de (OB) sur (AB). k'= $\frac{AB}{OB}$ dans l'activité précédente)

Définition

ABO est un triangle rectangle en A .On appelle sinus de l'angle $\widehat{AOB}$ le réel $\frac{AB}{OB}$

On note sin$\widehat{AOB}$=$\frac{AB}{OB}$



[AB] est appelé le côté opposé de l'angle $\widehat{AOB}$

Alors sin$\widehat{AOB}$= $\frac{Côté\ opposé}{Hypoténuse}$ = $\frac{AB}{OB}$

Remarque

-Si $\widehat{AOB}$=0° alors AB=0 donc sin0°=0

-Si $\widehat{AOB}$=90° alors AB=OB donc sin90°=1

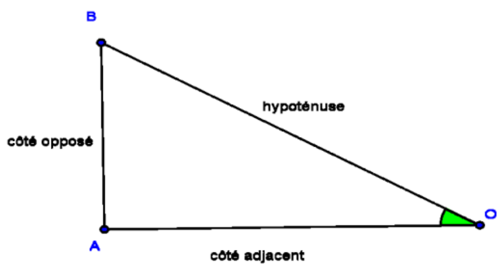
3)Tangente d'un angle aigu

(Calculer le rapport de (OA) sur (AB) parallèlement à (OB). k''= $\frac{AB}{OA}$ dans l'activité précédente)

Définition

ABO est un triangle rectangle en A.On appelle tangente de l'angle $\widehat{AOB}$ le réel $\frac{AB}{OA}$

On note tan$\widehat{AOB}$=$\frac{AB}{OA}$



Alors tan$\widehat{AOB}$= $\frac{Côté\ opposé}{côté\ adjacent}$ = $\frac{AB}{OB}$

Remarque

-Si $\widehat{AOB}$=0° alors AB=0 donc tan0°=0

-Si $\widehat{AOB}$=90° alors OA=0 donc tan90° n'existe pas

Exercice d'application

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB=4 ; AC =3 ; BC= 5

Calculer cos$\hat{B}$; sin$\hat{B}$; tan$\hat{B}$; cos$\hat{C}$; sin$\hat{C}$; tan$\hat{C}$

II)Propriété

1)Relations entre sinus, cosinus et tangente d'un angle aigu

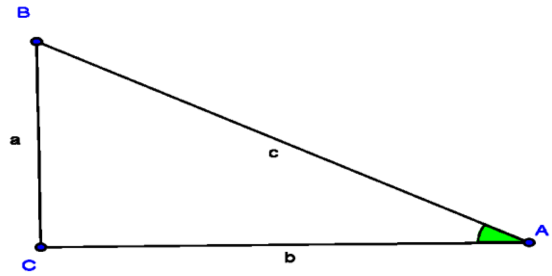
a)Activité

Soit ABC un triangle rectangle en C(figure ci-dessus)

1)Trouver cos$\hat{A}$; sin$\hat{A}$ et tan$\hat{A}$ en fonction de a ; b ; c

2)calculer $\frac{sinA}{cosA}$ que remarque t-on ?

3)calculer $\cos^2$A ; $\sin^2$A ; et $\cos^2$A + $\sin^2$A



cos$\hat{A}$ =$\frac{b}{c}$; sin$\hat{A}$ = $\frac{a}{c}$; tan$\hat{A}$ =$\frac{a}{b}$

2)Calculons $\frac{\sin\hat{A}}{\cos\hat{A}}$

$\frac{\sin\hat{A}}{\cos\hat{A}}$= $\frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}}$ = $\frac{a}{c}$ x $\frac{c}{b}$ = $\frac{a}{b}$

On remarque tan$\hat{A}$=$\frac{\sin\hat{A}}{\cos\hat{A}}$ = $\frac{a}{b}$

3)Calculons

$(\cos\hat{A})^2 = \cos^2 \hat{A} = (\frac{b}{c})^2=\frac{b^2}{c^2}$; $\sin^2 \hat{A} = (\frac{a}{c})^2=\frac{a^2}{c^2}$

$\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = \frac{b^2}{c^2} + \frac{a^2}{c^2} = \frac{b^2+a^2}{c^2}$

comme $c^2= b^2 + a^2$ (car ABC est un triangle rectangle en C)

on a : $\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = \frac{c^2}{c^2} = 1$

$$\boxed{\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = 1}$$

Conclusion

Pour tout angle aigu $\hat{A}$ on a :

$\cos^2\hat{A} + \sin^2\hat{A} = 1$; $\tan\hat{A} = \frac{\sin\hat{A}}{\cos\hat{A}}$ ($\hat{A} \neq 90°$)

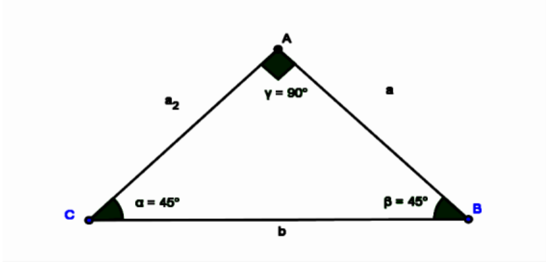
2)Valeurs remarquables

a)Angle de 45°

Soit ABC un triangle rectangle isocèle en A

1)Calculer BC

2)Calculer $\cos\hat{B}$; $\sin\hat{B}$; $\tan\hat{B}$



$\cos\hat{B} = \frac{a}{b} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ alors $\cos45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan\hat{B} = \frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$ alors $\tan45° = 1$
$\sin\hat{B} = \frac{a}{b} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ alors $\sin45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$b^2 = a^2 + a^2$
$b^2 = 2a^2$
$b = \sqrt{2a^2}$
$b = a\sqrt{2}$

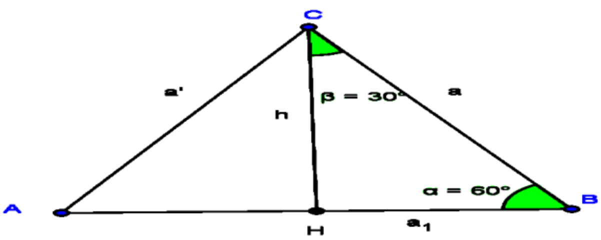
b)Valeur des angle de 30° et 60°

Soit ABC un triangle équilatéral de côté a et de hauteur h.

1)Calculer h

2)Calculer cos30° ; sin30° ; tan3O°

3)Calculer cos 60° ; sin 60° ; tan60°



$H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $HB = \frac{a}{2}$

$\cos30° = \frac{CH}{BC} = \frac{h}{a} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ alors $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin30° = \frac{BH}{BC} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}$ alors $\sin 30° = \frac{1}{2}$

$\tan30° = \frac{\frac{a}{2}}{h} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{a}{2} \times \frac{2}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ alors

$\text{Cos}60° = \frac{BH}{BC} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}$ alors $\cos 60° = \frac{1}{2}$

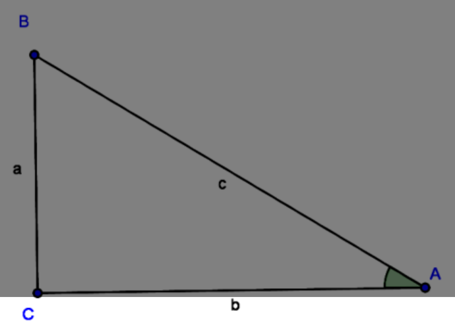
$\sin60° = \frac{CH}{BC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ alors $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin60° = \frac{CH}{BH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ alors $\tan 60° = \sqrt{3}$

Tableau Récapitulatif

$\hat{A}$	0°	30°	45°	60°	90°
sin$\hat{A}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos $\hat{A}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	O
tan$\hat{A}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	n'existe pas

Formules



cos$\hat{B}$= $\frac{Côté\ adjacent}{Hypoténuse}$ = $\frac{BC}{BA}$

sin$\hat{B}$= $\frac{Côté\ opposé}{Hypoténuse}$ = $\frac{AC}{BA}$

tan$\hat{B}$= $\frac{Côté\ opposé}{côté\ adjacent}$ = $\frac{AC}{BC}$

$\cos^2 \hat{B} + \sin^2 \hat{B} = 1$;

tan$\hat{B}$=$\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ ($\hat{B} \neq 90°$)

cos$\hat{B}$= sin$\hat{A}$; cos$\hat{A}$= sin$\hat{B}$

EXERCICES

Exercice1

ABC est un triangle rectangle en A.

1)Calculer $\cos\widehat{C}$ si BC=10,3cm et AC=8,5cm

2)Calculer $\sin\widehat{B}$ si BC=6,5cm et AC=3,5cm

3) Calculer BC et AC si AB=4cm et $\cos\widehat{C}=\frac{3}{5}$

Exercice2

ABC est un triangle rectangle en B

1)Calculer AC et BC sachant que mes$\widehat{A}$ =30° et AB=2cm

2)Calculer BC et AB sachant que mes$\widehat{A}$=60° et AC=2cm.

Exercice3

1)Soit NBA un triangle rectangle en N tel que NB=40cm ; NA=30cm et AB=50cm

Calculer $\tan\widehat{B}$

2)On donne un angle aigu $\widehat{A}$ tel que $\cos\widehat{A}=\frac{1}{3}$ et $\sin\widehat{A}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Calculer $\tan\widehat{A}$

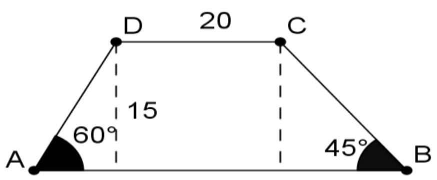
Exercice4

ABC est un triangle rectangle en A,tel que AB=30cm et mes$\widehat{B}$=27°

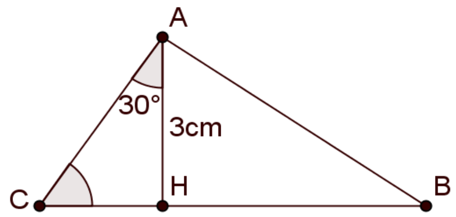
Trouver une valeur approchée de BC et CA

Exercice n°5

Calculer le périmètre du trapèze ci-dessus.



Exercice n°6

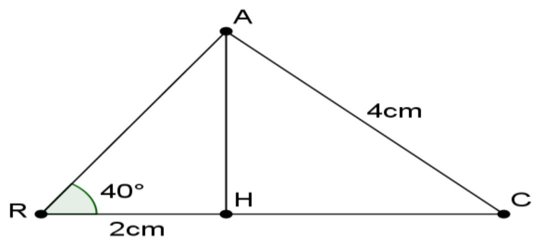


(AC) est perpendiculaire à (AB).

1) Calculer les valeurs exactes de AC ; AB ; BH ; et BC.
2) On désigne par I le milieu du segment [BC].
   Calculer AI et la mesure de l'angle $\widehat{AIB}$

Exercice n°7

[AH] est une hauteur du triangle ARC.



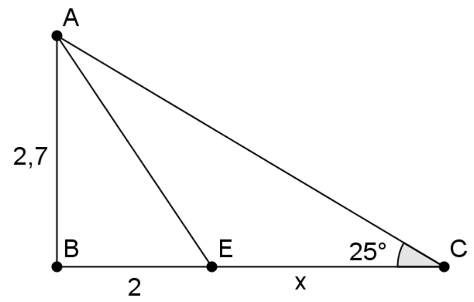
1)Calculer une valeur approchée de la longueur de [AH]

2)Calculer une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{C}$.

3)Calculer une valeur approchée de la longueur HC (utiliser la table trigonométrique).

Exercice n°8

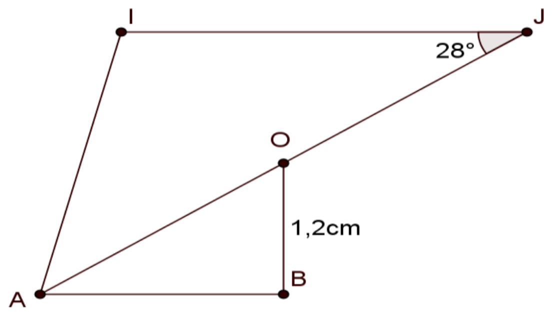
Calculer une valeur approchée de x (utiliser la table trigonométrique).



Exercice n°9

(I) est un cercle de centre O et de rayon r = 4 cm. A et B sont deux points du cercle (I) tel que $\widehat{AOB}$ = 70°
Calculer une valeur approchée de la longueur AB.
(Utiliser la table trigonométrique).

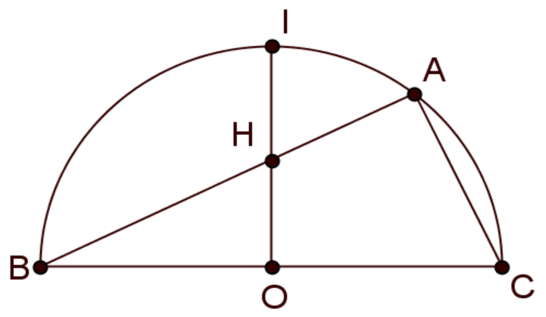
Exercice n°10



(AB) est parallèle à (IJ). Calculer une valeur approchée de OA (Utiliser la table trigonométrique).

Exercice n°11

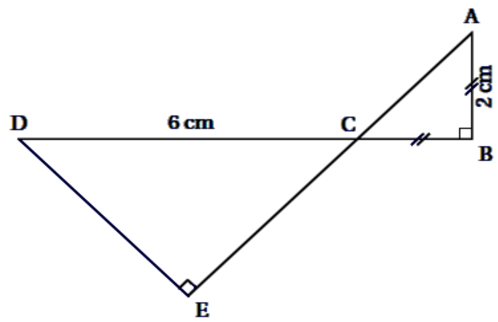
On considère un demi-cercle de centre O et de diamètre [BC]
BC = 10 cm ; AC = $2\sqrt{5}$ cm
Montrer que H est le milieu de [OI].



Exercice 12

Le dessin ci-dessous représente une figure géométrique dans laquelle on sait que :

- ABC est un triangle rectangle en B.
- CED est un triangle rectangle en E.
- Les points A, C et E sont alignés.
- Les points D, C et B sont alignés.
- AB = CB = 2 cm.
  CD = 6 cm.

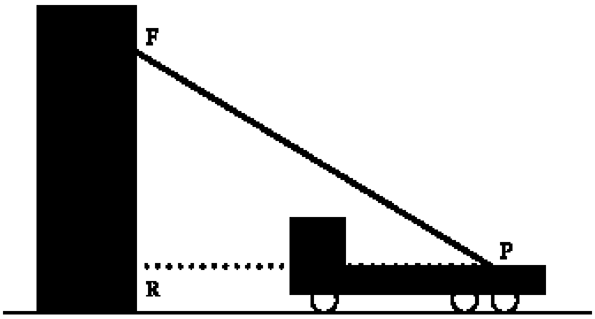


(Le dessin n'est pas en vraie grandeur)

1. Représenter sur la copie la figure en vraie grandeur.
2. a) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$?
   b) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{DCE}$.
3. Calculer une valeur approchée de DE à 0,1 cm près.
4. Où se situe le centre du cercle circonscrit au triangle DCE ? Tracer ce cercle, que l'on notera $\mathcal{C}$ puis tracer $\mathcal{C}'$ le cercle circonscrit au triangle ABC.
5. Les cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ se coupent en deux points : le point C et un autre point noté M. Les points D, A et M sont-ils alignés ?

Exercice 13

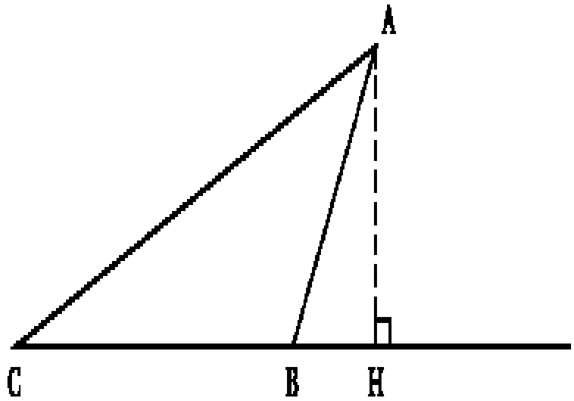
Lors d'une intervention, les pompiers doivent atteindre une fenêtre F située à 18 mètres au-dessus du sol en utilisant leur grande échelle [PF]. Ils doivent prévoir les réglages de l'échelle.
Le pied P de l'échelle est situé sur le camion à 1,5 m du sol et à 10 m de l'immeuble.



1. D'après les informations ci-dessus, déterminer la longueur RF.
2. Déterminer l'angle que fait l'échelle avec l'horizontale, c'est-à-dire, $\widehat{FPR}$ (arrondi à l'unité).
3. L'échelle a une longueur maximale de 25 mètres.
Sera-t-elle assez longue pour atteindre la fenêtre F ?
Donnée : $\sqrt{372,25} \approx 19,294$

Exercice14

Dans tout l'exercice, l'unité de longueur est le centimètre.
ABC est un triangle tel que AB = 6 cm, BC = 10 cm et ABC = 120 °.
La hauteur issue de A coupe la droite (BC) au point H.
(La figure suivante n'est pas en vraie grandeur).



1. Tracer la figure en vraie grandeur.
2. a) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABH}$.En déduire que BH = 3.
   b) Prouver que AH=$3\sqrt{3}$, puis calculer l'aire du triangle ACH (on donnera la valeur exacte).
   c) Prouver que AC = 14.
3. M est un point du segment [BC] tel que CM = 6,5.
La parallèle à (AH) passant par M coupe le segment [AC] en N.
   a) Compléter la figure.
   b) Prouver que NM =$\frac{3\sqrt{3}}{2}$.
   c) Déterminer l'aire du trapèze AHMN. Donner une valeur approchée à l'unité près de cette aire.

CORRIGE

Exerice1

1) $\cos\hat{C} = \frac{AC}{BC} = \frac{8,5}{10,5} = 0,82$
2) $\sin\hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{3,5}{6,5} = 0,53$
3) Calculons d'abord $\sin\hat{C}$
On a $\sin^2C+\cos^2C=1 \Leftrightarrow sin^2\hat{C} = 1 - cos^2\hat{C} = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$
$\Leftrightarrow sin\hat{C} = \frac{4}{5}$

$Ainsi, sin\hat{C} = \frac{AB}{BC} \Leftrightarrow BC = \frac{AB}{sin\hat{C}} = \frac{4}{\frac{4}{5}} = 5$

$\cos\hat{C} = \frac{AC}{BC} \Leftrightarrow AC = BC \times cos\hat{C} = 5 \times \frac{3}{5} = 3$

Exercice2

1)On a : cos30°=$\frac{AB}{AC}$ ⇔ $AC = \frac{AB}{cos30°} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

Sin30°=$\frac{BC}{AC}$ ⇔ $BC = AC \times sin30° = \frac{4\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

3) Sin60°=$\frac{BC}{AC}$

$$\Leftrightarrow BC = AC \times sin60° = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

Cos60°=$\frac{AB}{AC}$ ⇔ $AB = AC \times cos60° = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

<u>Exercice3</u>

1)tan$\hat{B}$=$\frac{NB}{NB} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

2)tan$\hat{A}$=$\frac{sin\hat{A}}{cos\hat{A}} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}} = 2\sqrt{2}$

<u>Exercice4</u>

BC=$\frac{AB}{COS27°} = \frac{30}{0,891} = 33,67$

BC≈ $33,67cm$

CA=AB× $tan\hat{B}$=30× $tan27° = 30 \times 0,510 = 15,3$

CA≈ $15,3cm$

<u>Exercice 1</u>

Calculons le périmètre du trapèze

Sin60 = $\frac{15}{AD}$ ⇔ AD= $\frac{15}{\sin 60} = \frac{15}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ = 10 $\sqrt{3}$

cos60= $\frac{AH}{AD}$ ⇔ AH= 10 $\sqrt{3}$ x $\frac{1}{2}$ = 5 $\sqrt{3}$

sin45 = $\frac{15}{BC}$ ⇔ BC= $\frac{15}{\sin 45} = \frac{15}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ = 15 $\sqrt{2}$

tan45= $\frac{KC}{Bk}$ ⇔ BK= $\frac{15}{\tan 45}$ =15

Le périmètre (P) est : P= AD+DC+BC+BK+KH+AH

P=20+10 $\sqrt{3}$ +15 $\sqrt{2}$ +15 +20 +5 $\sqrt{3}$

P=55 +15 $\sqrt{2}$ +15 $\sqrt{3}$

<u>Exercice 2</u>

1)Calculons AC; AB ; BH ; et BC

On a cos30= $\frac{AH}{AC}$ ⇔ AC=$\frac{AH}{\cos 30} = \frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ = 2 $\sqrt{3}$

cos60=$\frac{AH}{AB}$ ⇔ AB= $\frac{AH}{\cos 60} = \frac{3}{\frac{1}{2}}$ = 6

sin60= $\frac{BH}{AB}$ ⇔ BH= AB x sin60= 6 x $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = 3$\sqrt{3}$

cos60=$\frac{AC}{BC}$ ⇔ BC= $\frac{Ac}{\cos 60} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{1}{2}}$ = 4 $\sqrt{3}$

2)Calculons AI

I est le milieu de l'hypoténuse $[BC]$

donc AI= $\frac{BC}{2} = 2\sqrt{3}$

Calculons $\widehat{AIB}$

On a: sin $\widehat{AIH}$ =$\frac{AH}{AI} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ⇔ $\widehat{AIH}$=60°

Or $\widehat{AIB}$ + $\widehat{AIH}$ =180° ⇔ $\widehat{AIB}$= 180° - $\widehat{AIH}$= 180° - 60° d'où $\widehat{AIB}$ =120°

<u>Exercice 11</u>

Montrons que H est milieu de $[OI]$

Calculons d'abord AB

ABC est un triangle inscrit dans un demi cercle de diamètre $[BC\ ]$ donc ABC est un triangle rectangle en A ; ainsi d'après le théorème de Pythagore,

BC²= AB²+ AC² ⇔ AB²= BC² – AC²

AB = 4$\sqrt{5}$

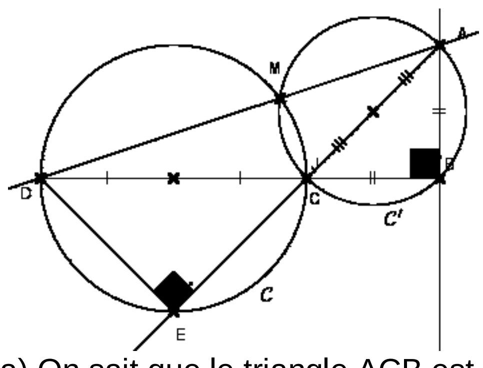
On a: tan$\hat{B}$ = $\frac{OH}{OB} = \frac{AC}{AB}$ ⇔ OH= $\frac{OB\ X\ AC}{AB} = \frac{\frac{1}{2}BC\ X\ AC}{AB}$

OH= $\frac{5\ X\ 2\sqrt{5}}{4\sqrt{5}} = \frac{5}{2}\ et\ OH\ =\ \frac{1}{2}BC = 5$

OH = $\frac{1}{2}OI$ et H ∈ $[OI\ ]$ donc H milieu de $[OI]$

<u>Exercice 12</u>

1.



2. a) On sait que le triangle ACB est un triangle rectangle et isocèle en B, donc $\widehat{CBA} = 90°$ et $\widehat{ACB} = \widehat{BAC}$

La somme des angles du triangle ABC est égale à 180°,

donc $\widehat{ACB} = \widehat{BAC} = \frac{180-\widehat{CBA}}{2}$ =45°.L'angle $\widehat{ACB}$ mesure 45°.
b) Les angles $\widehat{ACB}$et $\widehat{DCE}$ sont opposés par le sommet.
Or, si deux angles sont opposés par le sommet, alors ils sont de même mesure.
Donc $\widehat{DCE} = \widehat{ACB} = 45°$
3. Dans le triangle DEC rectangle en E, on a :
$\sin\widehat{DCE} = \frac{DE}{DC},$
sin45°=$\frac{DE}{6}$
Donc : DE =6sin45°
D'où : $DE \approx 4,2$ cm (valeur approchée à 0,1 cm près).
4. DCE est un triangle rectangle en E.
Or, si un triangle est rectangle, alors le centre de son cercle circonscrit est le milieu de son hypoténuse.
Donc le centre du cercle circonscrit au triangle DCE est le milieu de l'hypoténuse [DC].
5. ►Le point M appartient au cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [DC].
Or, si un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle.
Donc le triangle DMC est rectangle en M, donc $\widehat{DMC} = 90°$.
►De même, le point M appartient au cercle $\mathcal{C}'$ de diamètre [AC].
Donc le triangle AMC est rectangle en M, donc $\widehat{AMC} = 90°$
► $\widehat{DMC}$et $\widehat{AMC}$ sont deux angles adjacents, donc $\widehat{DMA} = \widehat{DMC} + \widehat{CMA} = 90° + 90° = 180°$
L'angle $\widehat{DMA}$ est donc un angle plat, les points D, M et A sont alignés.

Exercice 13

1. F est à 18m du sol, R est à la même hauteur que P soit 1,5m. donc RF = 18-1,5 = 16,5m.
   2. FRP est rectangle en R donc

$$\tan(\widehat{FPR}) = \frac{FR}{RP} = \frac{16,5}{10} = 1,65$$

O n trouve en utilisant la table trigonométrique que $\widehat{FPR} \approx 59°$
3. Calculons la longueur nécessaire pour atteindre la fenêtre.
FRP est rectangle donc d'après le théorème de Pythagore :

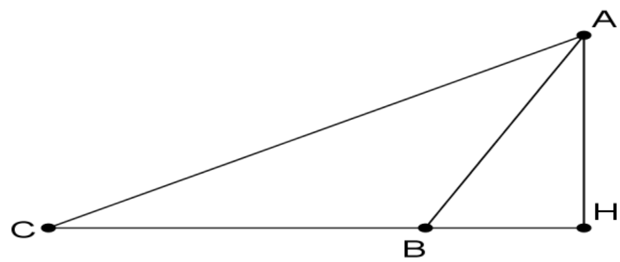
$$\begin{aligned} FP^2 &= FR^2 + RP^2 \\ &= 16,5^2 + 10^2 \\ &= 372,25 \end{aligned}$$

$$FP \approx 19,294 \text{ m}$$

19,294<25 donc l'échelle est suffisamment longue.

Exercice 14

1)



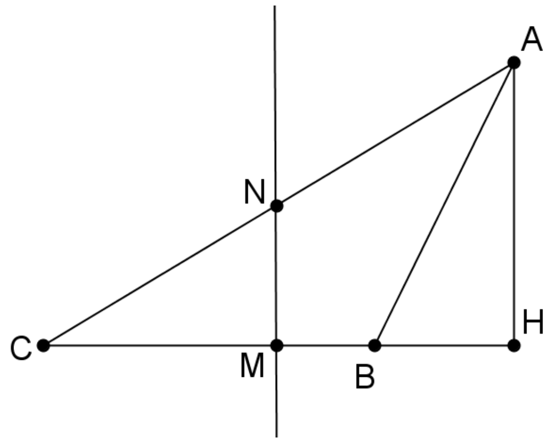
2.a) $\widehat{ABH}$et $\widehat{ABC}$=180° sont supplémentaires donc $\widehat{ABH}$ =180°-120° = 60°.
Dans le triangle ABH, rectangle en H,
cos($\widehat{ABH} = \frac{BH}{AB}$ d'où BH = ABcos($\widehat{ABH}) = 6cos60° = 6 \times \frac{1}{2} = 3$.
b) ABH est rectangle en H donc
sin($\widehat{ABH}) = \frac{AH}{AB}$
d'où AH =ABsin($\widehat{ABH}$)=6sin60° =6× $\frac{\sqrt{3}}{2}$ =$3\sqrt{3}$

$$\mathcal{A}_{ACH} = \frac{CH \times AH}{2} = \frac{13 \times 3\sqrt{3}}{2} = \frac{39\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$$

.
c) ACH est rectangle en H donc d'après le théorème de Pythagore, on a :
$AC^2=AH^2+CH^2 \Leftrightarrow AC = \sqrt{AH^2 + CH^2}$
$= \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 13^2}$ =14

D'où CH=14.

3. a)



b) Les droites (AN) et (MH) sont sécantes en C, les droites (NM) et (AH) sont parallèles. Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{CM}{CH} = \frac{NM}{AH}$$

$$NM = \frac{CM \times AH}{CH} = \frac{6,5 \times 3\sqrt{3}}{13} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

c) Calculons l'aire du triangle CMN.

.

L'aire du trapèze AHMN est égale à l'aire du triangle ACH moins l'aire du triangle CMN soit :

$$\mathcal{A}_{AHMN} = \frac{39\sqrt{3}}{2} - \frac{39\sqrt{3}}{8} = \frac{117\sqrt{3}}{8} \approx 25 \text{ cm}^2.$$

Chapitre15 : Systèmes d'équations - Système d'inéquations

I)Equations et système d'équations dans ℝ x ℝ

1) Equations dans ℝ x ℝ

a)Exemple

Soit à résoudre dans ℝ x ℝ l'équation 3x+2y=5

Toute solution de l'équation 3x+2y=5 est un couple de réels (x ;y). On dit que le couple (x ;y) est l'inconnue de l'équation 3x+2y=5

Résoudre l'équation 3x+2y=5 c'est donc trouver tous les couples de réels (x ;y) pour que l'égalité 3x+2y=5 se verifie

b)Exemple de résolution

Trouvons des couples de nombres réels qui vérifient l'équation 3x+2y=5

	x	Y
A	1	1
B	-1	4
C	3	-1

Y=$\frac{5-3x}{2}$

(x ; $\frac{5-3x}{2}$)est une solution générale de 3x+2y=5

L'équation 3x+2y=5 admet une infinité de solutions

c)Résolution graphique

Soit à résoudre graphiquement l'équation 3x+2y=5

Résoudre graphiquement l'équation 3x+2y=5 c'est trouver dans le plan muni d'un repère les points dont les

coordonnées (x ;y) vérifient l'équation 3x+2y=5.
L'ensemble de ces points représente une droite d'équation 3x+2y=5

2)Système d'équations dans $\mathbb{R}$ x $\mathbb{R}$

a)Exemple

Soit à résoudre dans $\mathbb{R}$ x $\mathbb{R}$ le système

(F) : $\begin{cases} 3x+2y=5 \\ 7x+5y=15 \end{cases}$

Résoudre ce système c'est trouver l'ensemble des couple de réels (x ;y) qui sont à la fois solution de $3x+2y=5$ et de $7x+5y=15$

b)Méthodes de résolution

- Résolution par Identification

On choisit une des inconnues que l'on exprime en fonction de l'autre dans chacune des deux équations.
Résolvons par identification (F)

$$\begin{cases} 3x+2y=5 & (1) \\ 7x+5y=15 & (2) \end{cases}$$

(F) $\begin{cases} \boldsymbol{3x+2y=5} & \boldsymbol{(1)} \\ \boldsymbol{7x+5y=15} & \boldsymbol{(2)} \end{cases}$

Tirons y dans (1) et dans (2) $\begin{cases} \boldsymbol{2y=5-3x} & \boldsymbol{(1)} \\ \boldsymbol{5y=15-7x} & \boldsymbol{(2)} \end{cases}$ $\begin{cases} \boldsymbol{y=\frac{5-3x}{2}} & \boldsymbol{(1)} \\ \boldsymbol{y=\frac{15-7x}{5}} & \boldsymbol{(2)} \end{cases}$

Y=Y $\Leftrightarrow$ $\frac{5-3x}{2}=\frac{15-7x}{5}$ ***;***

5(5-3x)= 2(15-7x) ;

25 – 15x= 30 – 14x ;

-15x + 14x = 30 – 25 ;

-x = 5 ;

x=-5

Remplaçons x par sa valeur dans l'équation (1)

3x+2y=5 ;

3x(-5)+2y=5 ;

-15+2y=5 ;

2y=5 +15

; 2y=20 ;

y=10

$S_{RXR}=\{(-5;10)\}$

(F) $\begin{cases} \boldsymbol{3x+2y=5} & \boldsymbol{(1)} \\ \boldsymbol{7x+5y=15} & \boldsymbol{(2)} \end{cases}$

Exprimons y en fonction de x dans (1)

$\begin{cases} \boldsymbol{2y=5-3x} & \boldsymbol{(1)} \\ \boldsymbol{7x+5y=15} & \boldsymbol{(2)} \end{cases}$ $\begin{cases} \boldsymbol{y=\frac{5-3x}{2}} & \boldsymbol{(1)} \\ \boldsymbol{7x+5y=15} & \boldsymbol{(2)} \end{cases}$

Remplaçons y par $\frac{5-3x}{2}$ ***dans (2)***

5($\frac{5-3x}{2}$ ***) + 7x= 15;***

$\frac{25-15x+14x}{}$ ***=15***

- Résolution par combinaison linéaire

On élimine une des inconnues en multipliant les membres de chaque équation par un nombre judicieusement choisi.

Exemple : Résolvons par combinaison linéaire (F) $\begin{cases} 3x + 2y = 5 & (1) \\ 7x + 5y = 15 & (2) \end{cases}$

(F) $\begin{cases} 3x + 2y = 5 & (1) \\ 7x + 5y = 15 & (2) \end{cases}$

Multiplions les membres de l'équation(1) par « -5 » et ceux de (2) par « 2 »

$\begin{cases} 3x + 2y = 5 & (1) \quad \text{x « } -5 \text{ »} \\ 7x + 5y = 15 & (2) \quad \text{x « 2 »} \end{cases}$

$\begin{cases} -15x - 10y = -25 & (1) \\ 14x + 10y = 30 & (2) \end{cases}$

-x + 0 = 5

X = -5

Remplaçons x par sa valeur dans l'équation (1)

3x+2y=5 ;

3x(-5)+2y=5 ;

-15+2y=5 ;

2y=5 +15

; 2y=20 ;

- Méthode graphique

On représente dans un repère orthonormé les droites (D_1) et (D_2) d'équation respective

$2x - y = 5$ et $x + 3y = 6$

Les coordonnées du point d'intersection des droites (D_1) et (D_2) est solution du

(E)$\begin{cases} 2x - y = 5 & (1) \\ x + 3y = 6 & (2) \end{cases}$

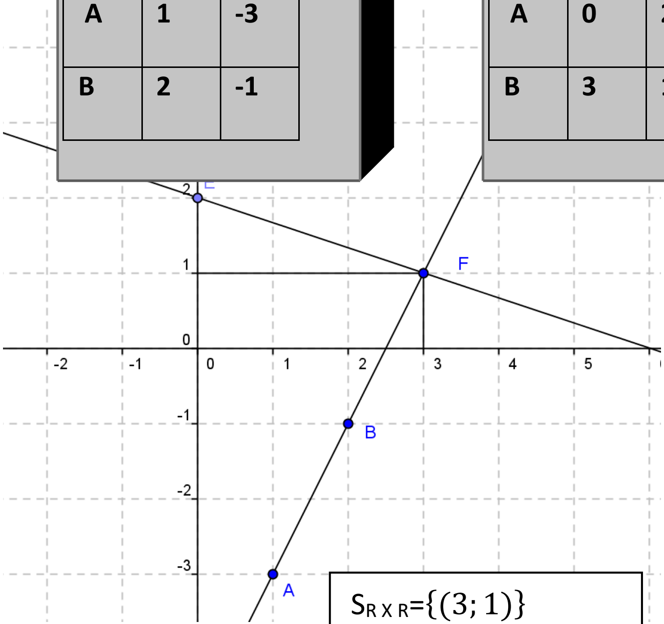
Exemple résolvons graphiquement (E)$\begin{cases} 2x - y = 5 & (1) \\ x + 3y = 6 & (2) \end{cases}$

(D_1) : $2x - y = 5$

	x	y
A	1	-3
B	2	-1

(D_2) : $x + 3y = 6$

	x	y
A	0	2
B	3	1



$S_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}} = \{(3; 1)\}$

II)Inéquations et systèmes d'inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

1)Inéquation dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

a)Exemple

Soit à résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ l'inéquation 2x-y +3 > 0

Résoudre cette inéquation 2x-y +3 > 0 c'est trouver tous les couples de réels (x ;y) tels que l'inéquation 2x-y +3 > 0 se vérifie . L'inéquation 2x-y +3 > 0 admet une infinité de solutions

Par exemple

	X	y
A	0	0
B	1	1
C	3	-1
D	5	2
E	7	0

b)Résolution graphique

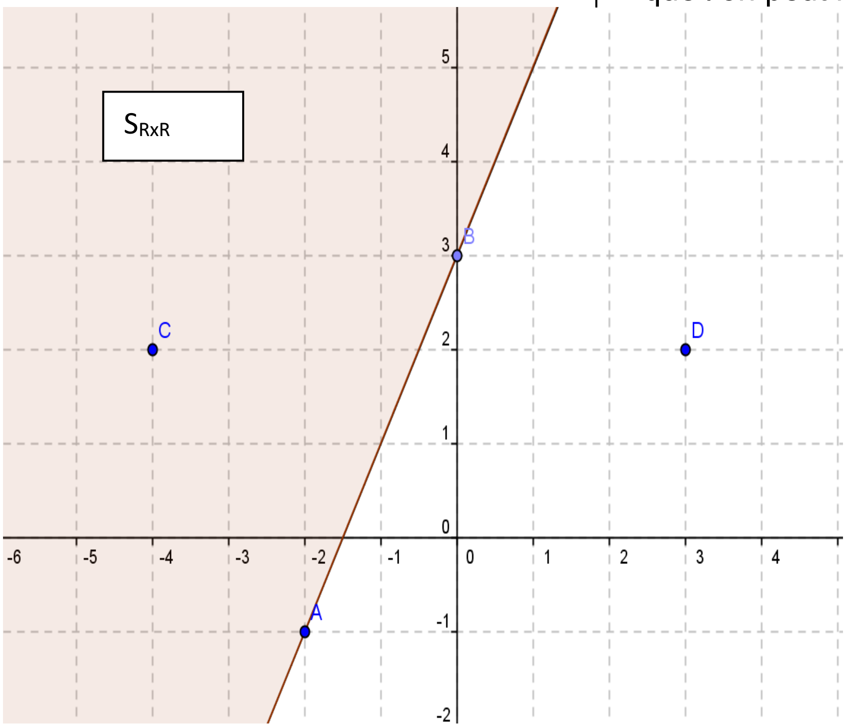
Soit à résoudre graphiquement inéquation

2x-y +3 < 0

Résoudre graphiquement l'inéquation 2x-y +3 < 0 c'est trouver dans le plan muni d'un repère les points dont les coordonnées (x ;y) vérifient

2x-y +3 < 0

Ainsi on représente la droite (D) d'équation 2x-y +3= 0 et l'ensemble solution est un demi plan délimité par la droite (D) que l'on peut hachurer



(D) : $2x - y + 3 = 0$

	x	y
A	-2	-1
B	0	3

C(-4 ;2) $2(-4) - 2 + 3 = 0$
-8 -2 + 3= -7<0 donc C ∈ S R x R
$2x - y + 3 < 0$

D(3 ;2) $2(3) - 2 + 3 = 0$
6 -2 + 3= 7> 0 alors D∉ S RxR
$2x - y + 3 < 0$

2)Systèmes d'inéquations dans ℝ xℝ

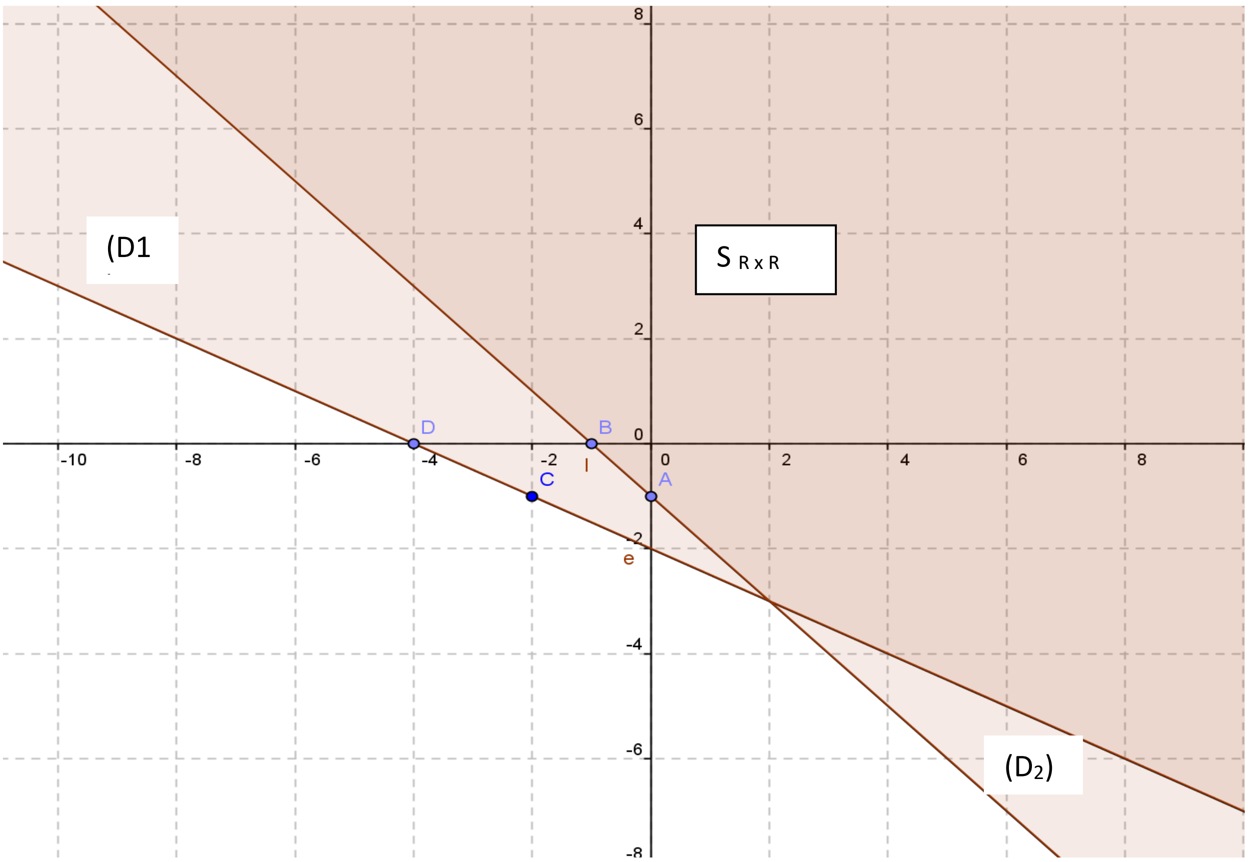
Soit à résoudre graphiquement le système (E) $\begin{cases} x + y > -1 & (1) \\ x - 2y > -4 & (2) \end{cases}$

(D₁) : $x + y = -1$

	x	Y
A	0	-1
B	-1	0

(D₂) : $x - 2y = -4$

	x	y
A	-2	-1
B	-4	0



III)Résolution de Problèmes

1)Problème conduisant à un système d'équations dans ℝxℝ

Pour faire la fête de la réussite de leurs enfants aux examens scolaires, la famille SAVADOGO a tué des pintades et des lapins. Sachant que 20 animaux ont été tué et le nombre de pattes de ces animaux est de 54 , trouver le nombre de pintades et celui des lapins.

Pour résoudre ce problème on suit la démarche suivante :

(1)Choix des inconnues

Soit x le nombre de pintades et y le nombre de lapins

(2)Mise en équations

$$\begin{cases} x + y = 20 & (1) \\ 2x + 4y = 54 & (2) \end{cases}$$

(3)Résolution du système

$$\begin{cases} \boldsymbol{x + y = 20} & \boldsymbol{(1)} \\ \boldsymbol{2x + 4y = 54} & \boldsymbol{(2)} \end{cases}$$

On trouve après résolution que
x=13 et y=7

4)Vérification

$$\begin{cases} x + y = 20 & (1) \\ 2x + 4y = 54 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13 + 7 = 20 & (1) \\ 2\text{x}13 + 4\text{x}7 = 54 & (2) \end{cases} \text{vrai}$$

5)Conclusion

Le nombre de pintades est de 13 et celui de lapins est de 7

Exercice d'application

Dans une ferme il y a des poules et des chèvres. Sachant qu'il y a au total 23 têtes et 76 pattes. Combien y a-t-il de poules et de chèvres ?

2) Problème conduisant à un système d'inéquation dans ℝxℝ

Une usine fabrique deux produits A et B .La fabrication d'une tonne du produit A nécessite 1h de travail et la fabrication d'une tonne du produit B nécessite 2h de travail. L'usine travaille au maximum 16heures par jour. La fabrication d'une tonne de A entraine une dépense de 3000francs et la fabrication d'une tonne de B entraine une dépense de 1000francs. Le budget de l'entreprise en permet de consacrer plus de 24000francs par jour à cette fabrication. Un client commande à cette usine x tonnes du produit A et y tonnes de produit B.(x et y non nuls).

a)Déterminer graphiquement l'ensemble des couples naturels(x ; y) qui correspondent aux commandes que l'usine peut fabriquer en une journée.

b)Déterminer l'ensemble de couples de naturels(x ; y) pour lesquels la masse totale des produits fabriqués est maximale.

Résolution du problème

(1) Choix des inconnues

Soit x le nombre de tonnes de produit A et y celui du produit B tel que x> 0 et y >0

(2)Mise en inéquations

$$\begin{cases} x + 2y \leq 16 & (1) \\ 3000x + 1000y \leq 24000 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y \leq 16 & (1) \\ 3x + y \leq 24 & (2) \end{cases}$$

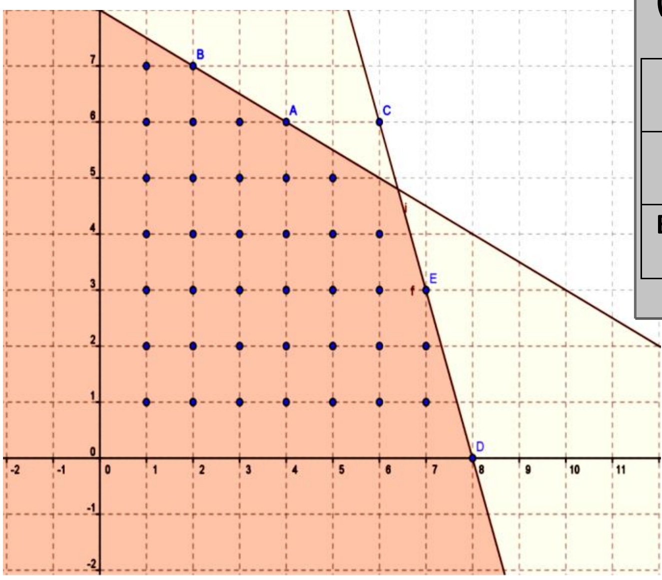
(3) Résolution graphique

(D₁) : $x + y = -1$

	x	Y
A	4	6
B	2	7

(D₂) : $x - 2y = -4$

	x	y
E	6	6
F	8	0



(4) conclusion

a)L'ensemble des couples naturels(x ; y) qui correspondent aux commandes que l'usine peut fabriquer en une journée sont (1 ;1) ; (1 ;2)…………..les 39 Pointes

a)L'ensemble de couples de naturels(x ; y) pour lesquels la masse totale des produits fabriqués est maximale sont : A(4 ; 6) ; B(2 ; 7) ; D(8 ;0) et E(7 ; 3)

EXERCICES

Exercice 1

Résoudre graphiquement le système suivant : $\begin{cases} -2x + 3y + 2 > 0 \\ 5x + 6y - 3 < 0 \end{cases}$

Exercice n°2

Résoudre graphiquement les systèmes d'équations suivantes :

1) $\begin{cases} x - y + 4 = 0 \\ 2x + y - 1 = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ -2x + y + 1 = 0 \end{cases}$

Exercice n°3

La masse de 10 écrous et de 7 boulons est 155g.
La masse de 8 écrous et de 20 boulons est 340g.
Quelles est la masse d'un boulon ? et celle d'un écrou ?

Exercice n°4

Le 18 octobre 1991, 550 personnes ont visité un musée. Le prix d'entrée est de 16F pour les adultes. Les enfants paient demi-tarif
La recette de la journée était de 6 960F.
Combien d'adultes et d'enfants ont visité le musée ce jour-là.

Exercice n°5

Le périmètre d'un rectangle est égal à 140 cm. On double la largeur initiale et on retranche 7 cm à la longueur initiale. Le périmètre est alors égal à 176 cm.
Quelle sont les dimensions initiales de ce rectangle ?

Exercice n°6

Deux nombres C et D vérifient les équations suivantes : $C + D = 37$ et $C^2 - D^2 = 185$.
Déterminer les nombres C et D.

Exercice n°7

Avant d'entreprendre un voyage, Chahed possède 1 200F de plus que son ami Pierre. Au cours de leur voyage ils dépensent chacun 3 600F. Chahed possède après cela deux fois plus d'argent que Pierre.
De quelle somme d'argent disposaient-ils avant d'entreprendre le voyage ?

Exercice n°8

Madame SAVADOGO a acheté 4 sachets de café et 3 kg de pomme de terre. Elle a alors dépensé 1 950F.
Si elle avait acheté 2 sachets de café et 5 kg de pomme de terre, elle aurait dépensé 1 850F.
Quels sont les prix d'un sachet de café et d'un kg de pomme de terre ?

Exercice n°9

Le périmètre d'un rectangle vaut 220m. Sa largeur mesure 100m de moins que la longueur.
Quelles sont les dimensions de ce rectangle.

Exercice n°10

La différence de deux entiers naturels est 24. Si l'on ajoute 8 à chacun d'eux, on obtient deux nouveaux entiers dont le plus grand est le triple du plus petit. Quels sont ces deux entiers naturels.

Exercice n°11

Il y a 3 ans l'âge de Moulay était le triple de l'âge de Dramane. Dans 9 ans ; l'âge de Dramane sera la moitié de l'âge de Moulay.
Quels sont les âges de Moulay et de Dramane

Exercice n°12

On dispose de 159 cailloux. Combien peut-on faire de tas de 17 cailloux et de 13 cailloux en utilisant tous les 159 cailloux ?

Exercice n°13

Charifa a quelques boîtes de bonbons. Marie a d'autres boîtes de bonbons. Chaque boîte de Charifa contient 8 bonbons et chaque boîte de Marie contient 11 bonbons.
Le nombre de boîte de Charifa dépassent de 17, le nombre de boîtes de Marie. Le nombre total de bonbons de Charifa dépassent de 73, le nombre de bonbons de Marie.
Trouver le nombre total de bonbons de Marie.

Exercice n°14

La somme de deux nombre est 304. Si on divise l'un par l'autre, le quotient est 6 et le reste est 17.
Quels sont ces deux nombres ?

Exercice n°15

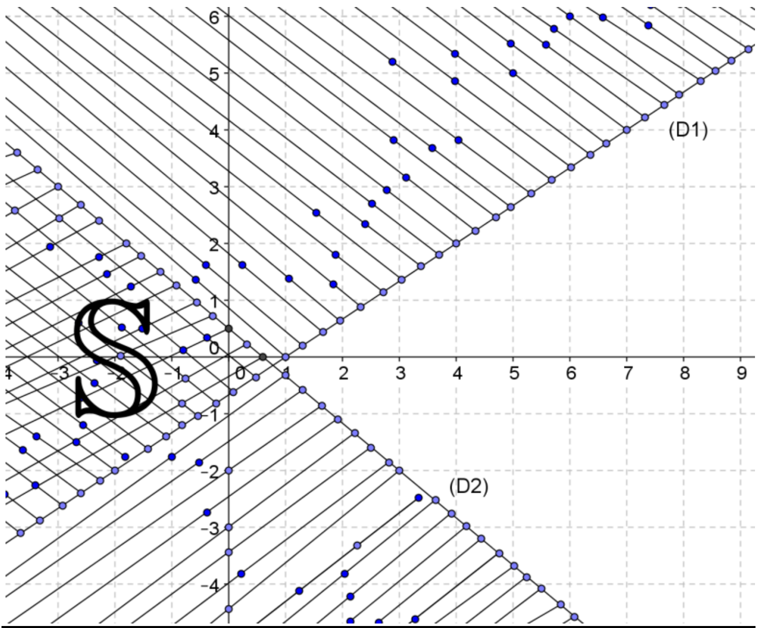
Une jeune fille ne voulait pas épouser un homme qu'elle jugeait trop âgé pour elle, car il avait trois fois son âge. Son père lui demanda alors : « Mais si, au

lieu du triple, il avait le double seulement ? ».
« Alors j'accepterai » répondit l'imprudente qui dût épouser l'homme lorsque celui-ci eut ses 64 ans !
Quelle était l'âge de cette pauvre fille et de l'homme lors de la demande en mariage ?

CORRIGE

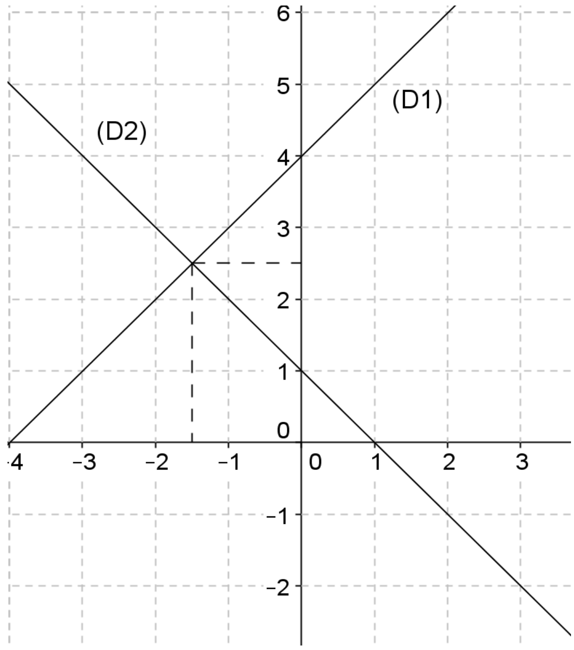
Exercice1

On trace les droites (D1) :-2x+3y+2=0 et (D2) :5x+6y-3=0
et on hachure soit la partie solution du plan soit la partie non solution du plan.
Ici la partie solution du plan est hachurée



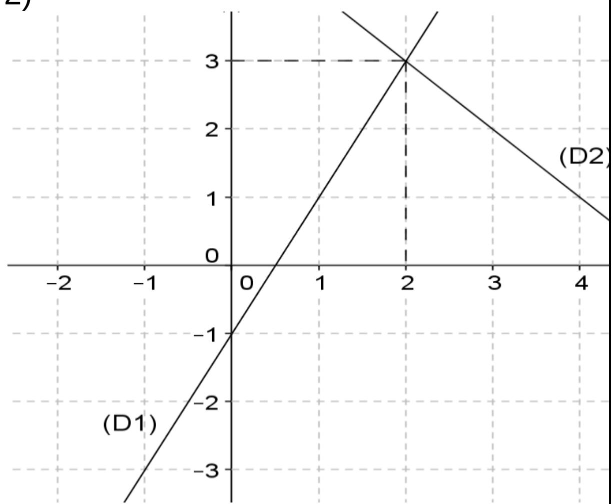
Exercice2

1)On trace les droites (D1):x-y+4=0 et (D2) :2x+y-1=0
Le couple solution du système est les coordonnées de (D1)⋂(D2)



$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(-1,5; 2,5)\}$

2)



$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(2; 3)\}$

Exercice 3

Soit x la masse d'un 'écrou et y celle d'un boulon on obtient le système suivant :

$\begin{cases} 10x + 7y = 155 \\ 8x + 20y = 340 \end{cases}$

On trouve x = 5 et y = 15

La masse d'un écrou est donc 5g et celle d'un boulon est 15g.

Exercice 5

Désignons par L la longueur initiale du rectangle et par l sa largeur initiale.

On a: $\begin{cases} 2(L + l) = 140 \\ 2[2l + (L - 7)] = 176 \end{cases}$

On trouve $l = 25\ et\ L = 45$

La longueur initiale du rectangle est donc de 45 cm et sa largeur initiale de 25 cm.

Exercice 6

Déterminons C et D

On a: $\begin{cases} C + D = 37 \\ C^2 - D^2 = 185 \end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} C + D = 37 \\ (C - D)(C + D) = 185 \end{cases}$

$\leftrightarrow \begin{cases} C + D = 37 \\ 37(C - D) = 185 \end{cases} \leftrightarrow$

$\begin{cases} C + D = 37 \\ C - D = 5 \end{cases}$

On trouve C = 21 et D = 16

Exercice 10

Soit x le plus petit des deux entiers et y le plus grand

On a : $\begin{cases} y - x = 24 \\ 3(x + 8) = y + 8 \end{cases} \leftrightarrow$

$\begin{cases} y - x = 24 \\ 3x - y = -16 \end{cases}$

On trouve x = 4 et y = 28

Ces deux entiers naturels sont donc 4 et 28.

Exercice 14

Soit x le plus grand de ces deux nombres et y le plus petit :

On a $\begin{cases} x + y = 304 \\ x = 6y + 17 \end{cases}$

On trouve x = 263 et y = 41

Ces nombres sont donc 41 et 263.

Exercice 15

Soit x l'âge de la fille lors de la demande en mariage ; celui de l'homme est en ce moment de $3x$.

Dans y années l'homme aura $3x + y =$ 64 ans et la fille aura $x + y =$ $\frac{1}{2}$(3x+y) = $\frac{1}{2}$(64)=32ans

On obtient : $\begin{cases} 3x + y = 64 \\ x + y = 32 \end{cases}$

On trouve x=16 et y=16

Or l'homme a 3x ans lors de la demande en mariage donc 3x=3x16= 48

Ainsi lors de la demande en mariage, la fille à 16ans et l'homme a 48ans.

Chapitre16 : Positions relatives d'une droite et d'un cercle

I)Position relative d'une droite et d'un cercle

1)Activité :

Soit (D) une droite et O un point du plan. Soit (C) un cercle de centre O de rayon r=3cm. H est le projeté orthogonale de O sur (D). On note d=OH. Faire la figure dans les cas suivants :

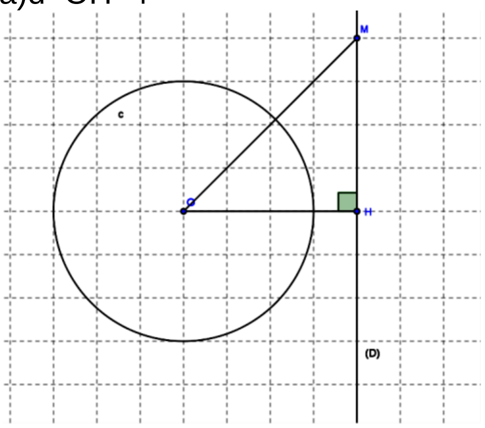
a)d=4

b)d=3

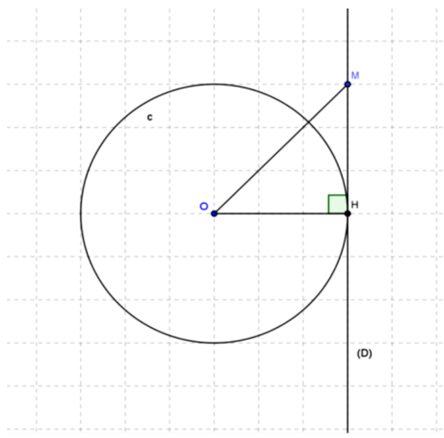
c)d=2

Réponse

a)d=OH=4



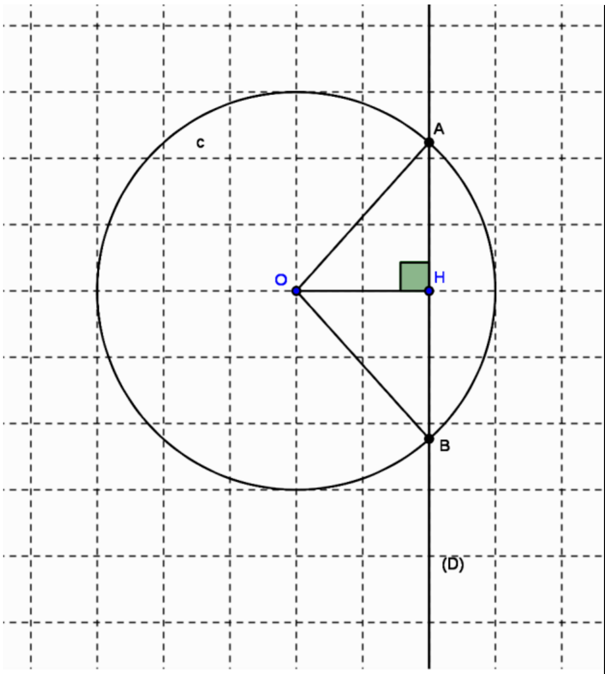
(D) et (c) n'ont aucun point commun ; on note : (D) ∩(C) =∅.On dit que (D) est à l'extérieur de (C)



H est le seul point commun à (c) et à (D).On note: (D) ∩(C) ={H}

On dit que (D) est TANGENTE en H au cercle (C) ; on dit aussi que H est le point de Tangence.

c)d=2<R



A et B sont les points communs à (C) et à (D).On note: (D) ∩(C) ={A ;B} ; on dit que (D) est sécante à (C)

2)Propriété

-Une droite est extérieure à un cercle si sa distance au centre est strictement supérieure au rayon du cercle.

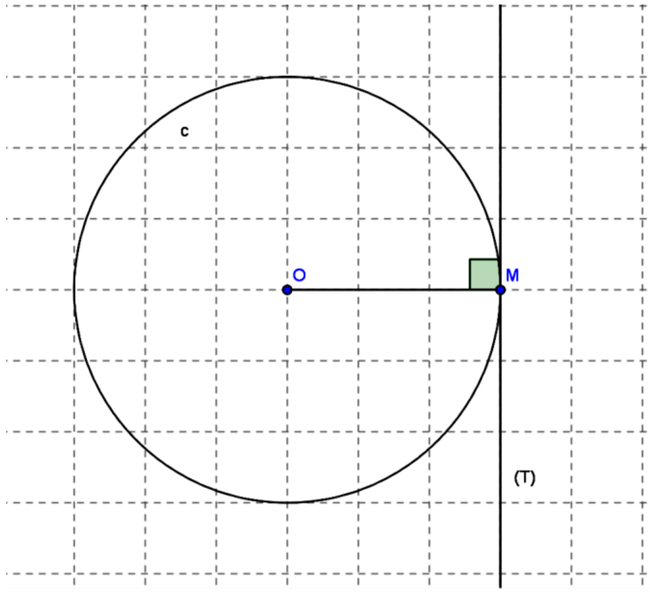
-Une droite est dite tangente à un cercle si sa distance au centre du cercle est égale au rayon de ce cercle.

-Une droite est dite sécante à un cercle si la distance au centre du cercle est inférieure au rayon de ce cercle.

II)Tangente en un point ;construction

1) Unicité de la tangente

Soit (C) un centre de centre O. Le cercle(C) admet en tout point M une tangente et une seule ;c'est la perpendiculaire en M à la droite (OM).



2)Méthode de construction

Soit (C) un cercle de centre O et de rayon r .soit A un point quelconque du plan.

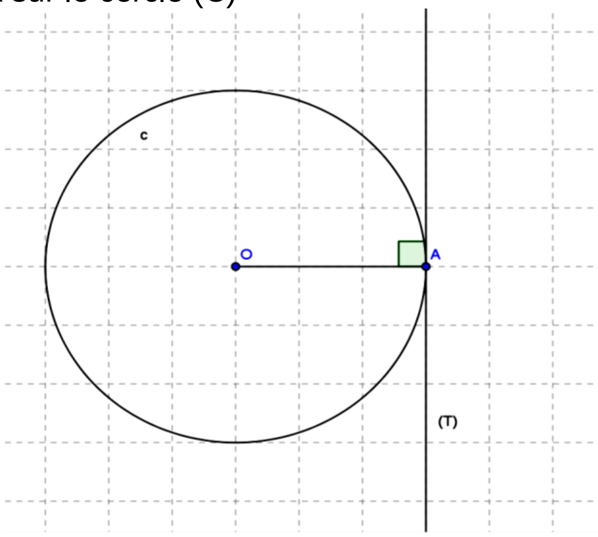
Construire une tangente (T) au cercle passant par A dans les cas suivants :

a)A est un point du cercle (C)

b)A est un point à l'extérieur du cercle (C)

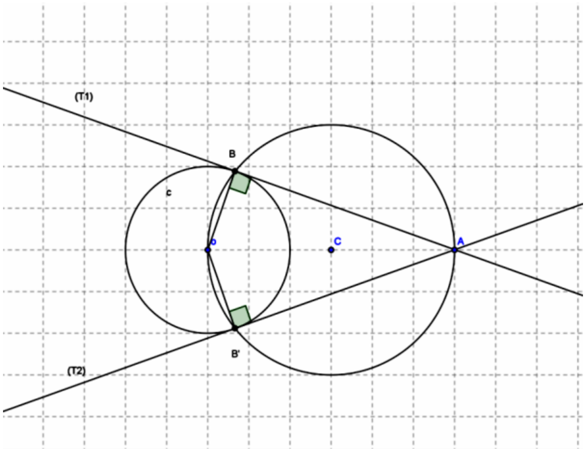
Réponse

a)A sur le cercle (C)



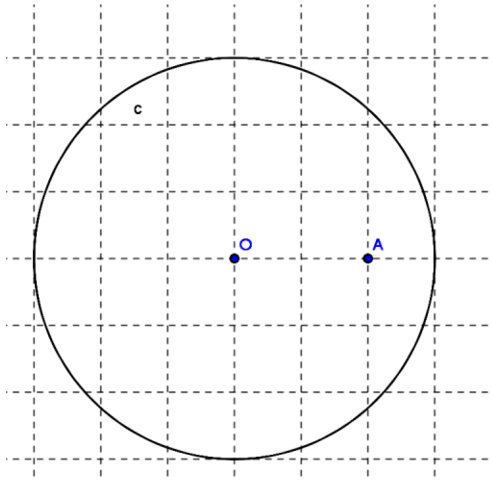
On a une seule Tangente

b)A est à l'extérieur du cercle



On a deux Tangentes (AB) et (AB')

C)A est à l'intérieur du cercle



Toute droite passant par A coupe le cercle en deux points ; il est donc impossible de construire une Tangente passant par A.

EXERCICES

Exercice n°1

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(o;\ \vec{\imath};\vec{\jmath}\ )$.

On donne les points suivants : A (2 ; -1) , B (3 ; 2) , C (0 ;3)

Soit $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle ABC.

Etablir une équation cartésienne de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point A.

Exercice n°2

Le plan muni d'un repère orthonormé $(o;\ \vec{\imath};\vec{\jmath}\ )$.

On donne les points A, B, et C définis par

$\overrightarrow{OA} = -2\vec{\imath}$; $\overrightarrow{OB} = 2\vec{\imath}+2\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OC} = -4\vec{\imath}$.

Soit (Δ) la droite d'équation : $-x + 3y + 6 = 0$

Montrer que (Δ) est tangente au cercle circonscrit au triangle ABC en A.

Exercice n°3

Construire un triangle ABC tel que AB = 6 cm ; AC = 8 cm et BC = 10 cm

Le cercle de diamètre [AC] et de centre O coupe [BC] en H

a) Démontrer que (AB) est tangente à ce cercle
b) Calculer AH.

Exercice n°4

Soit$(\mathcal{C})$ un cercle de centre O, de rayon OA = 4,5 cm et de diamètre [AB].

1) Soit un point S de la demi-droite [AB) tel que OS = 7,5 cm .Construire le point T tel que (ST) soit la tangente en T à $(\mathcal{C})$. Soit K le milieu de [SO]. Calculer K.T
2) Calculer les angles $\widehat{OST}$, et $\widehat{SOT}$ à un degré près.
3) a) Calculer ST
   b) La parallèle à (OT) passant par A coupe $[ST]$ en A'. Calculer SA'.

Exercice n°5

Soit ABC un triangle tel que AB = $3\sqrt{2}$; AC = $4\sqrt{2}$ et BC = $5\sqrt{2}$

1) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.
2) Soit $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle ABC, préciser la position de son centre et calculer son rayon.
3) (Δ)la tangente en B et au cercle$(\mathcal{C})$ coupe la droite (AC) en E.
   Montrer que $\widehat{CBA} = \widehat{BEC}$

4) Construire (Δ') la tangente au cercle$(\mathcal{C})$ passant par E.

Exercice n°6

ABC est un triangle équilatéral de côté 3 cm.
$(\mathcal{C})$ est son cercle circonscrit.

a) Tracer les tangentes à $(\mathcal{C})$ en A, B, et C.

b)Les tangentes se coupent en R, S, T.Quelle est la nature du triangle RST ? calculer ses dimensions ?

Chatitre 17 : Applications Linéaires – Applications Affines

I)Applications linéaires

1) Définition

On appelle application linéaire de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ toute application f définie par

$$\begin{array}{l} f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ \quad x \mapsto ax \quad (a \in \mathbb{R}) \end{array}$$

Remarque :

-Une application linéaire de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ est un monôme de degré 1 et de coefficient « a »

-Le réel « a » est appelé coefficient de l'application linéaire

Exemple : f(x)=3x ; g(x)=$\frac{1}{3}$x ; h(x)=-7x ; k(y)= 2y sont des applications linéaires de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$

2)Représentation graphique

a)Théorème

La représentation graphique de l'application linéaire

$$\begin{array}{l} f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ \quad x \mapsto ax \quad (a \in \mathbb{R}) \end{array}$$

est une droite d'équation y=ax qui passe par l'origine du répère et par le point de coordonnées (1 ;a). le vecteur $\vec{v}\binom{1}{a}$ est un vecteur directeur de cette droite.

b)Répresentation

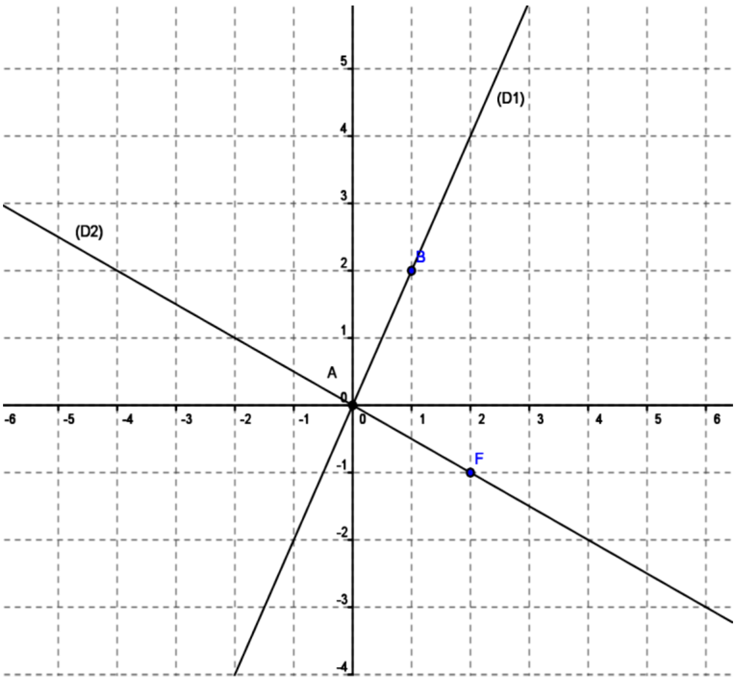
Soit à répresenter f(x)=2x et g(x)=-$\frac{1}{2}$x

F ;(D₁) : $y = 2x$

	X	y
A	0	0
B	1	2

G ;(D₂) : $y = -\frac{1}{2}x$

	x	y
E	0	0
B	2	-1



3)Prorpiétés

a)Image de la somme de deux nombres réels

Activité

Soit f une application linéaire de ℝ vers ℝ définie par

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto 2x$$

- Compléter le tableau suivant
- Comparer $f(x_1+x_2)$ et $f(x_1)+f(x_2)$

<u>Réponse</u>

x_1	x_2	x_1+x_2	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_1+x_2)$	$f(x_1)+f(x_2)$
3	5	8	6	10	16	16
-1	2	1	-2	4	2	2
-4	-6	-10	-8	-12	-20	-20

On remarque que $f(x_1+x_2) = f(x_1) + f(x_2)$

- Propriété 1

-Si f est une application linéaire de ℝ vers ℝ et x_1 et x_2 deux réels, alors $f(x_1+x_2) = f(x_1) + f(x_2)$

b)Image du produit de deux réels

Activité

Soit g l'application linéaire définie de ℝ vers ℝ par g(x)=-3x. Calculer g(2 x 5) et 2 x g(5) ; que remarque- t-on ?

<u>Réponse</u>

g(x)=-3x ; g(2 x 5) = g(10)= -3 x 10= -30

2 x g(5)= 2 x (-3 x 5)= 2 x (-15)= -30 ; on remarque que g(2 x 5) = 2 x g(5)

- Propriété2

Si f est une application linéaire de ℝ vers ℝ et x et k des réels , alors f(kx)= k.f(x) c)Image de o par une application linéaire

- Propriété3

Pour toute application linéaire f, on a f(0)=0

II)Applications affines

1) Définition

On appelle application affine de ℝ vers ℝ toute application f définie par :

$$f:\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto f(x) = ax + b \text{ où a et b sont des nombres}$$

2)Cas particuliers

-si a=0 alors f(x)=b ; on dit que f est une application constante

-si b=0 alors f(x)=ax ; alors dans ce cas f est une application linéaire

2)Exemple

f(x)= 2x+1 ; g(x)=7x-4 ; h(x)= $\frac{1}{3}$x – 4 sont les applications affines

3)Représentation graphique

- ✓ Théorème

La représentation graphique de l'application affine

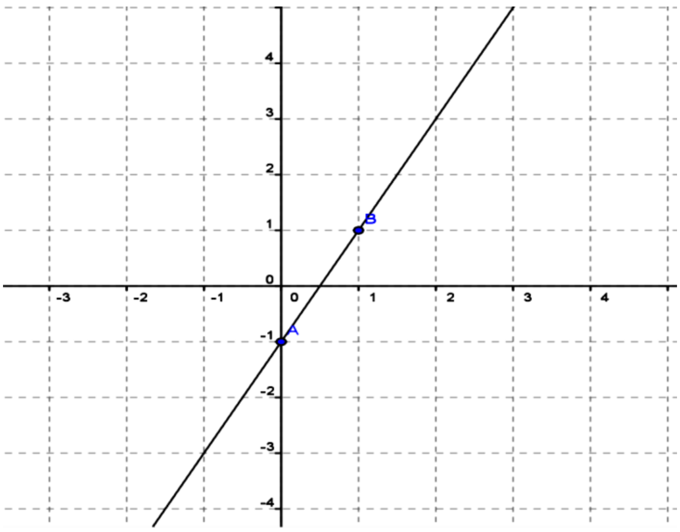
$$f:\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto f(x) = ax + b$$

est une droite d'équation y=ax+b qui passe par le point M(0 ; b)

Représentation

Soit à représenter f(x)=2x-1

(D) : $y = 2x - 1$



	x	Y
A	0	-1
B	1	1

3)Sens de variation d'une application affine

a)Activité

Soit f une application affine définie par

$$\boxed{\begin{array}{l} f:\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ \quad x \mapsto f(x) = 2x+1 \end{array}}$$

et soit $x_1 = 2$ et $x_2 = 3$

1)Calculer $f(x_1)$ et $f(x_2)$ et comparer x_1 et x_2 ensuite $f(x_1)$ et $f(x_2)$

2) Soit l'application affine $g(x)=-3x+4$; calculer $g(x_1)$ et $g(x_2)$ et les comparer.

<u>Réponse</u>

1)Calculons $f(x_1)= f(2) = 2 \times 2 + 1= 4 + 1= 5$; $f(x_2)= f(3)= 2 \times 3 +1 = 6 + 1 = 7$

On a $2<3 \Leftrightarrow x_1<x_2$ et $f(x_1) < f(x_2)$ on dit f est croissante.

2) Calculons $g(x_1)= g(2) = -3 \times 2 + 4= -6 + 4= -2$; $g(x_2)= g(3)= -3\times 3 +4 = -9 + 1 = -8$

On a $2<3 \Leftrightarrow x_1<x_2$ et $g(x_1)> g(x_2)$ on dit g est décroissante

<u>b)Théorème</u>

L'application affine définie par

est: $$\boxed{\begin{array}{l} f:\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ \quad x \mapsto f(x) = ax+b \end{array}}$$

-croissante si $a>0$ c'est-à-dire pour tout réels $x_1$et x_2 ; si $x_1<x_2$ alors $f(x_1) < f(x_2)$

- décroissante si $a<0$ c'est-à-dire pour tout réels $x_1$et x_2 ; si $x_1<x_2$ alors $f(x_1) > f(x_2)$

-Constante si $a=0$ c'est-à-dire $f(x)=b$ pour tout x

<u>Exercice d'application</u>

Soit $f(x)=\frac{\sqrt{2}}{3}x - 5$; $g(x)=2(6-\frac{1}{2}x)$ et $h(x)=3(4 - \frac{1}{3}x) +(4+x)$

1)Ces applications sont –elles des applications affines ?

2)Donner le sens de variation de chacune d'elles

3)Représenter ces applications dans un même repère

<u>III)applications affines par intervalles</u>

1)Exemple1

Soit f l'application de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x)= |2x+1|+|-x+3|$

1) Ecrire f(x) sans le symbole de valeur absolue
2) Représenter f(x) sur chaque intervalle

<u>Réponse</u>

$f(x)=|2x+1|+|-x+3|$

X	$-\infty$ $+\infty$	$-\frac{1}{2}$	3
$\lvert 2x+1 \rvert$	$-2x-1$	$2x+1$	$2x+1$
$\lvert -x+3 \rvert$	$-x+3$	$-x+3$	$x-3$
f(x)	$-3x+2$	$x+4$	$3x-2$

Pour $x \in]-\infty ;-\frac{1}{2}]$ $f(x)= -3x+2$; f coïncide alors avec une application $f_1(x)=-3x+2$

Pour $x \in [-\frac{1}{2} ;3]$ $f(x)= x+4$; f coïncide alors avec une application $f_2(x)=x+4$

Pour xϵ[3 ;+ ∞] f(x)= 3x-2 ; f coïncide alors avec une application f_3(x)=3x-2
f(x) coïncide dans chacun des trois intervalles avec une application affine ; on dit que f est une application affine par intervalles

- ✓ Représentation graphique
- ✓

f_1(x)=-3x+2 sur]- ∞ ;-$\frac{1}{2}$] y=-3x+2

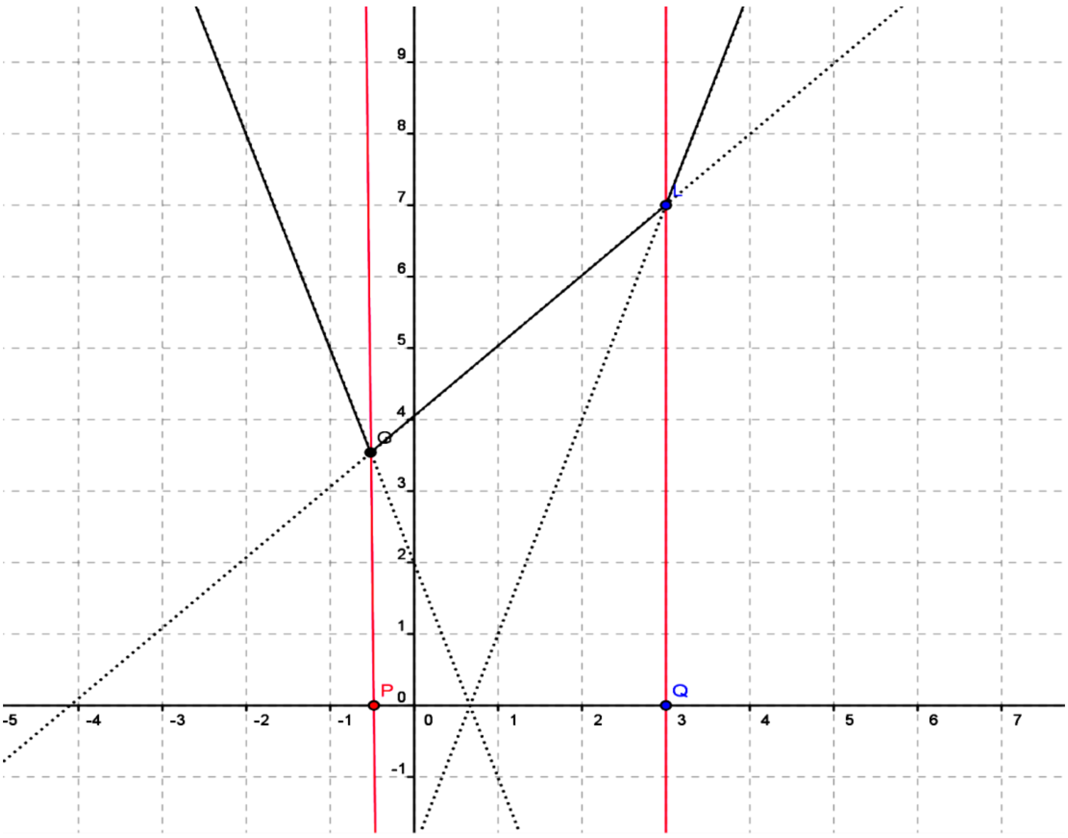
	X	y
A	0	2
B	1	-1

f_2(x)=x+4 sur [-$\frac{1}{2}$;3] y=x+4

	X	y
E	0	4
F	-1	3

f_1(x)=3x-2 sur [3 ;+ ∞] y=3x-2

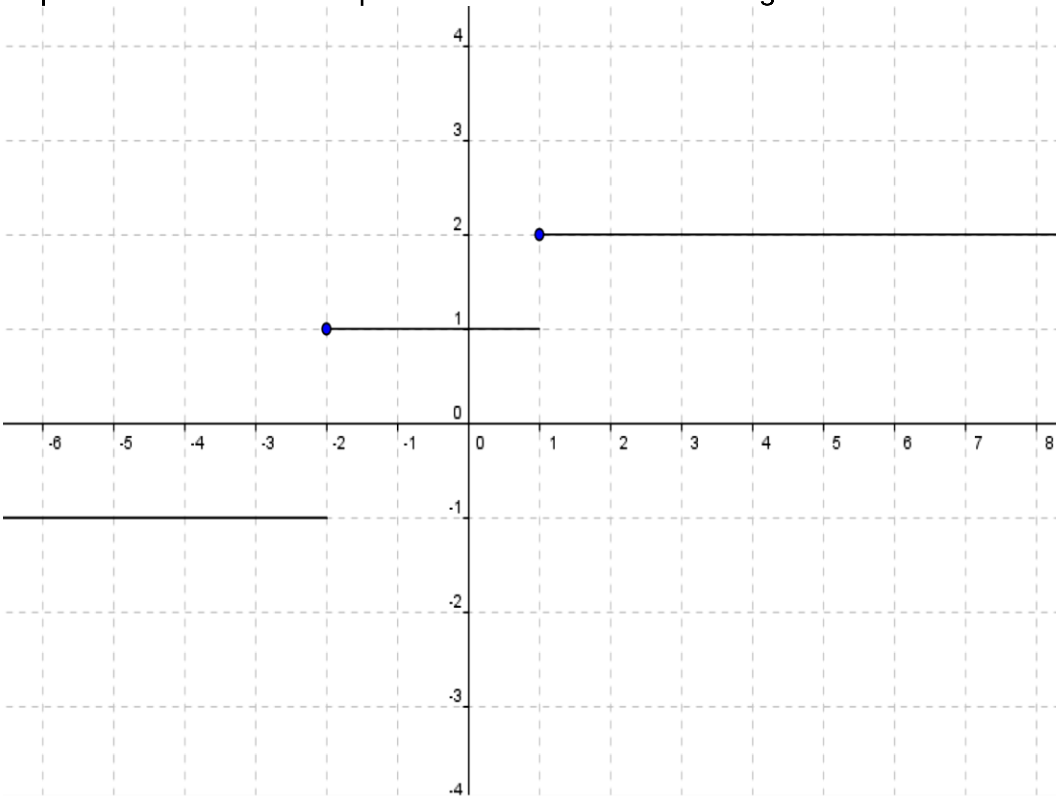
	X	y
I	0	-2
J	1	1



2)Exemple2
Soit g l'application de ℝ vers ℝ définie par

$$\begin{cases} si\ x < -1 & g(x) = -1 \\ si - 1 \leq x < 1 & g(x) = 1 \\ si\ x \geq 1 & g(x) = 2 \end{cases}$$

Représentons dans un repère orthonormé la fonction g



Sur chaque intervalle l'application g est constante . La réunion de ces trois intervalles est l'ensemble ℝ

Pour traduire le fait que l'application g est constante sur chacun des intervalles ; on dit que g est une fonction en escalier sur ℝ.

EXERCICES

Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(o;\ \vec{i};\vec{j}\ )$, représenter graphiquement les fonctions f, g, h, i, j et k définies par :

f(x) = 2x– 3 ; g(x) = -2x + 4 ; h(x) = /-2x + 1/ ; i(x) = /x/ + x ; j(x) = /x+ 1/ + 2x ;

k(x) = 2x - /5-2 x/

Exercice n°2

On donne les fonctions f et g définies par f $(x) = \sqrt{(-2x+1)^2}$etg(x) = x + 4

1) Représenter graphiquement f puis g dans un même repère orthonormé $(\overrightarrow{o}, \vec{i}, \vec{j})$.
2) Résoudre graphiquement f(x) = g(x).
3) Résoudre numériquement f(x) = g(x)

Exercice n°3

Une fonction linéaire f est telle que f$(1-\sqrt{2})$ = 2-$\sqrt{2}$.

Déterminer f.

Calculer f($\sqrt{2}$), f(2) ; f$(2-\sqrt{2})$

Exercice n°4

On pose f (x) = $\sqrt{(x-4)^2} - |1-2x|$

1) Montrer que f est une application affine par intervalles.
2) Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé.

3) Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé.

Exercice n°5

Soit f la fonction numérique définie par :

f(x) = $|2x-3|$ - $|3-x|$

1) a) Ecrire f(x) sans le symbole de la valeur absolue.
   b) Quelle est la nature de la fonction obtenue ?

Exercice n°6

A l'aide des propriétés de linéarité, déterminer le coefficient de chacune des applications linéaires suivantes :

a) f est telle que f(3) + f(5) = -8
b) g est telle que g($\frac{5}{2}$) – ($\frac{11}{2}$) = $\frac{5}{4}$
c) h est telle que 3h (($\frac{1}{2}$) = $\frac{-9}{2}$
d) t telle que 4t(-2) - $\frac{1}{2}$ t (5) = 7

Exercice n°7

On considère le tableau ci-dessous où f est une application linéaire.

X	-2	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$
f(x)	-2 $\sqrt{5}$	$\sqrt{15}$	5

Sans calculer le coefficient de f, détermine les nombres suivants : f ($\sqrt{3}$+ $\sqrt{5}$) ; f (-2 + $\sqrt{3}$).

Exercice n°8

Soit le nombre réel m tel que m = 2$\sqrt{11}$ – 4$\sqrt{3}$

1) a) Comparer 2$\sqrt{11}$ et 4$\sqrt{3}$
   b) En déduire le signe de m.
2) soit f une application affine définie par f(x) = mx + 5.
   a) f est-elle croissante ou décroissante ?
   b) Sans le calculer, ranger par ordre croissant les nombres suivants :

   f($\frac{5}{2}$) ; f(2 - 3$\sqrt{5}$) ; f(-2) et f(1).

Exercice 9

On considère deux fonctions affines :

f(x)= $\frac{4}{3}x$ et g(x) = -x+6

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J), unité : 1 cm.

1. Construire les représentations graphiques des fonctions f et g.
2. Soit K le point d'intersection de ces deux droites.

Déterminer par le calcul les coordonnées du point K.

CORRIGE

Exercice 3

1)Déterminons f.

On a : f(x) = ax $\leftrightarrow$ f$(1-\sqrt{2})$ = a$(1-\sqrt{2})$ = 2- $\sqrt{2}$

$\leftrightarrow$ a = $\frac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$ = - $\sqrt{2}$

d'où f(x) = - $\sqrt{2}x$

2)Calculons f$(\sqrt{2})$; f(2) ; f(2) ; f$(2-\sqrt{2})$

f$(\sqrt{2})$ = -$\sqrt{2}$ X $\sqrt{2}$ = -2

f(2) = - $\sqrt{2}$ X 2 = -2$\sqrt{2}$

f$(2-\sqrt{2})$ = - $\sqrt{2}$ $(2-\sqrt{2})$ = 2 - 2$\sqrt{2}$

Exercice 7

On a : f$(\sqrt{3}+\sqrt{5})$ = 5 + $\sqrt{15}$

f$(-2+\sqrt{3})$=-2$\sqrt{5}$ +$\sqrt{15}$

Exercice 8

1) a) Comparons 2$\sqrt{11}$ et 4$\sqrt{3}$

$(2\sqrt{11})^2$ = 44 et $(4\sqrt{3})^2$ = 48

$(2\sqrt{11})^2 < (4\sqrt{3})^2$ donc $2\sqrt{11} < 4\sqrt{3}$

b) Signe de m.

On a : $2\sqrt{11} < 4\sqrt{3} \leftrightarrow 2\sqrt{11} - 4\sqrt{3} < 0$ donc $m < 0$

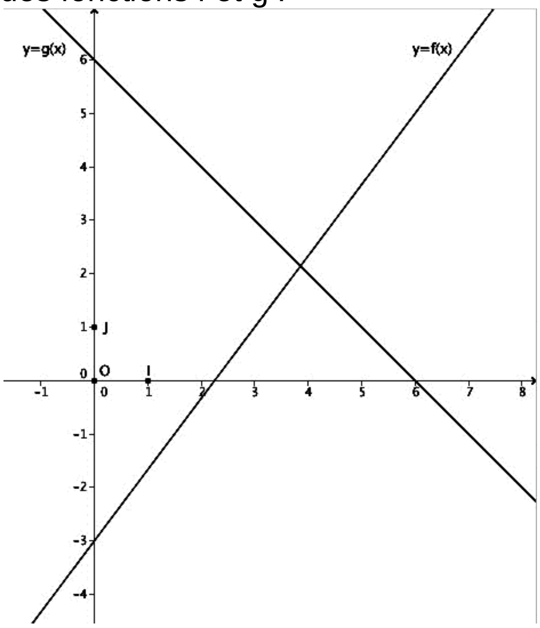
2) a) f est décroissante car $m < 0$

b) Rangeons par ordre croissant les nombres

$f(\frac{5}{2}) < f(1) < f(-2) < f(2-3\sqrt{5})$

Exercice 9

1. Voici les représentations graphiques des fonctions f et g :



2 Soient $(x_0; y_0)$ les coordonnées du point K ; comme K appartient à C_f, on a $y_0 = \frac{4}{3}x_0 - 3$.

Comme K appartient aussi à C_g, on a d'autre part $y_0 = -x_0 + 6$. Ainsi, $(x_0; y_0)$ vérifie le système suivant :

$$\begin{cases} y_0 = \frac{4}{3}x_0 - 3 \\ y_0 = -x_0 + 6 \end{cases}$$

En resolvant ce système on trouve $x_0 = \frac{27}{7}$ et $y_0 = \frac{15}{7}$ d'où $k(\frac{27}{7}, \frac{15}{7})$

Chapitre18: Isométrie du plan

I)Définition

1)Activité

ABCD est un carré de centre O. I , J , K , L sont les milieux respectifs des côtés [AB] ; [BC] ; [CD] et [DA].

On note :

-t la translation de vecteur $\overrightarrow{AO}$

-S la symétrie orthogonale d'axe (BD)

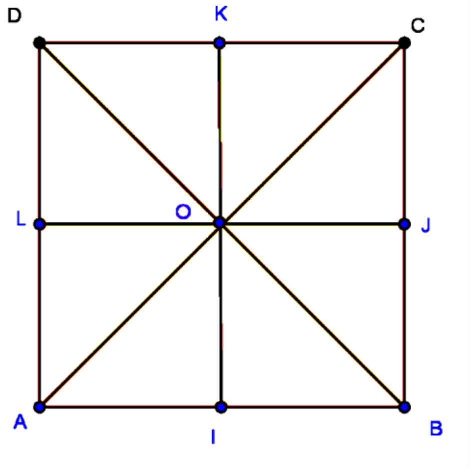
-S' la symétrie orthogonale d'axe (IK)

-S_O la symétrie centrale de centre O

a)Construire la figure et compléter tableau suivant

b) comparer la mesure du segment [AI] avec son image par chaque application. Que remarque t-on ?

c) Même question pour les triangles OAI et OAL



	A	L	O	[AI]	[AO]	OAI	OAL
Image par t	O	K	C	[OJ]	[OC]	OJC	OKC
Image par S	C	K	O	[CI]	[OC]	OJC	OKC
Image par S'	B	J	O	[IB]	[OB]	IBO	BJO
Image par S_O	C	J	O	[KC]	[OC]	OKC	OJC

On remarque que [AO]=[OC]=[OC]=[OB] =[OC] ; [AI]=[OJ]=[CI]=[IB]=[KC] de même les triangles OAI ;OJC ; OJC ; IBO ; OKC ont même dimensions .

On dit que les applications t ; S ; S' ; S_O conservent les distances . Elles sont appelées des ISOMETRIES (en grec : ISOS= égale et METRON= mesure)

Le triangle OCK est l'image du triangle OAI par l'isométrie S_O ; on dit que les triangles OCK et OAI sont isométriques

2)Définition

On appelle isométrie toute application du plan qui conserve les distances.

Exemple : La symétrie centrale ; la symétrie orthogonale ; la translation

<u>II)Propriété des isométries</u>

1)Activité

Dans l'activité précédente :

a)A,I ,B sont trois points alignés. Que peut-on dire de leurs images par chacune des isométries t ; S ; S' ; S_O ?

b) I est le milieu du segment [AB].Que peut-on dire de l'image de I pour l'image du segment [AB] par chacune des isométries t ; S ; S' ; S_O ?

c)Les droites (AB) et (AD) sont perpendiculaires ; que peut –on dire de la position relative de leur image par chacune des isométries t ; S ; S' ; S_O .

d)Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{AOC}$ et de chacune de ses image par les isométries t ; S ; S' ; S_O

<u>Réponse</u>

a)Les images de A,I,B sont aussi alignés

b)L'image de I est aussi milieu de l'image de [AB]

c)Les imageS (AB) et (AD) sont aussi perpendiculaires

d)Les images de l'angle $\widehat{AOC}$ ont la même mesure que l'angle $\widehat{AOC}$

2) Propriété

-Les images par une isométrie de trois ponts alignés sont trois points alignés.
-L'image par une isométrie du milieu d'un segment est le milieu des images des extrémités de ce segment.
- Les images par une isométrie de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires
-Les images par une isométrie de deux droites parallèles sont deux droites parallèles
-L'image par une isométrie d'un angle est un angle de même mesure.
-L'image par une isométrie d'une surface est une surface de même aire.

EXERCICES

Exercice n°1

Soit ABC un triangle rectangle en A. sur une même figure, construire les images du triangle ABC par :

a) La translation $t_{\overrightarrow{AC}}$
b) La translation $t_{\overrightarrow{AB}}$
c) La symétrie centrale S_A

Soit F l'image de B par $t_{\overrightarrow{AB}}$ et l'image de C par $t_{\overrightarrow{AC}}$.
Construire l'image du triangle AEF par la symétrie centrale S_A.

Exercice n°2

On donne deux droites sécantes (Δ_1) et (Δ_2).
Soit A un point n'appartenant à aucune d'elles.
Construire un triangle ABC tel que (Δ_1) soit la médiatrice de $[AB]$ et (Δ_2) la médiatrice de $[BC]$.

Exercice n°3

Tracer un parallélogramme ABCD de centre O. placer un point M sur le segment $[AB]$et un point N sur le segment $[DC]$ tels que : BM = DN.
Démontrer que les points M, O et N sont alignés.

Exercice n°4

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$), on considère l'application g définie dans P par : à tout point M(x,y) on associe le point M' (x' ; y') tel que

$$\begin{cases} x' = x+3 \\ y' = y+4 \end{cases}$$

1) Déterminer les coordonnées des points A' et B' images par g de A(2 ;3) et B(-1 ;-2).
Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AA'}$et $\overrightarrow{BB'}$.
2) M étant un point quelconque et M' son image par g ;
   a) Calculer les coordonnées du vecteur$\overrightarrow{MM'}$.
   b) En déduire la nature de l'application g.

Exercice n°5

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$), on donne les points suivants : A (1 ;1) ;
B (2 ;4) ; C (4 ;0).

1) Placer les points A, B, et C dans le repère.
2) Calculer les distances AB, AC et BC.
3) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A
4) Soit A'B'C' l'image du triangle ABC dans la symétrie centrale de centre O. construire A'B'C' puis calculer les coordonnées des points A' ; B' et C' dans cette symétrie centrale.
5) Soit $A_1B_1C_1$ l'image de A'B'C' dans la translation du vecteur $\vec{u}$ avec $\vec{u} = \vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$
Construire $A_1B_1C_1$

Exercice 6

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$). On considère l'isométrie f par laquelle le point M

(x ;y) a pour image M'(x' ;y') tel que x' = x +3 et y' = y – 5

1) Trouver les coordonnées des points A' et B' tels que f(A) = A' et f(B) = B' avec A (2 ; 3) et B (0 ; 5).
2) Les droites (D) et (D') ont pour équations respectives x + y -5 = 0 et x + y -3 = 0
   a) Vérifier que les points A et B appartiennent à la droite (D) et que les points A' et B' appartiennent à la droite (D')
   b) Tracer les droites (D) et (D') dans le repère.
   c) Démontrer que quelque soit le point M (x ; y) avec f(M) = M' ; le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ est égal au vecteur $\vec{v}$ (3 ; -5). Quelle est la nature de l'isométrie f ?
   En déduire que l'image de la droite (D) par f est la droite (D').

Exercice n°7

ABC est un triangle rectangle en C. Soit($\mathcal{C}$) le cercle de centre O circonscrit au triangle ABC.

1)Construire l'image($\mathcal{C}1$) du cercle($\mathcal{C}$) par l'isométrie $S_B o S_A$.

2)Soit (D) la tangente au cercle($\mathcal{C}$) en A et (Δ) la tangente au cercle($\mathcal{C}$) en C. (D) et (Δ) se coupent en I

a- construire l'image($\mathcal{C}'$) du cercle($\mathcal{C}$) par S_I

Placer les points A' ; B', C' et O' les images respectives des points A, B, C et O par l'isométrie S_I

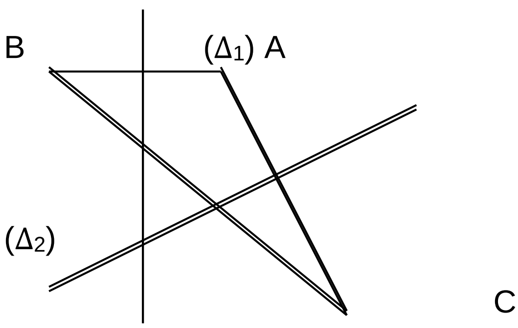
b – Démontrer que les droites (BC) et (B'C) sont parallèles.

NB : S_B est la symétrie de centre B
S_A est la symétrie de centre A
S_I est la symétrie de centre I

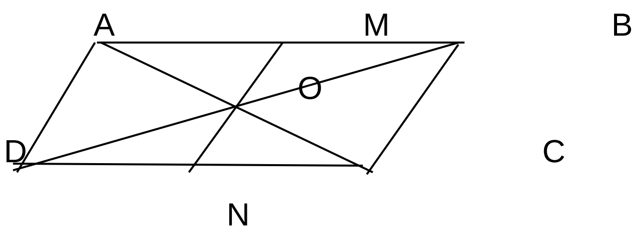
CORRIGE

Exercice2

Construction



Exercice3



ABCD est un parallélogramme donc (AB)//(DC) et par conséquent (MB)//(DN).
Comme BM = DN et (MB)//(DN) alors MBND est un parallélogramme de diagonales [BD] et [MN] .
Ainsi OЄ[BD] Π [MN] et par conséquent les points M , O et N sont alignés.

Chapitre19:Statistique

I)Rappels

-La population est l'ensemble sur lequel on étudie (travaille)
-Le caractère est la propriété étudiée sur la population
-L'effectif est le nombre total des individus de la population.
-L'individu est un élément de la population
-La fréquence est le rapport de l'effectif correspondant sur l'effectif total.
Elle s'exprime souvent en %

Fréquence=$\frac{effectif\ correspondant}{effectif\ total}$

-Le caractère est quantitatif s'il est exprimé par des nombres
-Le caractère est qualitatif s'il est exprimé par des adjectifs

II)Regroupement en classe

1)Régroupement

- Activité

Voici le temps mis par les élèves de la classe de 3ème pour se rendre au lycée le matin : 27 ; 7 ;48 ; 10 ;15 ; 6 ; 35 ; 20 ; 7 ; 10 ; 19 ;11 ; 25 ; 30 ; 5 ; 2 ; 15 ; 45 ; 55 ; 35 ; 8 ; 17 ; 5 ; 19 ; 15 ; 25 ; 18 ; 11 ; 1.
1)Quelle est la population étudiée
2)Quel est le caractère étudié ? est-il quantitatif ou qualitatif ?
3)Regrouper les valeurs en classe d'amplitude 10

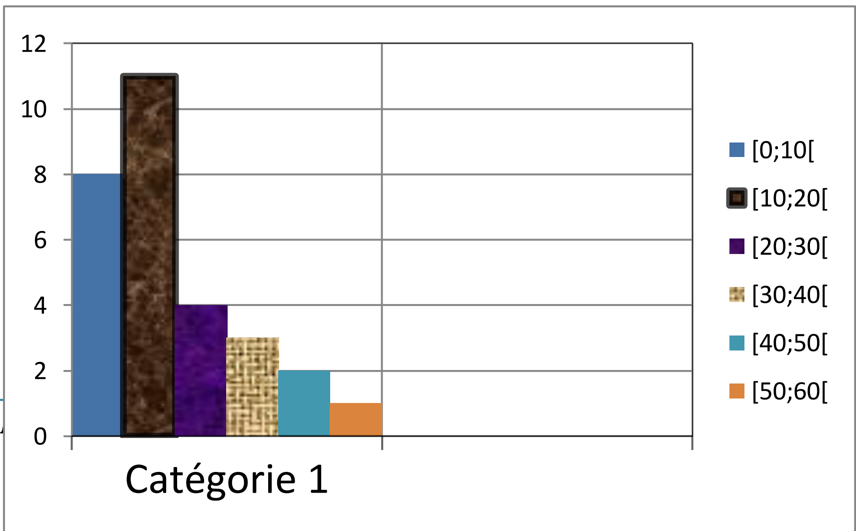
Réponse

1) La population étudiée est l'ensemble des élèves de la classe de 3ème
2) Le caractère étudié est le temps mis pour se rendre au lycée
Ce caractère est quantitatif
3) Regroupons les valeurs

Temps mis	[0 ;10[	[10 ;20[	[20 ;30[	[30 ;40[	[40 ;50[	[50 ;60[
Effectifs	8	11	4	3	2	1

On dit que les valeurs du caractère ont été regroupé en classe d'amplitudes égales
2°) Représentation
Construisons l'histogramme des effectifs du tableau précédent.

Echelle $\begin{cases} 1cm \to 10mn \\ 1cm \to 1élève \end{cases}$



Les hauteurs des rectangles sont proportionnelles aux effectifs des classes
3)Effectifs et fréquences cumulées croissantes
On se propose de trouver le nombre d'élèves qui mettent moins de 20mn pour se rendre au lycée ; on trouve 19 c'est-à-dire 8 +11= 19 est un effectif cumulé.
Tableau des effectifs cumulés

Temps mis	[0 ;10[	[10 ;20[	[20 ;30[	[30 ;40[	[40 ;50[	[50 ;60[
Effectifs	8	11	4	3	2	1
Effectifs cumulés	8	19	23	26	28	29

Tableau des fréquences et des fréquences cumulés croissantes

Temps mis	[0 ;10[	[10 ;20[	[20 ;30[	[30 ;40[	[40 ;50[	[50 ;60[
Fréquences	28	38	14	10	7	3
Fréquences cumulées	28	66	80	90	97	100

I)Moyenne
Compléter le tableau avec les centres des classes

Temps mis	[0 ;10[	[10 ;20[	[20 ;30[	[30 ;40[	[40 ;50[	[50 ;60[
Effectifs	8	11	4	3	2	1
Centre des classes	5	15	25	35	45	55

$M=\frac{(5X8)+(15X11)+(25X4)+(35X3)+(45X2)+(55X1)}{29}=\frac{555}{29}= 19,13$

EXERCICES

Exercice 1
Une enquête réalisée auprès de 120 élèves d'un lycée portait sur le moyen de transport utilisé pour se rendre à l'école et donnait le résultat suivant : 20 élèves viennent à pieds ; 36 à vélo ; 48 à mobylette ; 4 en taxi et 12 se font déposer par leurs parents en voiture.

1) Quelle est la population étudiée ? Quelle est le caractère étudié ?
2) Compléter le tableau suivant :

Moyen de transport	Pieds	Vélos	Mobylettes	Taxi	Voiture
Effectifs					
Fréquences en %					

3) Illustrer le résultat de l'enquête par un diagramme circulaire.

Exercice n°2
Voici les tarifs postaux pratiqués dans une agence pour expédier de petits colis par avions à l'intérieur d'un pays.

Poids (g)	[0 ;25 [	[25 ;50[	[50 ;75[	[75 ;100[	[100 ;125[	[125 ; 150[	[150 ; 175[	[175 ; 200[
Prix (F)	250	300	350	400	475	550	650	750

1) Quelle est la population étudiée ? Quelle est le caractère étudié.
2) Tracer l'histogramme des prix pratiqués par agence.

Exercice n°3

On considère le tableau de données représentant les salaires mensuels des ouvriers d'une entreprise en milliers de francs

Salaires	[25 ; 30 [	[30 ; 35[	[35 ; 40[	[40 ; 45[	[45 ; 50[	[50 ; 55[	[55 ; 60[
Effectifs	5	0	10	25	15	0	5

1) Quelle est la population ? Quel est le caractère étudié ?
2) Quel est le nombre d'ouvriers qui gagnent au maximum 40 000f ?
3) Combien d'ouvriers gagnent un salaire supérieur ou égal à 40 000f ?
4) Combien d'ouvriers gagnent un salaire S tel que 30 000 $\leq$ S < 50 000 ?

Exercice n°4

Au cours du trimestre, il y a déjà eu cinq contrôles de mathématiques, notés sur 20. A la veille du sixième et dernier devoir, deux élèves s'interrogent :

1) Charifa a obtenu les notes suivantes :
   12,5 ; 13 ; 13 ; 9,5 et 15
   Quelle note doit-elle obtenir au dernier devoir pour que sa moyenne trimestrielle soit 13 ?
2) Sophie a obtenu les notes suivantes :
   12, 8 ; 9, 17 et 12
   Quelle sera sa moyenne trimestrielle si elle obtient 14 au dernier devoir ?

Exercice n°5

Note sur 20	2	6	7	8	10	11	12	14	16	17	19
Nombre d'élève	1	2	1	3	4	2	5	3	1	2	1

Le professeur de Mathématiques d'une classe de troisième a représenté les résultats d'un contrôle dans le tableau ci-dessus :

1) Sachant qu'il n'y avait pas d'élèves absents lors de ce contrôle, combien y a t – il d'élèves dans cette classe ?
2) Quelle est la moyenne de la classe à ce contrôle ?
3) Combien d'élèves ont obtenu au moins la note 10,
4) Le professeur affirme « 48% des élèves ont obtenu une note supérieure ou égale à 11»
   A t – il raison ? Justifié votre réponse.

Exercice n°6

Le tableau ci-dessous représente la quantité d'eau en mm^3 tombée dans les régions d'un pays.

Régions	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quantité d'eau	1 000	300	600	X	700	500	1 200	200	600	98

1) Sachant que la quantité moyenne d'eau tombée dans ce pays est 680 mm^3, calculer la quantité d'au tombée dans la $4^{ème}$ région.
2) a- calculer les fréquences de cette série statistique en pourcentage.
   b – construire le diagramme en bâtons de ces fréquences

Exercice n°7

Une enquête faite auprès de 120 personnes auprès de 120 personnes portait sur le nombre de livres que chacune avait lus au cours du dernier mois et donnait les résultats suivants :

12 personnes n'avaient lus aucun livre ; 48 personnes avaient lu 1 livre ; 30 personnes avaient lus 2 livres ; 21 personnes avaient lus 3 livres et 9 personnes avaient lus 4 livres.

1) Recopier le tableau suivant et le compléter.

Nombre de livre lus	0	1	2	3	4
Effectif					
Fréquences					
Fréquences en %					
Effectif cumulés croissant					
Effectif cumulé décroissant					

2) En précisant quelle partie du tableau est utilisées répondre aux questions suivantes :
   a) Combien de personnes ont lu au moins 2 livres ?
   b) Combine de personnes ont lu moins de 3 livres ?
3) Quelle est en moyenne, le nombre de livres lus par ces 120 personnes ?
4) Construire un diagramme semi-circulaire pour représenter les effectifs de cette enquête et indiquer par un calcul l'angle correspondant à chaque secteur angulaire.

Exercice n°8

Un jour de départ en vacances, on a relevé l'heure de passage de toutes les voitures à la sortie d'une agglomération.

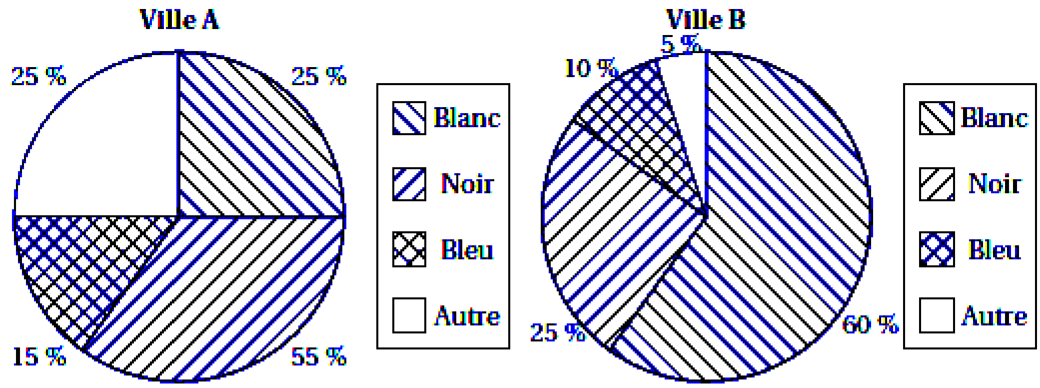
Le tableau ci-dessous indique la répartition de 18 000 véhicules recensés ce jour-là, suivant leur heure de passage. (Chaque total est arrondi à la cinquantaine la plus proche).

t(en heure)	$0 \leq t < 4$	$4 \leq t < 8$	$8 \leq t < 12$	$12 \leq t < 16$	$16 \leq t < 20$	$20 \leq t < 24$
Effectifs	4 500	5 400	1 350	900	2 250	3 600

1) Représenter l'histogramme des effectifs (diagramme en barres) : on prendra 1 cm pour 4 heures et 1 cm pour 1 000 voitures.
2) Calculer l'heure moyenne de passage. (on fera comme si toutes les voitures d'une même classe étaient passées au centre de cette classe).
3) En conservant les mêmes tranches horaires, indiquer les fréquences de passage en pourcentage.
4) Quel est le pourcentage de voitures qui sont passées avant 8 heures ?
   La moyenne calculer en 2) donne – t – elle une bonne indication du trafic enregistré
   ce – jour – là ?

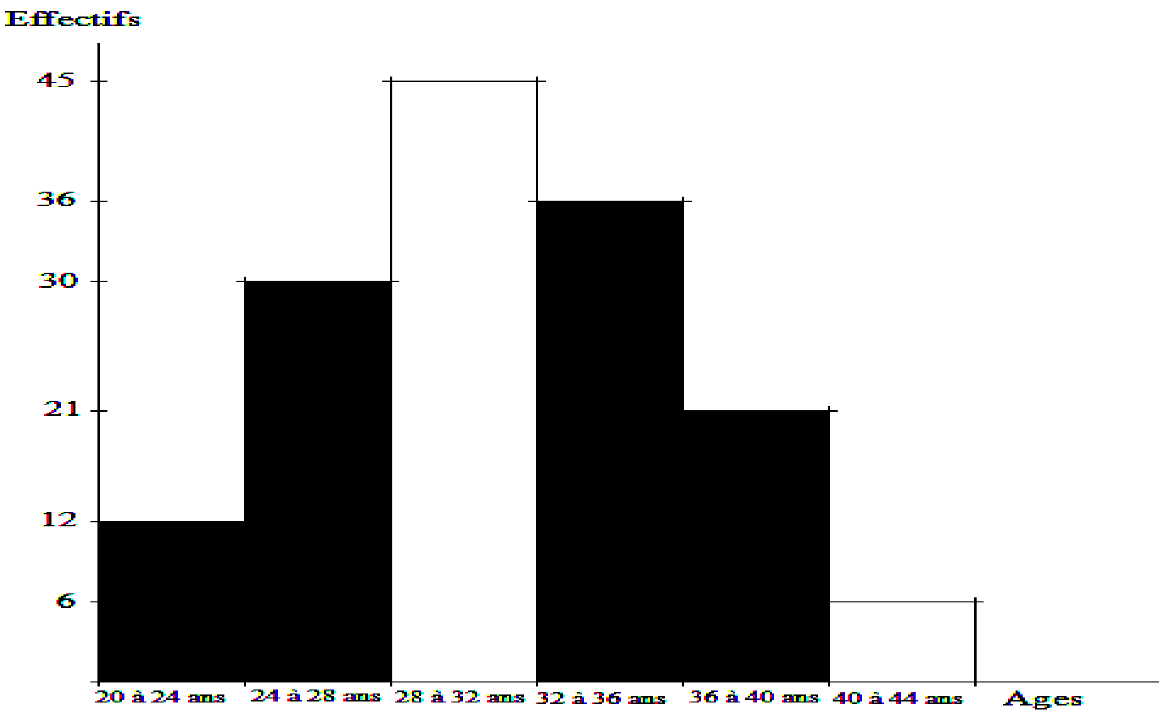
Exercice 9

La ville A compte 60 000 voitures et la ville B compte 18 000 voitures.
les diagrammes circulaires ci-dessous représentent la répartition des voitures selon leurs couleurs, dans
les villes A et B.
On demande à un élève ce qu'il constate. Voici ce qu'il a répondu :
«On peut dire qu'il y a plus de voitures blanches dans la ville B que dans la ville A».
A t-il raison ?



Exercice 10

L'histogramme ci-dessous donne les âges des 150 employés d'une entreprise.



1. Compléter le tableau ci-dessous.

Ages	20 ≤Ages < 24	24 ≤Ages < 28	28 ≤Ages < 32	32 ≤Ages < 36	36 ≤Ages < 40	40 ≤Ages < 44	Total
Centre de la classe	22						
Effectifs							
Fréquences en %							

2. Quel est le pourcentage des employés qui ont strictement moins de 36 ans ?
3. Calculer l'âge moyen d'un employé de cette entreprise.

CORRIGE

Exercice3

1) La population étudiée est les ouvriers de l'entreprise.
   Le caractère étudié est le salaire mensuel des ouvriers.
2) Le nombre d'ouvriers qui gagnent au maximum 40 000fr est : 5+0+10=15
3) Le nombre d'ouvriers qui gagnent un salaire supérieur ou égal à 40 000fr est : 25+15+0+5=45
4) Le nombre d'ouvriers qui gagnent un salaire S tel que 30 000≤S< 50 000 est : 0+10+25+15=50

Exercice 9

▸D'après la légende, 25 % des voitures dans la ville A sont blanches.
Or, la ville A compte 60 000 voitures.
Ainsi, le nombre de voitures blanches dans la ville A est :

$$\frac{25}{100} \times 60000 = 15000.$$

▸De même, d'après la légende, 60% des voitures dans la ville B sont blanches.
Or, la ville B compte 18 000 voitures.
Ainsi, le nombre de voitures blanches dans la ville B est :

$$\frac{60}{100} \times 18000 = 10800.$$

Or, 15 000 > 10 800, donc : il y a plus de voitures blanches dans la ville A que dans la ville B. L'élève a donc tort.

Exercice 10

1. Complétons le tableau :

Ages	20 ⩽Ages < 24	24 ⩽Ages < 28	28 ⩽Ages < 32	32 ⩽Ages < 36	36 ⩽Ages < 40	40 ⩽Ages < 44	Total
Centre de la classe	22	26	30	34	38	42	
Effectifs	12	30	45	36	21	6	150
Fréquences en %	8	20	30	24	14	4	100

2. Pourcentage des employés qui ont strictement moins de 36 ans :
12 + 30 + 45 + 36 = 123 personnes sur 150 au total ont strictement moins de 36 ans.
Cela représente $\frac{123}{150} \times 100$
82 % des personnes ont strictement moins de 36 ans.
3. Calculons l'âge moyen d'un employé de cette entreprise :

$$\frac{22 \times 12 + 26 \times 30 + 30 \times 45 + 34 \times 36 + 38 \times 21 + 42 \times 6}{150} = \frac{4668}{150} = 31,12$$

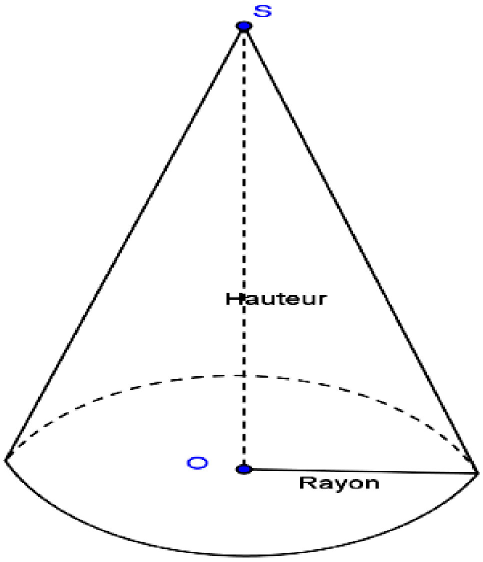
L'âge moyen d'un employé de cette entreprise est d'environ 31 ans.

Chapitre19 : Solides

I)Rappels

1)Cône de révolution

Un cône de révolution est un solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour de l'un des côtés de l'angle droit.



$S_{base}=\pi R^2$

$V_{cône}=\frac{Sb\ X\ h}{3} = \frac{\pi R^2 h}{3}$

2) La pyramide

Les pyramides sont des solides ayant :

-des faces latérales qui sont des triangles

-une base polygonale (triangle ; carré ; …..)

Une pyramide régulière est une pyramide dont la base est un polygone régulier (figure ayant les côtés égaux et inscriptible dans un cercle)

Dans une pyramide régulière la hauteur passe par le centre du cercle circonscrit

<u>II)Application du théorème de Pythagore</u>

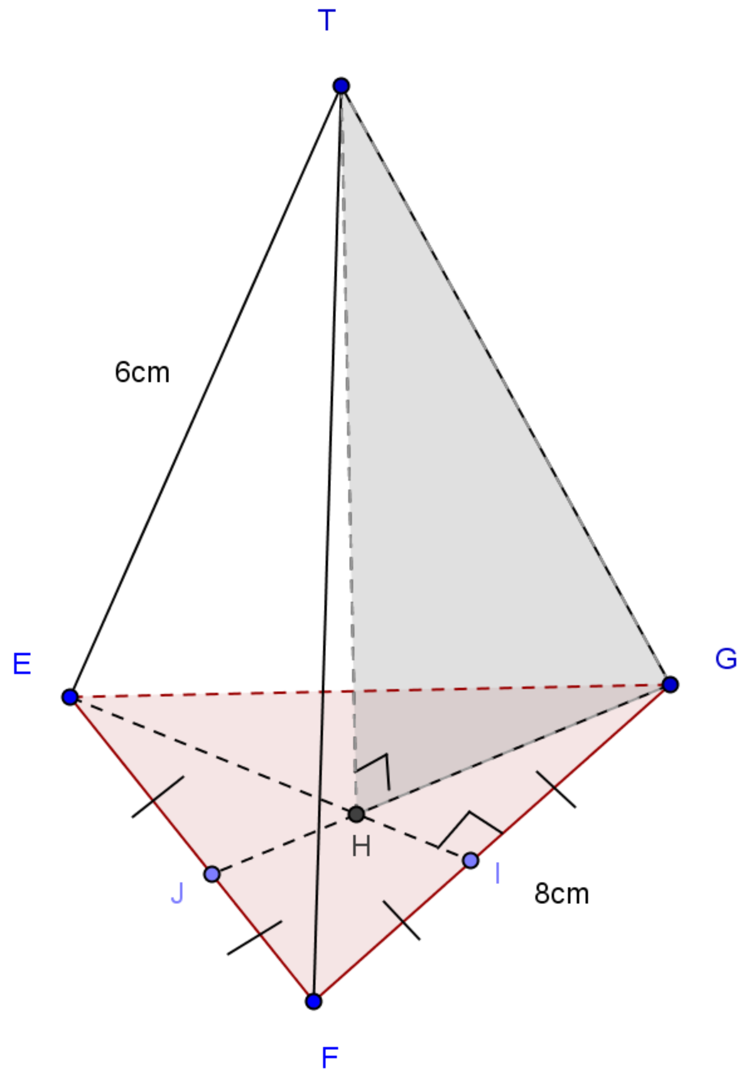
Considérons la pyramide régulière (Base triangle équilatéral de côté 8 cm)

1)En utilisant la trigonométrie dans le triangle GIH rectangle en I ; exprimer cos$\widehat{IGH}$ en fonction de GI et GH

2)(GJ) est la bissectrice de l'angle $\widehat{IGE}$. En dédiure la mesure de $\widehat{IGH}$

3)Sachant que cos 30° =$\frac{\sqrt{3}}{2}$ déduire que GH =$\frac{8\sqrt{3}}{3}$

4)En utilisant le triangle TGH rectangle en H ; montrer que TH =$\frac{2\sqrt{33}}{3}$



Réponse

1)IG=$\frac{8}{2}$ = 4 ; exprimons $\cos\widehat{IGH}$ en fonction de IG et de HG : $\cos\widehat{IGH}=\frac{IG}{HG}$

2)Déduisons la mesure de l'angle $\widehat{IGH}$: $\widehat{IGH}=\frac{\widehat{IGE}}{2} = \frac{60°}{2}$ =30°

3)Déduisons que GH= $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

$\cos\widehat{IGH}=\frac{IG}{HG} \rightarrow$ HG= $\frac{IG}{\cos\widehat{IGH}} = \frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ alors GH= $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

4)Montrons que TH=$\frac{2\sqrt{33}}{3}$

TGH est un triangle rectangle en H alors :

$GH^2 + HT^2 = TS^2$

$HT^2 = TS^2 - GH^2$

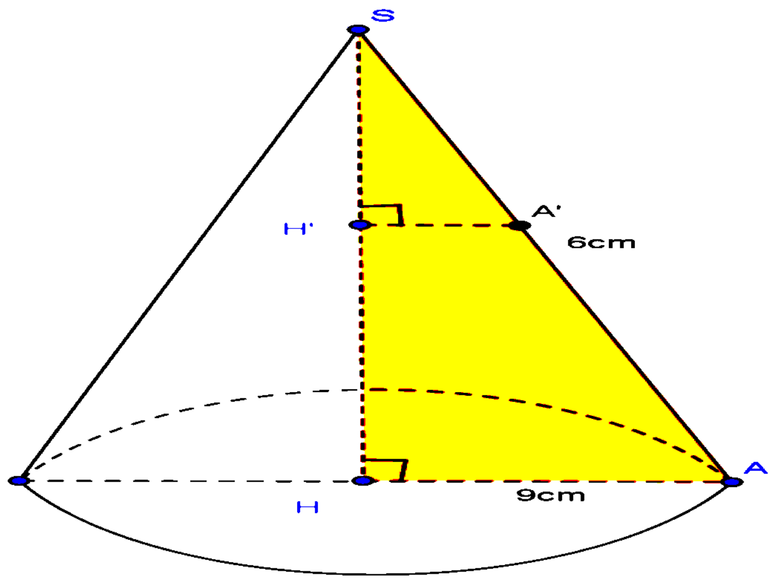
$=6^2 - (\frac{2\sqrt{33}}{3})^2 = 36 - \frac{192}{9} = \frac{324-192}{9} = \frac{132}{9}$ donc TH=$\frac{2\sqrt{33}}{3}$

III)Application du théorème de Thalès

On considère le cône de rayon r=9cm de hauteur SH=6cm de sommet S.

Soit H' un point de [SH] tel que HH' =$\frac{1}{3}$ SH et A' un point de [AS] tel que (AH) //(A'H')

Calculer SH' et A'H'



Réponse

SH'A' et SHA forment une configuration de Thalès alors $\frac{SA'}{SA}=\frac{SH'}{SH}=\frac{A'H'}{AH}$

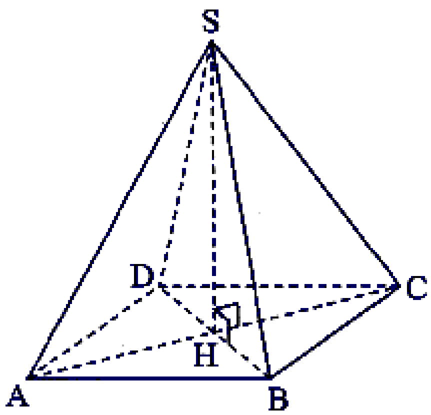
Calculons SH' : SH'= SH – H'H = 6 – 2= 4

Calculons A'H' : $\frac{A'H'}{AH}=\frac{SH'}{SH}$; A'H'= $\frac{SH'}{SH}\times AH$; A'H'= $\frac{4}{6}$ X 9 = 6 alors A'H'=6

EXERCICES

Exercice 1

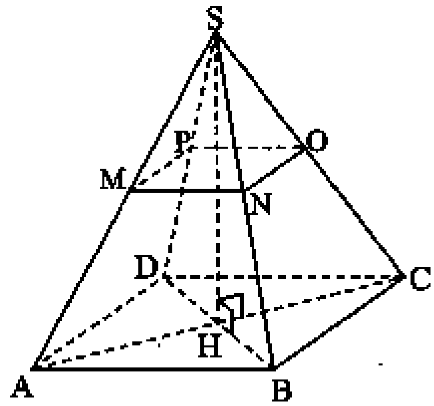
Une pyramide régulière de sommet S a pour base le carré ABCD telle que son volume V est égal à 108 cm^3.
Sa hauteur [SH] mesure 9 cm.



a) Vérifier que l'aire de ABCD est bien 36 cm^2.

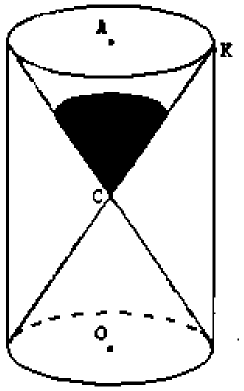
b) En déduire la valeur de AB.

c) Montrer que le périmètre du triangle ABC est égal à 12+6$\sqrt{2}$ cm.



Exercice 2

On considère un sablier composé de deux cônes identiques de sommet C et dont le rayon de la base est AK = 1,5 cm.
Pour le protéger, il est enfermé dans un cylindre de hauteur 6 cm et de même base que les deux cônes.



On note V le volume du cylindre et V_1 le volume du sablier.
Tous les volumes seront exprimés en cm^3.

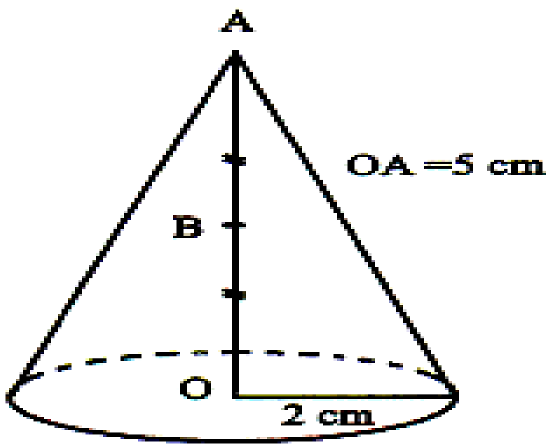
a) Montrer que la valeur exacte du volume V du cylindre est 13,5π.

b) Montrer que la valeur exacte de V_1 est 4,5π.

c) Quelle fraction du volume du cylindre, le volume du sablier occupe-t-il ?
(On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).

Exercice 3

On considère un cône de révolution de hauteur 5 cm et dont la base a pour rayon 2 cm. Le point A est le sommet du cône et O le centre de sa base. B est le milieu de [AO].



1. Calculer le volume du cône en cm^3.
On arrondira à l'unité.
2. On effectue la section du cône par le plan parallèle à la base qui passe par B. On obtient ainsi un petit cône. Est-il vrai que le volume du petit cône obtenu est égal à la moitié du volume du cône initial ?

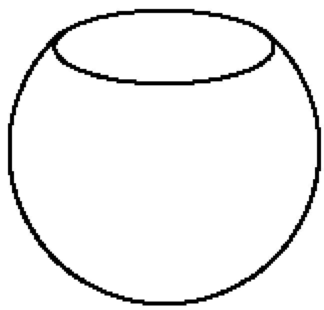
Exercice 4

1. Dessiner un pavé droit en perspective cavalière.
2. Un aquarium a la forme d'un pavé droit de longueur 40 cm, de largeur 20 cm et de hauteur 30 cm.

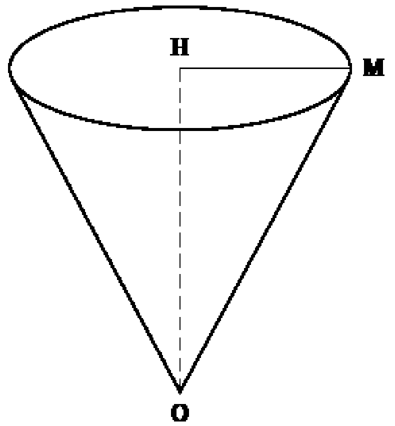
a) Calculer le volume, en cm^3, de ce pavé droit.

b) On rappelle qu'un litre correspond à 1 000 cm^3. Combien de litres d'eau cet aquarium peut-il contenir ?
Aucune justification n'est demandée.

3. Parmi les formules suivantes, recopier celle qui donne le volume, en cm^3, d'une boule de diamètre 30 cm :
$\frac{4}{3} \times \pi \times 30^3$, $4\pi \times 15^2$,
$\frac{4}{3} \times \pi \times 15^3$
4. Un second aquarium contient un volume d'eau égal aux trois quarts du volume d'une boule de diamètre 30 cm.
On verse son contenu dans le premier aquarium. À quelle hauteur l'eau monte-t-elle ? Donner une valeur approchée au millimètre.



Exercice 5



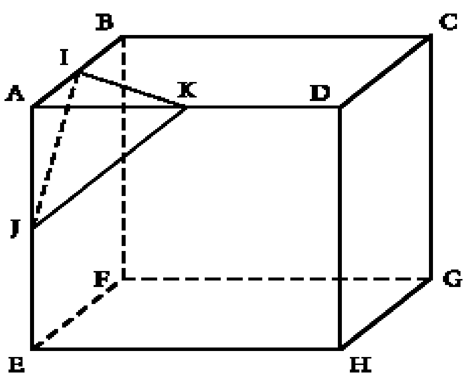
La figure ci-dessus représente un cône de révolution d'axe (OH).

- OH = 5 cm
- l'angle $\widehat{HOM}$ mesure 30°.

1. Dessiner le triangle HOM en vraie grandeur.
2. Dessiner la base du cône en vraie grandeur.
3. Calculer la longueur HM. Donner le résultat arrondi au mm.
4. On verse de l'eau dans le cône jusqu'au quart de sa hauteur. Quel pourcentage du volume total du cône est occupé par l'eau?

Exercice 6

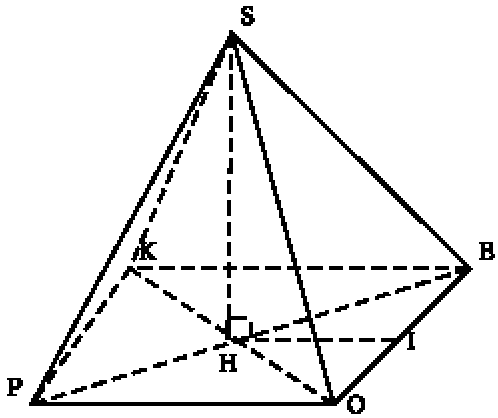
ABCDEFGH est un cube d'arête AB = 12 cm.
I est le milieu du segment [AB] ;
J est le milieu du segment [AE] ;
K est le milieu du segment [AD]·



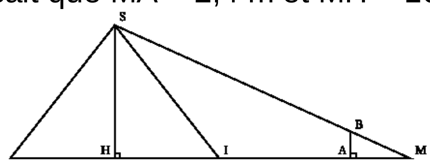
1. Calculer l'aire du triangle AIK.
2. Calculer le volume de la pyramide AIKJ de base AKI.
3. Quelle fraction du volume du cube représente le volume de la pyramide AIKJ ? Écrire le résultat sous forme d'une fraction de numérateur 1.
4. Tracer le patron de la pyramide AIKJ.

Exercice 7

KEOP est un carré de centre H et de côté 230 m. [SH] est la hauteur de cette pyramide.



1. Soit I le milieu de [OE]. Calculer HI.
2. On se place à l'extérieur de la pyramide et on plante verticalement un bâton représenté par le segment [AB] de 2 m de façon à ce que les points M, B, S et M, A, H soient alignés.
On sait que MA = 2,4 m et MH = 165 m



a) Justifier que (HS) et (AB) sont parallèles.
b) Écrire l'égalité des rapports provenant de la propriété de Thalès dans le triangle MHS.
c) En déduire que la hauteur SH de la pyramide mesure 137,5 m.
3. Calculer le volume de cette pyramide. Arrondir le résultat au m^3.

Exercice 8

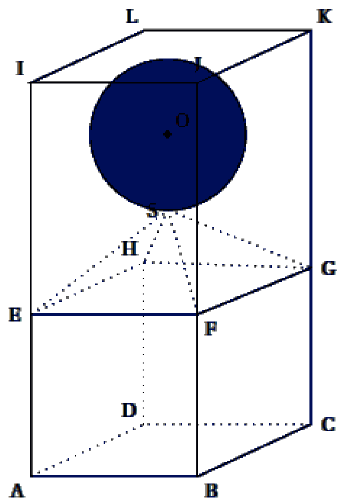
On considère les trois solides suivants :

► la boule de centre O et de rayon SO tel que SO = 3 cm
► la pyramide SEFGH de hauteur 3 cm dont la base est le carré EFGH de côté 6 cm
► le cube ABCDEFGH d'arête 6 cm.

Ces trois solides sont placés dans un récipient.
Ce récipient est représenté par le pavé droit ABCDIJKl de hauteur 15 cm dont la base est le carré ABCD de côté 6 cm.

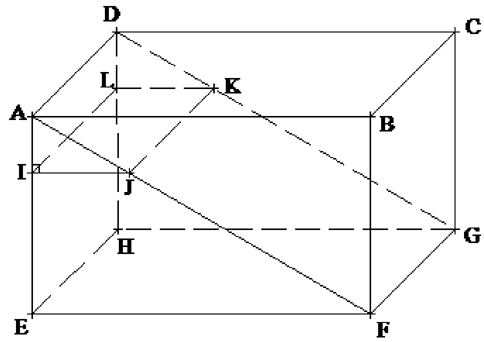
1. Calculer le volume du cube ABCDEFGH en cm^3.
2. Calculer le volume de la pyramide SEFGH en cm^3.
3. Calculer le volume de la boule en cm^3.(on arrondira à l'unité près)
4. En déduire le volume occupé par les trois solides à l'intérieur du pavé ABCDIJKl en cm^3.
5. Pourra t-on verser dans ce récipient 20 cl d'eau sans qu'elle ne déborde ?

Schéma :



Exercice 9

L'unité est le centimètre.
ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.
Dans ce parallélépipède, on a construit le prisme droit AIJDLK dont une base est le triangle AIJ rectangle en I.



On donne : EF = 9 ; AD = 7 ; AE = 6 ; AI = 2.
Les droites (EF) et (IJ) sont parallèles.
(La figure n'est pas en vraie grandeur).

1. Montrer que IJ = 3.
2. Calculer AJ en justifiant et arrondir au dixième.

CORRIGE

Exercice 1

a) On sait que le volume de la pyramide est de 108 cm^3, donc :
L'aire de ABCD est de 36 cm^2.
b) L'aire du carré ABCD est donné par : AB^2.
Donc : $AB^2 = 36$, soit AB = 6 cm

c) Déterminons AC : dans le triangle ABC rectangle en B, on applique le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$AC^2 = 6^2 + 6^2$$
$$AC^2 = 72$$
$$AC = \sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$$

Périmètre du triangle ABC :
$$AB + BC + AC = 6 + 6 + 6\sqrt{2} = 12 + 6\sqrt{2}$$

Le périmètre du triangle ABC est égal à $12+6\sqrt{2}$cm.

Exercice 2

a) $V = \pi R^2 h = \pi\times AK^2 h = \pi\times 1{,}5^2\times 6 = 13{,}5\pi$
Donc : $V = 13{,}5\pi$ cm^3
b) Le sablier est composé de deux cônes identiques, donc :
$V_1 = 2\times\frac{\pi AK^2\times AC}{3} = 2\times\frac{\pi\times 1{,}5^2\times 3}{3} = 4{,}5\pi$
Donc : $V_1 = 4{,}5\pi$ cm^3
c) On cherche le nombre k(en écriture fractionnaire) tel que $V_1 = kV$. Donc :
Le sablier occupe donc $\frac{1}{3}$ du cylindre.

Exercice 3

1.
$$V = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi\times 2^2\times OA}{3} = \frac{\pi\times 4\times 5}{3}$$

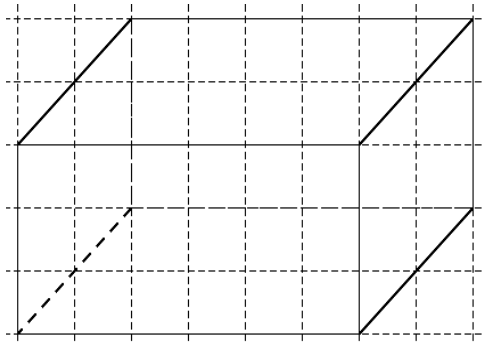
Le volume du cône est d'environ 21 cm³ (valeur arrondie à l'unité).
2. Le point B est le milieu du segment [OA], donc AB = $\frac{1}{2}$AO
Calculons le rayon r du petit cône.

On a : $\frac{R}{OA} = \frac{r}{AB} \Leftrightarrow r = \frac{R\times AB}{OA} = \frac{R\times(\frac{1}{2}OA)}{OA} = \frac{1}{2}\boldsymbol{R}$.

Le volume v du petit cône est
$v = \frac{\pi\times(\frac{1}{2}R)^2\times(\frac{1}{2}h)}{3} = \frac{\frac{1}{8}\pi R^2 h}{3} = \frac{1}{8}V$
$v = \frac{1}{8}V \neq \frac{1}{2}V$ donc le volume du petit cône obtenu n'est pas égal à la moitié du volume du cône initial.

Exercice 4

1.



2. a)
$$\mathcal{V} = L\times\ell\times h = 40\times 20\times 30 = 24\,000$$

Le volume du pavé droit est de 24 000 cm³.
2. b) 1 L = 1 000 cm³, donc 24 000 cm³ = 24 L.
L'aquarium peut contenir 24 litres.
3. Le volume d'une boule de diamètre 30 cm (donc de rayon 15 cm) est donnée par :
$$\frac{4}{3}\times\pi\times R^3 = \frac{4}{3}\times\pi\times 15^3$$
4. Les $\frac{3}{4}$ du volume d'une boule de diamètre 30 cm correspondent à :
$$\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}\times\pi\times 15^3 = \pi\times 15^3.$$
On verse son contenu dans le premier aquarium. On cherche à quelle hauteur h l'eau monte :
L'eau monte à environ 13,3 cm (valeur approchée au mm).

Exercice 5

2. La construction demandée est celle d'un cercle de rayon HM.
Le calcul du rayon étant demandé dans la question suivante, on se contentera ici de reporter la longueur HM sur le dessin de la question 1.
3. On sait que dans le triangle OHM rectangle en O, ainsi ,

$$HM = \tan\left(\widehat{HOM}\right) = \tan(30°) \times 5 = 2,$$

HM≈ $\mathbf{2,9\ cm}$.
4. Le volume total du cylindre est

$$V_{tot} = \frac{1}{3}\pi \times HM^2 \times OH = \frac{1}{3}\pi \times (2,9)^2 \times 5 \simeq$$

soit 44 cm^3.
Si l'on remplit le cylindre au quart, le volume est alors soit environ 0,7 cm^3.
Le pourcentage du volume total du cylindre occupé par l'eau est donc

$$\frac{V_{1/4}}{V_{tot}} \times 100 = \frac{0,7}{44} \times 100 \simeq 1,6$$

<u>Exercice 6</u>

1. I est le milieu de [AB] donc AI=6cm,
K est le milieu de [AD] donc AK=6cm.

$$\mathcal{A}_{AIK} = \frac{AI \times AK}{2} = \frac{6 \times 6}{2} = 18\ \text{cm}^2$$

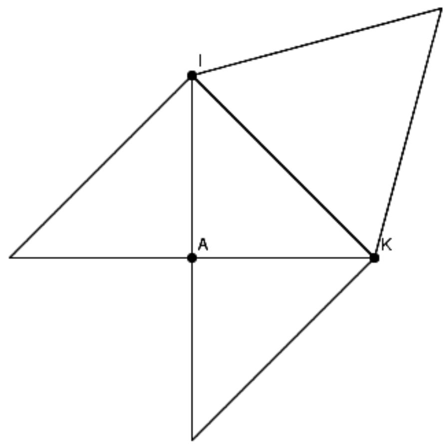
2. J est le milieu de [AE] donc AJ=6cm.

$$\mathcal{V}_{AIKJ} = \frac{\mathcal{A}_{AIK} \times AJ}{3} = \frac{18 \times 6}{3} = 36\ \text{cm}^3$$

.
3. Le cube a un volume de $AB^3 = 12^3 = 1728\ \text{cm}^3$.
Le volume de la pyramide représente $\frac{36}{1728} = \frac{1}{48}$ du volume du cube.

4.

Patron de la pyramide AIKJ :



Exercice7

1. Calculons OH^2 :
H est le centre du carré KEOP, donc OHE est rectangle en H. D'après le théorème de Pythagore, on a :
$OE^2=OH^2+HE^2=2OH^2$ donc $OH^2 = \frac{\boldsymbol{OH^2}}{\mathbf{2}}$ = 26450
Calculons HI :
OIH est un triangle rectangle en I donc d'après le théorème de Pythagore, on a :
$OH^2 = HI^2 + OI^2$ signifie que
$HI^2 = OH^2 - OI^2 = 26450 - \left(\frac{\mathbf{230}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{2}}$
=13225 donc HI =115
2. a) On sait que (SH)⊥(MH) et (AB)⊥(MH)
Or si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors ces deux droites sont parallèles entre elles.
Donc (SH)//(AB).
b) Les droites (BS) et (AH) sont sécantes en M. Les droites (SH) et (AB) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{MB}{MS} = \frac{MA}{MH} = \frac{BA}{SH}$$

2. c) De l'égalité: $\frac{\boldsymbol{MA}}{\boldsymbol{MH}} = \frac{\boldsymbol{BA}}{\boldsymbol{SH}}$ on déduit

$$SH = \frac{MH \times BA}{MA} = \frac{165 \times 2}{2,4} = 137,5\ \text{m}$$

3.
$$V = \frac{OE^2 \times SH}{3} = \frac{52\ 900 \times 137,5}{3} \approx 2\ 4$$

Exercice 8

1)Le volume du cube ABCDEFGH est :
$$\mathcal{V}(ABCDEFGH) = 6^3 = 216$$

soit 216 cm^3.
2. Le volume de la pyramide SEFGH est :

$$\mathcal{V}(SEFGH) = \frac{1}{3} \times h \times B$$, où h est la hauteur de la pyramide d'où

$$\mathcal{V}(SEFGH) = \frac{1}{3} \times 3 \times 6^2 = 36$$

soit 36 cm^3.
3. Le volume de la boule est par définition :

$$\mathcal{V}_{boule} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$, où r est le rayon de la boule donc

$$\mathcal{V}_{boule} = \frac{4\pi}{3} \times 3^3 = 36\pi = 113,09..$$

soit environ 113 cm^3 (arrondi à l'unité près).
4. Le volume occupé par les trois solides à l'intérieur du pavé ABCDIJKL est :
$$\mathcal{V}_{sol} = \mathcal{V}(ABCDEFGH) + \mathcal{V}(SEFGH) +$$

soit 365 cm^3.
5. Le volume total du pavé ABCDIJKL est :
$$\mathcal{V}_{tot} = AB \times BC \times AI = 6 \times 6 \times 15 = 54$$
soit 540 cm^3.
Ainsi, le volume restant inoccupé dans le pavé est :
$$\mathcal{V}_{tot} - \mathcal{V}_{sol} = 540 - 365 = 175$$

soit 175 cm^3.
Enfin, comme 1 dm^3 = 1 L, on a 1 cm^3 = 10^{-3} dm^3 = 10^{-3} L = 0,1 cl.
Autrement dit, 175 cm^3 = 17,5 cl, où 17,5 < 20 : donc on ne peut pas verser 20 cl d'eau dans le récipient sans que celle-ci ne déborde.

Exercice 9

1)Montrons que IJ = 3 :
Les droites (IE) et (JF) sont sécantes en A, les droites (IJ) et (EF) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :
$$\frac{\mathrm{AI}}{\mathrm{AE}} = \frac{\mathrm{AJ}}{\mathrm{AF}} = \frac{\mathrm{IJ}}{\mathrm{EF}}$$
Donc :
$$\frac{2}{6} = \frac{\mathrm{AJ}}{\mathrm{AF}} = \frac{\mathrm{IJ}}{9}$$
on en déduit que :
$$\mathrm{IJ} = \frac{2 \times 9}{6} = 3$$
Donc : le segment [IJ] mesure 3 cm.
2. Calculons AJ :
Dans le triangle AIJ rectangle en I, on applique le théorème de Pythagore :
AJ^2 = AI^2 + IJ^2
Donc : AJ^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13
Donc : AJ = $\sqrt{13}$cm
Donc : AJ $\approx$3,6 cm (arrondi au dixième).

Recueil de suiets

Lycée Privé Aissa

Lycée Sainte Marie Année scolaire 2013-2014
Lycée départemental de GUIBA Date :12/11/2013
Classes : 3è I ; 3è II et 3è B Durée :2h00
Prof :M . **SAVADOGO et M. DAYAMBA** Coef : 05

DEVOIR n°1 DE MATHEMATIQUES

1) Ecrire sous forme d'inégalité les ensembles suivants : (2pts)
   a) x$\in$ $]-\infty;3[\cap[0;+\infty[$ b) x$\in$ $]1;+\infty[\cup\left[\frac{-7}{4};4\right]$

2) Sachant que 4 < x < 5 et 1 < y < 2
   a) Donner un encadrement de : $\frac{x}{y}$; 2x + 5y. (2 pts)
   b) Encadrer x sachant que (3pts)
   -4 < 2-3x < -3 ; 3 < $\frac{x}{2}$ - 1 < 4 ; $\frac{3}{2}<\frac{4x-3}{2}<3$

3) Ecrire sans le symbole de la valeur absolue
   A = $|4x+8|\ +|-2x-6|$ (1pts)

4)Ecrire sous la forme u$\sqrt{v}$ (u $\in \mathbb{Z}$ et $v \in \mathbb{Z}^+$) les nombres suivants (2pts)
   A $=\frac{\sqrt{2^3\times5^3}\times\sqrt{7^4}}{\sqrt{98}}$
   B $=\sqrt{\frac{3}{4}}-\frac{1}{2}\sqrt{12}+4\sqrt{27}-2\sqrt{\frac{3}{16}}$

5) Resoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes: (2pts)
   a) x^2-98=0 b) x^2+3=0 c)$\sqrt{(x-2)^2}=|2x+6|$

6) Rendre rationnels les dénominateurs des écritures fractionnaires suivantes : (2pts)
   E $=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$; F $=\frac{3}{\sqrt{5}\mp\sqrt{2}}-\frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$.

7) Démontrer que les réels 3 - $2\sqrt{2}$ et $3+\ 2\sqrt{2}$ sont inverses l'un de l'autre (1pt)

8) Soit X = $3\sqrt{2}$ - $2\sqrt{5}$
   a) Comparer $3\sqrt{2}$ et $2\sqrt{5}$ puis en déduire le signe de X. (1pt)
   b) Calculer X² et en déduire l'écriture simplifiée de Y = $\sqrt{38-12\sqrt{10}}$. (1pt)

9) Soit ABCD un parallélogramme, E et F les points tels que : $2\overrightarrow{AE}$ = - $\overrightarrow{AD}$ et $2\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{BA}$
   a) Que peut-on dire des points C ; A et F ? justifier.(1pt)
   On donne $\vec{u}\neq\vec{0}$, $\overrightarrow{AB}$= $3\vec{u}$, $\overrightarrow{BC}$ = $7\vec{u}$
   b)Que peut-on dire de A ; B et C ? (1pt)
   c)Soit D tel que $\overrightarrow{CD}$ = x$\vec{u}$. Déterminer x pour que A soit le milieu du segment [CD] (1pt)

LYCEE PRIVE SAINT GABRIEL ANNEE SCOLAIRE 2013-2014
CLASSE : 3eme 1 DATE :
24 /10/2013
PROF : M.TIEMTORE DUREE : 2H

Devoir n°2 de mathématiques

EXERCICE1 (8pts)

5) Choisir la bonne réponse : (1,5pts)
   -si 11$< 3x - 3 < 12$ alors a) $\frac{14}{3} < x < 5$ b) $\frac{11}{3} < x < 4$ c) $\frac{8}{3} < x < 3$
   -si 1$< -4x + 3 < 2$ alors a) $\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{-4} < x < -1$ c) 1$< x < \frac{5}{4}$
   2-si -4$< \frac{9+x}{2} < -3$ alors a) -17$< x < -15$ b) 1$< x < 2$
   c) -11$< x < \frac{-21}{2}$
6) Ecrire sous forme d'intervalles les ensembles suivants: (1pt)
   c) L'ensemble des réels x tel que $-9 < x \leq 2$
   d) L'ensemble des réels x tel que $x \geq -2$
7) Représenter sur une droite graduée et écrire plus simplement : (2pts)
   c) x$\in$ $]-\infty; 3[\cap [0; +\infty[$ b) x$\in$ $]1; +\infty[\cup \left[\frac{-7}{4}; 4\right]$
8) traduire à l'aide d'inégalité les ensembles suivants (1,5pts)
   c) x $\in]-\infty; 3]$ b) x $\in [4{,}28 ; 4{,}3]$ c) y $\in$ [-3 ;+∞[
9) sachant que 1,5$\leq x \leq 1{,}6$ et $0{,}5 \leq y \leq 1{,}4$
   Donner un encadrement de x+y ; -2x+y ; $\frac{x-y}{2}$ (1,5pt)

EXERCICE2 (4pts)

Ecrire sans le symbole de valeur absolue : A=$|-2x + 1|$ B=$|2x + 4| + |x - 3|$ C=$|-3x + 2|$ +2x+1

EXERCICE3 (8pts)

1) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a e b des entiers relatifs. (4pts)
   A=$\sqrt{10800}$ B=$3\sqrt{27} \times 2\sqrt{15}$ C= $\sqrt{27} - 8\sqrt{3} + \sqrt{75} - \sqrt{108} + \sqrt{300}$ D $= \frac{\sqrt{2^3 \times 5^3} \times \sqrt{7^4}}{\sqrt{98}}$ E=$\left(1 - 2\sqrt{2}\right)^2 + \left(3 - \sqrt{2}\right)^2$
2) Ecrire sans radical au dénominateur. A=$\frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ $B = \frac{7}{3+\sqrt{2}}$ $C = \frac{\sqrt{7}+2\sqrt{5}}{\sqrt{7}-2\sqrt{5}}$ (2pts)
3) On donne A= $7 - 4\sqrt{3}$
   a) Comparer 7 et $4\sqrt{3}$ en déduire le signe de A (1pt)
   b) Calculer A^2 (0,5pt)
   c) En déduire une écriture simplifiée de B=$\sqrt{97 - 56\sqrt{3}}$ (0,5pt)

LYCEE MUNICIPAL DE MANGA ANNEE SCOLAIRE 2013-2014
CLASSE : 3eme 1 DATE : 04 /11/2013
PROF : M.TIEMTORE DUREE : 2H

Devoir n°3 de mathématiques

EXERCICE1 (6,5pt)

1) Trouver un encadrement de x sachant que : **1,5pt**

a) $-5 < 4x + 1 < 2$ $b) -6 < 4 - 8x < -1$ $c)\ 3 < \frac{-9+x}{2} < 4$

2) Sachant que 2,4$< a < 2{,}5 \quad et\ 1{,}6 < b < 1{,}7$ donner un encadrement de :
$a + b$; $-4a + b \quad et\ \frac{a-2b}{2}$ **1,5pt**
3) Ecrire sous forme d'intervalles : **1pt**
   a) L'ensemble des réels x tels que : $-3 \leq x < 5$
   b) L'ensemble des réels x tels que : $x < 1$
4) Traduire à l'aide d'inégalités : **1,5pt**
   a) $x\epsilon]-\infty; 4]$ b) $x\ \epsilon\ ]-2; 4[$ $c)\ y\epsilon]-3; +\infty[$
5) Représenter sur une droite graduée et écrire plus simplement : **2pts**
   a) $x\epsilon \left]-\infty; \frac{11}{2}\right] \cup]-8; 6]$ $b)\ x\epsilon [-3; +\infty[\cap]-5; 2[$

EXERCICE2 (4pts)

Ecrire sans le symbole de valeur absolue
A=$|2x + 7|$ B=$|-3x + 6| + 2x + 1$ $C = |-3x + 2| + |2x - 5|$

EXERCICE3 (9,5pt)

1) Ecrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des entiers relatifs **(5pts)**

A=$\sqrt{4050}$ $B = 3\sqrt{27} \times 2\sqrt{15}$ $C = \frac{\sqrt{50}-\sqrt{18}+\sqrt{200}}{\sqrt{8}-\sqrt{2}}$ $D = \left(1 - \sqrt{3}\right)^2 - 2\sqrt{12}$

E=$2\sqrt{242} - 5\sqrt{162} + \sqrt{128}$ F=$26\sqrt{\frac{5}{169}} - \sqrt{20} + 3\sqrt{5} - \sqrt{80}$

2) Ecrire les expressions suivantes sans radical au dénominateur **(2,5pts)**

A=$\frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $B = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-1}$ C=$\frac{4-2\sqrt{11}}{2+\sqrt{11}}$

3) On donne X=$3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$
   a) Comparer $3\sqrt{2}\ et 2\sqrt{5}$ en déduire le signe de X **(1pt)**
   b) Calculer X^2 en déduire une écriture simplifiée de Y=$\sqrt{38 - 12\sqrt{10}}$ **1pt**

LYCEE MUNICIPAL DE MANGA ANNEE SCOLAIRE 2013-2014
CLASSE : 3eme 1 DATE : 02 /12/2013
PROF : M.TIEMTORE DUREE : 2H

Devoir n°4 de mathématiques

(Cette épreuve comporte deux parties indépendantes à traiter obligatoirement.)

PREMIERE PARTIE (11pts)

(Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes)

8) Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$. ***(2pts)***
A=$2\sqrt{242} - 5\sqrt{162} + \sqrt{128}$ B=$\frac{5}{1-\sqrt{3}} - \frac{5}{1+\sqrt{3}}$
9) On donne f(x)=$\sqrt{(1-x)^2} - \sqrt{(4x+3)^2}$
   c) Ecrire f(x) sans radical ***(1pt)***
   d) Ecrire f(x) sans symbole de valeur absolue **(1,5pt)**
10) Donner une écriture simplifiée de $(2-\sqrt{3})(3+\sqrt{2}) - (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$ ***(1pt)***
11) Montrer que $(2-\sqrt{7})^2 = 11 - 4\sqrt{7}$. En déduire une écriture simplifiée de A=$\sqrt{11 - 4\sqrt{7}}$ ***(1pt)***
12) On donne A (-1 ;-4) ; B (1 ;-1) et C (3 ; 2). Démontrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires qu'en déduit-on pour A ; B et C ? ***(1,5pt)***
13) Dans le plan muni d'un repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ on donne : $\overrightarrow{AB} = 4\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}$ et$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-1\\ \frac{3}{4}\end{pmatrix}$.
Sans faire de figure démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles. ***(1pt)***
14) Dans le plan muni d'un repère (O ; $\vec{\imath};\vec{\jmath}$)On donne : A (-1 ;3) B(7 ;-6) C(x ;y) et D(-3 ;4).
   c) Déterminer les coordonnées de$\overrightarrow{AB}$ *et de* $2\overrightarrow{AB}$. ***(1pt)***
   d) Déterminer les coordonnées (x ; y) de D pour que $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$ ***(1pt)***

DEUXIEME PARTIE *(09pts)*

(Dans cette partie I et II sont indépendantes)

I- Soit un triangle OBC tel que OB=6cm ; OA=5cm et AB 4cm.
   a) Faire une figure **(1pt)**
   b) Placer les point M et N tels que $\overrightarrow{OM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OA}$ *et* $\overrightarrow{ON} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OB}$ **(1pt)**
   c) Trouver le réel k tel que$\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{AB}$. **(1pt)**
   d) Donner en justifiant la position relative de (MN) et (AB) **(1pt)**

II- Soit $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ un repère du plan placer les points A (2 ; 3) ; B (-4 ; 2) et C (0 ; 5)
   a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et$\overrightarrow{AC}$. ***(1pt)***
   b) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ *et* $\overrightarrow{OC}$ *en fonction de* $\vec{\imath}$ *et* $\vec{\jmath}$ **(1pt)**
   c) Calcule les coordonnées de M et N milieux respectifs de [AB] et [AC] ***(1pt)***
   d) Calculer les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme ***1pt***

   Figure ***1pt***

Année scolaire 2013-2014

Lycée départemental de GUIBA Date :04/12/2013

Classes : 3èB Durée :2h00

Prof :M . **SAVADOGO** Coef : 05

DEVOIR n°5 DE MATHEMATIQUES

Exercice n°1(7points)

1)Résoudre dans ℝ les équations suivantes :

a) $\frac{x}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{x}$ b) $(2x-1)^2 = -9$

2) Simplifier les expressions

$A = \sqrt{31+\sqrt{28-\sqrt{7+\sqrt{4}}}}$ $B = \sqrt{17+12\sqrt{2}}.\sqrt{17-12\sqrt{2}}$

3) Rendre les dénominateurs rationnels :

$E = \frac{\sqrt{5}+3\sqrt{2}}{\sqrt{5}-3\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{5}-3\sqrt{2}}{\sqrt{5}+3\sqrt{2}}$; $F = \frac{3-2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$.

4)Ecrire sans le symbole de la valeur absolue l'expression

$F(x) = |5x+4| - 2|3-2x|$

Exercice n°2 (2points)

Un père a 35 ans et ses enfants, 5 et 8 ans.

Dans combien d'années, l'âge du père sera-t-il égal à la somme des âges de ses deux enfants ?

Exercice n°3 (11points)

1) On pose $A(x) = (2x - \sqrt{3})^2 + 2(2x - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3})^2$
   a) Factoriser A(x).
   b) Résoudre dans ℝ $A(x) = 4$; $\sqrt{A(x)} = 3x+2$

2)Soit la fonction polynôme définie dans ℝ par :

$f(x) = (2x-3)^2 - (x-2)(4x-3) - 2(2x-3)$

d) Développer, réduire et ordonner $f(x)$ suivant les puissances décroissantes de x.

e) Calculer $f(\sqrt{2})$ puis donner un encadrement de $f(\sqrt{2})$ à 10^{-2} près sachant que
$1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$.

f) Résoudre dans ℝ l'inéquation $[f(x) - 5]^2 \leq 16$.

3) f et g sont deux applications définies dans ℝ par :
   $f(x) = (2x+1)^2 - (-x+3)^2$.
   $g(x) = x^2 - 16 - (2x+8)(-2x+1)$
   d) Développer et réduire $f(x)$ et $g(x)$.
   e) Mettre $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de polynômes de premier degré
   f) Résoudre dans ℝ l'équation $f(x) = g(x)$ puis l'inéquation $f(x) \geq 0$

LYCEE PRIVE SAINT GABRIEL ANNEE SCOLAIRE 2013-2014
CLASSE : 3eme 1 DATE : 16 /11/2013
PROF : M.TIEMTORE DUREE : 2H

Devoir n°6 de mathématiques

EXERCICE1 (5,5pt)

1) On donne A (4 ; 6) ; B (10 ;-8) et $\overrightarrow{CD}$=-$\frac{3}{2}\vec{\imath}+\frac{7}{2}\vec{\imath}$. Sans faire une figure démontrer que $\overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD}$ sont colinéaires. (1,5pts)
2) On donne A(-4 ;1) ; B(1 ;4) et C(-2 ;-2)
   a) Calculer les coordonnées des vecteurs$\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC} et\ \overrightarrow{AC}$. (1,5pt)
   b) Calculer les coordonnées de :$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$; $-\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ et 3$\overrightarrow{AB}+\frac{\vec{5}}{3}\overrightarrow{BC}$ (1,5pts)
   c) Calculer les coordonnées de M tels que $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{BC}$ (1pt)

EXERCICE1 (3,5pts)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ *:* a) x^2-64=0 b) x^2+25=0 (1pt)
2) Ranger dans l'ordre croissant les réels suivants : $3\sqrt{2}$; $\sqrt{19}$; $2\sqrt{5}\ et\ \sqrt{17}$ (1pt)
3) Sachant que 3,14$<\pi<3{,}15$ trouver un encadrement de l'air d'un disque de rayon 5cm. (1,5pt)
4) Ecrire sans radical au dénominateur $\frac{\sqrt{2}-5}{3\sqrt{3}+3\sqrt{2}}$ (1pt)

EXERCICE3 *(9pt)*

Dans le plan muni d'un repère cartésien (O ; $\vec{\imath};\vec{\jmath}$)placer les points A (2 ; 1), B (-3 ; 2) et C (-1 ;-3) on complètera la figure au fur et à mesure

1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ *1pt*
2) Calculer les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme et calculer les coordonnées de son centre noté I *1,5pt*
3) Calculer en utilisant une égalité vectorielle :
   a) Les coordonnées du point E symétrie de A par rapport à O *0,75pt*
   b) Les coordonnées du point F image de D dans la translation du vecteur $\overrightarrow{CA}$ *0,75pt*
4) a) Montrer que A, B et F sont alignés 1pt
   b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{CD}\ et\ \overrightarrow{BF}$sont colinéaires. Donner alors la position relative de (CD) et (BF) 1pt
   c) les vecteurs $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{DF}$sont-ils colinéaires ? justifier la réponse 1pt

Fig.=2pt

LYCEE MUNICIPAL DE MANGA ANNEE SCOLAIRE 2012-2013
CLASSE : 3eme 1 DATE : 04 /12/2012

PROF : M.TIEMTORE DUREE : 2H

Devoir n°7 de mathématiques

EXERCICE1 (6pt)

1) Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des entiers où b est le plus petit possible
A=$\sqrt{12}+5\sqrt{3}-2\sqrt{75}$ **(0,75pt)** B=$\sqrt{27}-8\sqrt{3}+\sqrt{300}$ **(0,75pt)**
C=$26\sqrt{\frac{5}{169}}-\sqrt{20}+3\sqrt{5}-\sqrt{80}$ **(1pt)**
2) Soient les réels X et Y tels que X=$(3-\sqrt{5})^2$ et Y=$\sqrt{3}-2\sqrt{5}$
   a) Calculer X **(0,5pt)**
   b) Comparer $\sqrt{3} et\ 2\sqrt{5}$ déduire le signe de Y. calculer ensuite Y^2 **(1pt)**
   c) En utilisant les questions précédentes donner une écriture simplifiée de A=$\sqrt{14-6\sqrt{5}}$ et B=$\sqrt{23-4\sqrt{15}}$ **1pt**

EXERCICE2 (5pts)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$*(2pt)*

a) $(x+2)^2=9$ b) $x^2-64=0$ c) $x^2+25=0$ d) $x^2-2\sqrt{5}x+5=0$

b) Ecrire sans radical au dénominateur$\frac{5}{1-\sqrt{3}}-\frac{5}{1+\sqrt{5}}$ *1pt*

2) a)Ecrire D=$\frac{5-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+1}$ sans radical au dénominateur *1pt*

c) Donner un encadrement à 10^{-2}près de D sachant que $1{,}732<\sqrt{3}<1{,}733$ *1pt*

EXERCICE3 *(9pt)*

Dans le plan muni d'un repère cartésien (O ; $\vec{\imath};\vec{\jmath}$)placer les points A (2 ; 1), B (-3 ; 2) et C (-1 ;-3) on complètera la figure au fur et à mesure

5) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ *1pt*
6) Calculer les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme et calculer les coordonnées de son centre noté I *1,5pt*
7) Calculer en utilisant une égalité vectorielle :
   d) Les coordonnées du point F symétrie de A par rapport à O *0,75pt*
   e) Les coordonnées du point F image de D dans la translation du vecteur $\overrightarrow{CA}$ *0,75pt*
8) a) Montrer que A, B et C sont alignés 1pt
   b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{CD}\ et\ \overrightarrow{BF}$ sont colinéaires. Donner alors la position relative de (CD) et (BF) 1pt
   f) les vecteurs $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{DF}$sont-ils colinéaires ? justifier la réponse 1pt.Fig.=2pt

LYCEE PRIVEE SAINT GABRIEL ANNEE SCOLAIRE 2013-2014
CLASSE : 3eme DATE : 04 /12/2013
PROF : M.TIEMTORE DUREE : 2H

COMPOSITION DU 1er TRIMESTRE

Epreuve de mathématiques

(Cette épreuve comporte deux parties indépendantes à traiter obligatoirement.)

PREMIERE PARTIE (9,5pts)

(Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes)

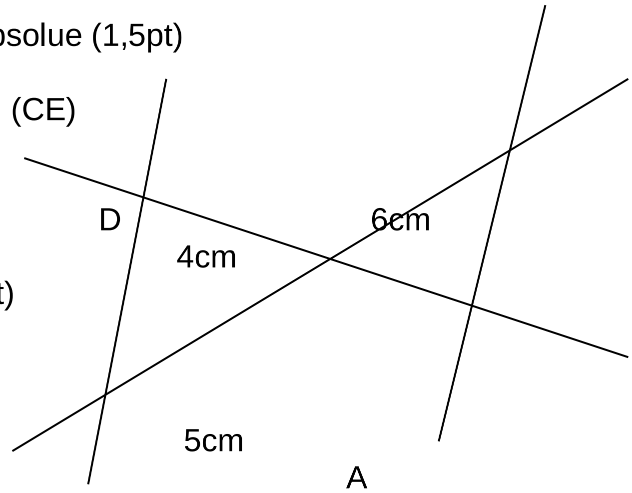
15) Sur une droite graduée, placer les points A (-4) ; B(5) ; C $(\frac{11}{2})$ D $(\frac{-5}{2})$ (1pt)
   a) Calculer AB et AC (1pt)
   b) Représenter sur cette droite l'ensemble des réels x tels que : $-4 < x \leq \frac{5}{4}$ (1pt)

16) Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$. (2pts)
   A=$2\sqrt{242} - 5\sqrt{162} + \sqrt{128}$ B=$\frac{5}{1-\sqrt{3}} - \frac{5}{1+\sqrt{3}}$

17) On donne f(x)=$\sqrt{(1-x)^2} - \sqrt{(4x+3)^2}$
   e) Ecrire f(x) sans radical (1pt)
   f) Ecrire f(x) sans symbole de valeur absolue (1,5pt)

18) Soit la figure suivante on donne : (AD) ∥ (CE)
   DB=4cm; AB=5cm et BC=6cm BE=x
   C

   a) Calculer le rapport de projection de (AB) sur (BE) parallèlement à (CE) (1pt)
   B x
   b) En déduire la valeur de x (1pt)
   E



(Cette figure est à titre indicatif et on ne de la reproduire)

DEUXIEME PARTIE *(10,5pts)*

(Dans cette partie I et II sont indépendantes)

I. Dans le plan muni d'un repère (O ;$\vec{\imath}$;$\vec{\jmath}$). On donne les points A, B et C tels que $\overrightarrow{OA} = \vec{\imath} - \vec{\jmath}$ $\overrightarrow{OB} = 3\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$ $\overrightarrow{OC} = 7\vec{\jmath}$ *(Figure non obligatoire)*
   1) Donner les coordonnées de A, B et C ***(1,5pt)***
   2) Calculer les coordonnées de I milieu de [AC] ***(1pt)***
   3) Soi D la symétrie de B par rapport à I. Calculer les coordonnées de D ***(1pt)***
   4) Soit E(x ;-3) déterminer x pour que les points B ; C et E soient alignés. ***(1pt)***

II. ABC est un triangle rectangle en A tel que AB=4,5cm BC=7,5cm. H est le pied de la hauteur issue de A. *Faire une figure* ***(1pt)***
   1) Calculer le rapport de projection orthogonale de (BC) sur (AB) ***(1pt)***
   2) a) Ecrire le rapport de projection orthogonale de (AB) sur (BC***).*** ***(1pt)***
   b) En déduire BH ***(0,5pt)***
   c)Calculer *HC* ***(0,5pt)***
   3) Donner l'expression du rapport de projection orthogonale de (AC) sur (BC) ***(1pt)***
   4) Calculer AC en utilisant les rapports de projection ***(1pt)***

Lycée Départemental de GUIBA Année scolaire 2013-2014
Classe :3èB Date :10/02/2014
Prof :M.SAVADOGO Durée :2heures

Devoir n°8 de MATHEMATIQUES

Note :*La lisibilité de l'écriture et la qualité du raisonnement entreront en ligne de compte dans l'appréciation des réponses*

Exercice n°1 (7 points)

1) Développer réduire et ordonner l'expression suivante :
   $A=(x-6)^2-(-2x+1)(3-x)$
2) Factoriser l'expression suivante
   $B=1-(2x+3)^2$
3) Soit $P(x)=2x^3+4x^2-2x-4$

a)Montrer que $P(x)=(x^2-1)(2x+4)$

b)Résoudre dans $\mathbb{R}$ $P(x) > 0$

4)Soit la fonction rationnelle Q définie par $Q(x)=\frac{x^3-x}{x^2-1}$

a)Déterminer son ensemble de définition D_Q

b)Simplifier Q(x) sur D_Q puis résoudre dans $\mathbb{R}$ $|Q(x)|=\sqrt{2}$

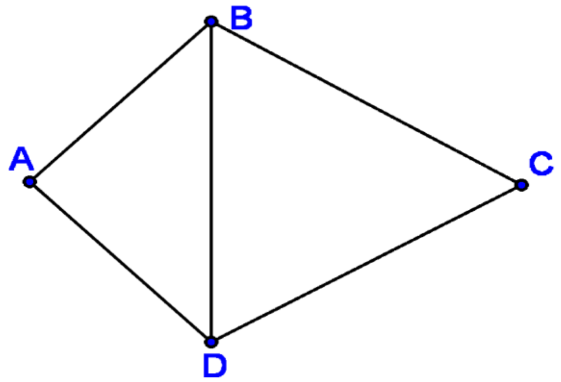
5)Aya a dépensé le tiers$(\frac{1}{3})$ puis le quart $(\frac{1}{4})$ de sont argent de poche et il lui reste 250F.Combien de francs avait-elle ?

Exercice n°2 (11 points)

I) 1)ABCD est un carré tel que sa diagonale $AC=4\sqrt{2}$ cm.Calculer la longueur c du côté de ce carré.

2)Soit la figure plane ci-dessous :

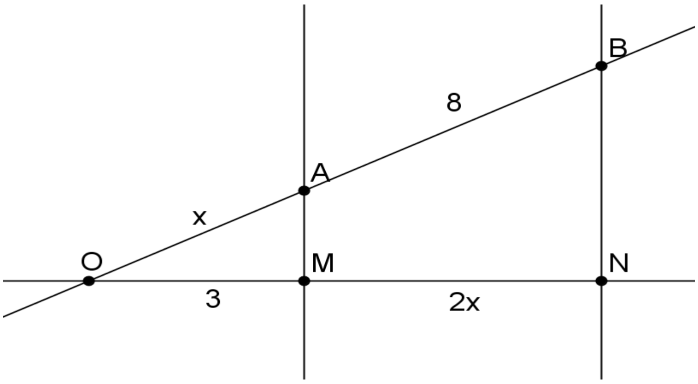
Calculer l'aire A du quadrilatère ABCD Sachant que AB=AD, BC=CD=BD=4 cm et (AB) perpendiculaire à (AD).



3) $\overrightarrow{AB}\binom{x-5}{3}$ et $\overrightarrow{EF}\binom{x+3}{5}$ sont deux vecteurs dans un repère orthonormé (O ;I ;J)
Déterminer x pour que ces deux vecteurs soient :
a)colinéaires
b)orthogonaux

II) Le plan muni d'un repère orthonormé (o ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), on donne : A(-5 ;2) ; B(3 ; -2) et C(6 ; 4).
1/ a) Calculer AB ; AC et BC ; en déduire la nature du triangle ABC.
b) Calculer les coordonnées du point I milieu du segment [AC].
2/ Soit D l'image de C par la translation du vecteur $\overrightarrow{BA}$
a) Calculer les coordonnées de D.
b) Montrer que ABCD est un rectangle.
3/ Soit E(4 ; 5). Montrer qu'il existe un réel k que l'on déterminera tel que
$\overrightarrow{CD} = k.\overrightarrow{CE}$
Que peut-on dire des points C, D et E.

Exercice n°3 (2 points)



Sur la figure ci-dessus (AM) est parallèle à (BN).
3) Justifier l'égalité $\frac{x}{3} = \frac{8}{2x}$
4) En déduire les longueurs OA et MN.

Année scolaire 2013-2014
Classe : 3è Durée:////////////
Prof :M . **SAVADOGO**

TRAVAUX DIRIGES DE MATHEMATIQUES

Exercice n°1

f(x) = x$\sqrt{5}$ (x-2) – (15x-3)(x$\sqrt{5}$ - $\sqrt{20}$)
1) Factorise f(x) et résoudre l'équation f(x) = 0

2) On donne h(x) = $\frac{f(x)}{-x+3(5x-1)}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h et montrer que h(x) = $\sqrt{5}$ (2-x)
Déterminer la valeur de x pour laquelle h(x) = 1.

Exercice n°2

Soit f l'application polynôme définie par :
f(x) = (x-3)(x + 2) + (x² - 9) + 2(3 – x)(2x + 1)

1) Factoriser f(x)
2) Résoudre f(x) = 0 et f(x) = -9.
3) On désigne par h la fonction rationnelle définie par : h(x) = $\frac{4x^2-12x+9}{f(x)}$

a) Déterminer l'ensemble de définition D_h de h.
b) Simplifier h(x) sur son domaine de définition
c) Calculer si possible l'image de 1 et 3 ;
d) Résoudre dans $\mathbb{R}$; h(x) = 0
e) Résoudre $\mathbb{R}$ $|h(x)| = 2$
f) Calculer h($\sqrt{3}$) puis donner un encadrement décimal à 10^{-2} près de sa valeur sachant que : 1,732 < $\sqrt{3}$ < 1,733.

Exercice n°3

1) Calculer $(1+\sqrt{3})^2$ puis $(1-\sqrt{3})^2$
2) Soit a un réel strictement positif, on donne :
u = $\sqrt{a+1+2\sqrt{a}}$ et v = $\sqrt{a+1-2\sqrt{a}}$
Ecrire u et v avec un seul radical lorsque a = 3.
3) Soit la fonction polynôme m définie sur $\mathbb{R}$ par m(x) = $\frac{1}{2}(x+1)^2$
Démontrer que m($\sqrt{3}$) = $\frac{u}{v}$ avec a = 3

Soit k la fonction rationnelle par : k(x) = $\frac{2m(x)}{(x+2)^2-1}$

a)Donner l'ensemble de définition D_K de k(x) puis simplifier k(x) sur D_K

b)Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\frac{x+1}{x+3} = \sqrt{2}$

Exercice4

2) Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des entiers où b est le plus petit possible.

A=$\sqrt{12}+5\sqrt{3}-2\sqrt{75}$ B=$\sqrt{27}-8\sqrt{3}+\sqrt{300}$ C=$20\sqrt{\frac{5}{169}}-\sqrt{20}+3\sqrt{50}-\sqrt{80}$

2) soient les réels X et Y tels que X=$(3-\sqrt{5})^2$ et Y=$\sqrt{5}-2\sqrt{5}$

a) calculer X puis Y^2

c) En utilisant les questions précédentes donner une écriture simplifiée de A=$\sqrt{14-6\sqrt{5}}$ et B=$\sqrt{23-2\sqrt{5}}$

3) Donner une écriture San radical au dénominateur $D=\frac{5-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+1}$

Exercice5

On considère les applications f et g définies de IR vers IR par :
f(x)= (x-3) (2x+3)-(3-x)(x+5)-(x^2-9) et g(x)= (2x+5) (-x+4)

4) Développer réduire et ordonner f(x) et g(x) suivant les puissances croissantes de x
5) Mettre f(x) sous forme d'un produit de facteur du 1er degré
6) Résoudre algébriquement dans R
   a) L'inéquation g(x)≥0
   b) L'inéquation f(x)$\leq g(x)$

Exercice6

f et g sont deux applications polynômes définis par f(x)= $18-12x+2x^2+(x-3)(8-3x)$ et
g(x)=$9x^2-1-(2-6x)(-x-2)$.

1) Factoriser f(x) et g(x).
2) Soit la fonction q définie par $q(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$.
   a) Déterminer l'ensemble de définition D de q puis simplifier q(x) sur D
   b) Résoudre dans Dq l'inéquation q(x)≤0

Exercice7

On considère la fonction rationnelle h de IR dans IR définie par h(x)=$\frac{(x^2+x)+(x+1)(4x-8)}{x^2-16+4(x-4)(x-3)}$

1) Donner le domaine de définition Dh de h. Simplifier ensuite h sur son domaine de définition
2) Résoudre dans Dh h(x)=$\frac{-13}{12}$;$|h(x)|=\frac{3}{4}$; h(x)≤ -2
3) Sachant que 3,87≤$\sqrt{15}\leq 3{,}88$ encadrer h($\sqrt{15}$) par deux décimaux consécutifs d'ordre2

Exercice8

1) Ecrire plus simplement avec un dénominateur entier : A=$\frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-1}$ B=$\frac{2\sqrt{7}-\sqrt{2}}{2\sqrt{7}+\sqrt{2}}$
   C=$\frac{4+\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}}+\frac{4-\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$
2) Calculer le produit ab sachant que a=$\frac{\sqrt{4}-1}{\sqrt{5}}$ et b=$\frac{\sqrt{6}+1}{\sqrt{5}}$. Quelle est l'inverse de a ? justifier ?
3) Calculer $(1+\sqrt{3})^2$ et$(1-\sqrt{3})^2$. En déduire une expression plus simple de chacun des nombres suivants $A=\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ et $B=\sqrt{4-2\sqrt{3}}$
4) Simplifier le réel suivant a=$\sqrt{(\sqrt{5}-3)^2}+2\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}$

Exercice9

1) Ecrire sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles.

a) -2≤x b) x≥-75 c) x≤-12 ou x>-2
d) -3,14<x<1

Traduire à l'aide d'inégalité : I x ∈ $[-2;4[$
a) x ∈ [0 ; +∞[b) $x\in[-\infty;9]$

2) Soit x et y les réels définis par
-5≤ $x\leq 3$ et 6≤y≤8.
   a) A quel intervalle appartient x et y.

b) Donner un encadrement de x+y ;-3x+2 ; 2x-y ; 2xy

Exercice10

Dans le plan muni d'un repère cartésien (O,) placer les points A (2 ; 1) ; B (-3 ; 2) et C (-1 ;-3) (on complètera la figure au fur et à mesure)

1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC}$
2) Calculer les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme et calculer les coordonnées de son centre I
3) Calculer en utilisant une égalité vectorielle :
   a) Les coordonnées du point E symétrie de A par rapport à O
   b) Les coordonnées du point F image de D dans la translation du vecteur $\overrightarrow{CA}$
4) a) montrer que A ; B ; et F sont alignés
   c) montrer que (CD) et (BF) sont parallèles
   d) les vecteurs $\overrightarrow{CB} et \overrightarrow{DF}$ sot-ils colinéaires ? justifier.

Exercice11

le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ on considère les points A (4 ;3) ; B(2 ;7), C(-2 ;O), D(;-4)

1) Démontrer que ABCD est un parallélogramme
2) Calculer AB ; BC ; et AC
3) Démontrer que ABC est un triangle rectangle préciser en quel point.

Exercice12

On considère trois points non alignés A ; B ; C

1) Marquer les points P et Q tels que $\overrightarrow{CP} = -2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
2) Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{PQ} et \ \overrightarrow{AB}$ sont colinéaires
3) Démontrer que les points Q ; C et P sont alignées
4) Soit un point n'appartenant à aucune des droites (AB) et (CP). Marquer le point J tel que $\overrightarrow{IJ} = 3\overrightarrow{QC}$ puis démontrer que les droites (IJ) et (AB) sont parallèles.

Exercice13

1) Donner une vecteur directeur ; puis le coefficient directeur des droite dont les équations sont les suivantes :
   (D1) :2x+3y-3=0 (D2) :-x-y-3=0 (D3) :-2x+3y+4=0 (D4) : y=-2x+3
   (D5) : y=-3x)
2) Dans chaque cas dire si les droites sont parallèles ou pas
   a) (d1) : x+2y+1=0 (d2) :$\frac{x}{2}$+y-2=0
   b) (d1) :3x-y-5=0 (d2) : y=$\frac{x}{3}$+5
   c) (d1) : y=2x+2 (d2) : y=3x+1

Exercice14

1) ABC est un triangle rectangle en A tel que AB=6 ; AC=8. H est le pied de la hauteur issue de A (faire une figure). Calculer BC ; BH ; HC et AC.
2) Calculer sin$\widehat{ABC}$ en déduire à l'aide la table trigonométrique une valeur approchée a un degré près par défaut de cet angle
3) Résoudre dans systèmes d'équations et représenter sur une droite graduée l'ensemble des solutions

1) $\begin{cases} 2x+5 \geq 5x-4 \\ x-7 < 2x-3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 9x-15 \geq 4x+13 \\ 19-5x \leq 7+3x \end{cases}$ 3) -2≤8x+5≤3 4) $-3 \geq 4x-3 \geq -5$

Exercic15

Soient les polynômes f et g définis par f(x)=2x^2-9x+9 et g(x)= (2x^2-3x)-(2x+9)(2x-3)-9+4x^2

1) Développer réduire et ordonner g(x). factoriser ensuite g(x)
2) Montrer que f(x)=x^2-3x+(x-3)^2. En déduire une factorisation de f(x)
3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ f(x)=0 ;g(x)=0 et f(x)=9
4) On pose h(x)=$\frac{g(x)}{(x-3)(2x-3)}$
   a) Déterminer le domaine définition de h puis simplifier h sur son domaine de définition
   b) Calculer h ($\sqrt{7}$)et donner un encadrement de h ($\sqrt{7}$) à 10^{-2} près sachant que 2,647< $\sqrt{7}$ <2,648
5) Résoudre dans D_h l'équation h(x)≤ 0

Exercice16

1) Déterminer l'application linéaire dans les trois cas suivants :
   a) F(-2)=1 f(3)+f(5)=-8 c) g($\frac{5}{2}$)-g($\frac{11}{2}$)=$\frac{5}{4}$
2) Soit la fonction affine définie dans R par f(2)=3 et f (-1)=1
   a) Donner l'expression de f(x) puis représenter f dans un repère
   b) Résoudre graphiquement l'équation f(x)=-1, puis retrouver le résultat par le calcul

Exercice17

On considère les applications f ; g ; h et k définies par f(x)=$\left|x-\frac{2}{3}\right|$; g(x)=$\sqrt{(2x+3)^2}$ h(x)=-2x+$|x-7|$ k(x)=$|-x+4|+|2x+1|$ I(x)=$\sqrt{(x-4)^2}-|1-2x|$

1) Monter que chacune des applications est une application affine
2) Représenter chacune d'elles dans un repère

Exercice18

1) Résoudre dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par la méthode de :

Combinaisons : $\begin{cases} 2x-3y-5=0 \\ 3x+4y+1=0 \end{cases}$ *Identification* : $\begin{cases} 4x+4y+1=0 \\ 3x-y=9 \end{cases}$

substitution : $\begin{cases} 2x-6y=4 \\ 3x-9y=6 \end{cases}$

2) Madame Ouédraogo a acheté 4 sachets de café et 3 kg de pomme de terre et dépense 1950f. Si elle avait acheté 2 sachets de café et 5 kg de pomme de

terre elle aurait dépensé 1850f. Quels sont les prix d'un sachet de café et d'un kg de pomme de terre

Exercice19

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O ;$\vec{\imath};\vec{\jmath}$) unité 1cm, on considère les points :
A (1 ;-2) ; B (-2 ;3) et H(2 ;2)

1) Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure.
2) Soit C le point symétrique de A par rapport à H. Montrer que le point C a pour coordonnées (3 ; 6)
3) Calculer les distances AB ; AC ; et BC. En déduire la nature du triangle ABC.
4) Soit C le cercle circonscrit au triangle ABC
   a) Montrer que le point H est le centre du cercle (C)
   b) Soit E le deuxième point d'intersection de la droite (BH) avec le cercle (C), déterminer les coordonnées de E
   c) Montrer que les droites (BE) et (AC) sont perpendiculaires.
   d) Quelles est la nature exacte du quadrilatère ABCE ? justifier
5) Soit (D) la tangente au cercle (C) au point A.
   a) Déterminer une équation cartésienne de (D)
   b) Montrer que les droites (BE) et (AC) sont parallèles
6) Soit K le point d'intersection des droites (CE) et (D).
   a) Déterminer les coordonnées de K
   b) Quelle est la nature du quadrilatère ABEK ? justifier
7) Soit R un point tel que $\overrightarrow{HE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HE}$. La droite (CR) coupe (D) en S. Calculer la distance AS

Exercice20

1) Dans le plaBn muni d'un repère orthonormé on donne les points A (-1 ;-2) et B (5 ;-4). Ecrire une équation de la droite (AB)
2) Ecrire une équation de la droite (D) passant par C (-1 ; 2) et perpendiculaire à la droite (D') de vecteur directeur $\vec{u}\binom{3}{-1}$.
3) Ecrire une équation de la droite (∆') passant par E (3 ;-4) et parallèle à la droite (∆) d'équation 2x+y-1=0

Exercice21

1) Tracer dans un repère la droite (D) d'équation 2x+5y-16=0, la droite (D_1) d'équation 5x-2y+17=0 et la droite (D_2) passant par le point A (2 ;-1) et perpendiculaire à (D_1)
2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D_3).
3) Montrer (*de deux manières*) différentes que :
   a) (D_1) est perpendiculaire à (D)
   b) (D_2) est parallèle à (D)
4) Déterminer graphiquement les coordonnées de F point d'intersection de (D) et (D_1) et G point d'intersection de (D_1) et (D_2)
5) Retrouver le résultat par le calcul.

Exercice22

4) ABC est un triangle rectangle en A tel que AB=6 ; AC=8. H est le pied de la hauteur issue de A (faire une figure). Calculer BC ; BH ; HC et AC.
5) Calculer sin$\widehat{ABC}$ en déduire à l'aide la table trigonométrique une valeur approchée a un degré près par défaut de cet angle

Exercice 23

On donne les fonctions f et g définies par f $(x) = \sqrt{(-2x+1)^2}$ et g (x) = x + 4

4) Représenter graphiquement f puis g dans un même repère orthonormé $(\overrightarrow{o},\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
5) Résoudre graphiquement f (x) = g(x).
   Résoudre numériquement f (x) = g$(x$